



مقایسه مدل المان محدود کوپل الکتریکی-حرارتی-مکانیکی با چارچوب تحلیلی برای پیش‌بینی ابعاد دانه جوش و منطقه متأثر از حرارت در جوش نقطه‌ای فولاد S235 تحت اثر شار فرعی

مهدی جعفری وردنجان^{*}، یعقوب دادگر اصل

گروه مهندسی مکانیک، دانشگاه ملی مهارت، تهران، ایران

* ایمیل نویسنده مسئول: m-jafari@tvu.ac.ir

چکیده

اطلاعات مقاله

مقاله پژوهشی

دریافت: ۳۰ خرداد ۱۴۰۵

پذیرش: ۴ شهریور ۱۴۰۵

کلیدواژگان:

جوش کاری مقاومتی نقطه‌ای

اثر شار فرعی

اعتبارسنجی مدل

تحلیل عددی کوپل

این مطالعه به اعتبارسنجی یک مدل المان محدود کوپل الکتریکی-حرارتی-مکانیکی می‌پردازد که به‌منظور شبیه‌سازی جوش کاری مقاومتی نقطه‌ای ورق‌های فولادی S235 توسعه یافته است. هدف اصلی، ارزیابی عملکرد این شبیه‌سازی در مقایسه با یک چارچوب تحلیلی اثبات‌شده برای پیش‌بینی دو ویژگی کلیدی جوش شامل قطر دانه جوش و حجم منطقه متأثر از حرارت است. مزیت اصلی این مدل المان محدود سه‌بعدی نسبت به چارچوب تحلیلی، توانایی شبیه‌سازی کامل عدم‌تقارن سه‌بعدی و تعاملات پیچیده چندفیزیکی ناشی از اثر شار فرعی است که مدل‌های تحلیلی متقارن قادر به پیش‌بینی مستقیم آن نیستند. پیش‌بینی‌های مدل تحت جریان‌ها و زمان‌های مختلف جوشکاری به‌صورت مورد بررسی قرار گرفت و کاربرد ویژه آن برای کمی‌سازی اثر شار فرعی (انحراف جریان) به کار گرفته شده است؛ پدیده‌ای که در آن انحراف جریان از طریق دکه جوش قبلی، کیفیت اتصال را تضعیف می‌کند. نتایج حاکی از تطابق قابل‌توجه میان روش عددی و تحلیلی بوده است، به‌طوری‌که قطر دکه جوش و ابعاد منطقه متأثر از حرارت به‌ترتیب در محدوده ۴- تا ۵ درصد و ۵- تا ۵ درصد از مقادیر مرجع تحلیلی پیش‌بینی شده‌اند. مدل تأییدشده نشان داد که اثر شار فرعی می‌تواند در جریان‌های پایین‌تر (۷/۵ کیلوآمپر) اندازه دانه جوش را بیش از ۲۵ درصد کاهش دهد و مهم‌تر آن‌که در شرایط مشابه، عدم‌تقارن جانبی قابل‌توجهی تا ۴۰ درصد در منطقه متأثر از حرارت ایجاد می‌کند که مستقیماً ناشی از مسیر شار فرعی است. این همبستگی نزدیک، مدل المان محدود را به‌عنوان ابزاری قدرتمند و قابل‌اعتماد برای بهینه‌سازی پارامترهای جوشکاری و تحلیل تعاملات پیچیده چندفیزیکی در فرایندهای جوش نقطه‌ای اعتبار می‌بخشد.

A numerical-analytical comparative study of nugget and heat-affected zone formation in S235 spot welds using coupled FEM and theoretical framework with focus on shunting effect

Mehdi Jafari Vardanjani^{*}, Yaghoub Dadgar Asl

Department of Mechanical Engineering, Technical and Vocational University (TVU), Tehran, Iran

* Corresponding Author's Email: m-jafari@tvu.ac.ir

Article Information

Original Research Paper

Received: 20 June 2026

Accepted: 26 August 2026

Keywords:

Resistance Spot Welding

Shunting Effect

Model Verification

Coupled Numerical Analysis

Abstract

This study presents the comparison of a coupled electrical-thermal-mechanical finite element model developed to simulate resistance spot welding of S235 steel sheets. The primary objective is to benchmark the numerical simulation against a verified analytical framework for predicting two critical weld features: nugget diameter and heat-affected zone (HAZ) volume. The key advantage of the proposed 3D FEM model over the analytical framework lies in its ability to fully capture three-dimensional asymmetry and complex multi-physics interactions induced by the shunting effect, which cannot be directly predicted by simplified or axisymmetric analytical models. Model predictions were rigorously evaluated across various welding currents and durations, with a specific focus on quantifying the shunting effect (a phenomenon where current diversion through an existing weld nugget compromise subsequent joint quality). The results demonstrate excellent agreement between the numerical and analytical approaches, with predicted nugget diameters and HAZ dimensions deviating by less than $\pm 4\%$ and $\pm 5\%$ from theoretical benchmarks, respectively. The validated model quantifies that shunting can reduce nugget size by over 25% at lower currents (7.5 kA) and, more importantly, reveals a significant lateral HAZ asymmetry of up to 40% under identical conditions, directly attributable to the diverted current path. This strong correlation confirms the FEM model as a robust and reliable predictive tool for optimizing welding parameters and analyzing complex multi-physical interactions in spot welding processes.

Please cite this article using:

برای ارجاع به این مقاله از عبارت ذیل استفاده نمایید:

Jafari Vardanjani M, Dadgar Asl Y. A numerical-analytical comparative study of nugget and heat-affected zone formation in S235 spot welds using coupled FEM and theoretical framework with focus on shunting effect. Iranian Journal of Manufacturing Engineering. 2026 Feb 20;12(12):76-92. doi: 10.22034/ijme.2026.579941.2171 [In Persian]

۱- مقدمه

جوش کاری مقاومتی نقطه‌ای یک روش اتصال پرکاربرد و اقتصادی برای ورق‌های فلزی است که در صنایعی مانند خودروسازی و هوافضا رواج دارد. یک بدنه خودروی معمولی می‌تواند حاوی هزاران جوش نقطه‌ای باشد. در این فرایند، دکمه جوش از طریق تولید گرمای ناشی از مقاومت الکتریکی در سطوح تماس تشکیل می‌شود؛ فلز ذوب شده و سپس تحت فشار سرد شده و اتصالی محکم ایجاد می‌کند. اثر شار فرعی یک پدیده بحرانی در جوش کاری مقاومتی نقطه‌ای است که طی آن جریان الکتریکی از مسیر اصلی جوش منحرف شده و از میان دکمه‌های جوش قبلی و مجاور عبور می‌کند [۱، ۲]. این مسئله در کاربردهایی که نیاز به جوش‌های متعدد دارند رایج است، زیرا وجود جوش‌های قبلی به دلیل تغییرات الکترو-حرارتی ناشی از جریان شار فرعی، بر کیفیت جوش‌های بعدی تأثیر می‌گذارد [۳] شدت این اثر عمدتاً تحت تأثیر فاصله، تعداد و اندازه جوش‌های قبلی قرار دارد.

مطالعات تجربی اولیه، پایه‌های درک پدیده شار فرعی را بنا نهادند. هارد [۴] کاهش استحکام کششی و برشی را در جوش‌های مجاور در فواصل مشخص مستند نمود و روشی برای اندازه‌گیری مسیر شار فرعی پیشنهاد داد، هرچند رابطه مستقیمی با پارامترهای جوشکاری ارائه نکرد. بلیر [۵] تأثیر امیدانس دستگاه، فاصله جوش کاری، عرض ورق و دما را بررسی کرد، اما نتایج به دلیل ناپایداری امیدانس پیچیده بودند.

در حال حاضر پژوهش‌های مدرن این یافته‌ها را گسترش داده‌اند. برای مثال وانگ و همکاران [۶] کاهش اندازه دکمه جوش را در جوش‌های تحت تأثیر شار فرعی کشف کردند و فاصله و شرایط سطحی را به عنوان عوامل غالب شناسایی نمودند. همچنین وانگ و همکاران [۷] از سیگنال‌های ارتعاشی الکتروود برای پایش کیفیت جوش در شرایط شار فرعی استفاده کردند که مشاهدات قبلی را تأیید می‌نمود. سنکارا و ژانگ [۸، ۹] به بررسی تشکیل ترک در جوش‌های نقطه‌ای تکی و چندگانه روی آلیاژهای آلومینیوم پرداختند و خاطرنشان کردند که ترک‌ها اغلب در هنگام سرد شدن در سمت آزاد دکمه‌های جوش جدید تشکیل می‌شوند، هرچند تأثیر فاصله و تعداد جوش‌ها نیازمند بررسی بیشتر است.

شار فرعی باعث ایجاد عدم تقارن قابل توجه در توزیع پتانسیل الکتریکی، دما و تنش پیرامون دکمه جوش بعدی می‌شود، هرچند این عدم تقارن با افزایش فاصله جوش‌ها کاهش می‌یابد. این پدیده تأثیر بارزتری بر کاهش ارتفاع دکمه جوش نسبت به قطر آن دارد و باعث می‌شود منطقه متأثر از حرارت به صورت نامتقارن به سمت دکمه جوش قبلی رشد کند، به‌ویژه در فواصل کوتاه‌تر. این افزایش گرمای ورودی می‌تواند ریزساختار را به‌طور نامطلوبی تغییر داده و باعث تسهیل جدایش عناصر آلیاژی در امتداد مرز دانه‌ها شود [۱۰، ۱۱]. علاوه بر این، شار فرعی به دلیل رسانایی الکتریکی بالاتر دکمه جوش قبلی، ولتاژ را در سطح تماس کاهش می‌دهد و به عنوان یک محدودیت مکانیکی عمل کرده و بر تغییر شکل و وضعیت تنش بین نقاط جوش تأثیر می‌گذارد [۱۲، ۱۳].

تلاش‌های اولیه در تحلیل المان محدود عمدتاً بر پیش‌بینی خواص تماس الکتریکی-حرارتی [۱۴، ۱۵]، رشد دکمه جوش [۱۶، ۱۷]، ۱۸ و انجام تحلیل‌های الکترو-حرارتی-مکانیکی متمرکز بود. باین‌حال، ذات نامتقارن پدیده شار فرعی، مدل‌های متقارن محوری یک‌بعدی یا دوبعدی را ناکارآمد می‌سازد و نیاز به مدل‌های سه‌بعدی پیچیده را اجتناب‌ناپذیر می‌کند. از مهم‌ترین فعالیت‌های مدل‌سازی می‌توان به موارد زیر اشاره نمود:

چانگ و چو [۱۹] یک تحلیل الکترو-حرارتی انجام دادند که توزیع ولتاژ و دما را پیش‌بینی می‌کرد. آن‌ها با وجود فرضیات ساده‌کننده، مفاهیم اصلی شار فرعی را به‌طور مؤثری پیاده‌سازی نمودند. همچنین لی و همکاران [۲۰] یک مدل نظری برای تعیین حداقل فاصله موردنیاز جهت به حداقل رساندن اثر شار فرعی ارائه دادند. این مدل اگرچه بر پایه اصول الکترو-حرارتی معتبری بنا شده بود، اما به دلیل نادیده گرفتن پارامترهای وابسته به دما، قابلیت اطمینان آن محدود بود. یک مدل نظری جامع‌تر نیز برای آلیاژ آلومینیوم AA2219 توسعه یافته است که خواص وابسته به دما و مکانیزم خنک‌کاری را نیز در بر می‌گیرد [۲۱]. در زمینه پیش‌بینی شکست، مدل‌های تحلیلی وجود دارند که استحکام کششی-عرضی را یا به سختی ناحیه ذوب (برای شکست نرم) و یا به چقرمگی شکست (برای شکست ترد) مرتبط می‌سازند [۲۲].

همچنین پژوهشگران بعدی، روش‌های متعددی را برای کاهش اثر شار فرعی شناسایی کرده‌اند. در یک پژوهش از یک الگوی جریان جوشکاری چندپالسی می‌تواند اثر شار فرعی را کاهش داده، کیفیت اتصال را بهینه سازد، دمای اوج را به تأخیر انداخته و از ایجاد حفره‌ها جلوگیری کند و در مقایسه با جریان ثابت، سختی بالاتری را به همراه داشته باشد [۲۳]. در پژوهش دیگری نشان داده شد که کاهش

زمان بین دو جوش متوالی می‌تواند جریان شار فرعی را کم کرده، پیش‌گرم‌دهی مفیدی ایجاد نماید و منجر به استحکام بالاتر و دکه جوش متقارن‌تری شود. در مقابل، افزایش این فاصله زمانی، اثر شار فرعی را تشدید می‌کند [۲۴]. همچنین در زمینه فاصله جوش‌ها این نتیجه به دست آمد که افزایش فاصله بین نقاط جوش، یک روش اولیه برای کاهش اثر شار فرعی محسوب می‌شود، هرچند این کار مستلزم ایجاد توازن با تنش و تغییر شکل ناشی از آن است [۲۵].

پژوهش‌ها همچنان از طریق رویکردهای ترکیبی آزمایشگاهی و شبیه‌سازی ادامه یافته‌اند. بررسی‌های تجربی روی طیف گسترده‌ای از مواد، از جمله آلیاژی‌هایی مانند AA2219 و فولاد QP980 و همچنین ترکیبات ورق‌های غیرهمجنس نظیر Al-Cu و Al-Li، با هدف مطالعه جامع تحولات ریزساختاری، عملکرد مکانیکی و قابلیت جوش‌پذیری کلی انجام شده است. در این پژوهش‌ها از آزمون‌های استاندارد مانند کشش-برشی، کشش-عرضی و لایه‌ای استفاده شده است [۲۶، ۲۷، ۲۸].

در کنار این مطالعات تجربی، تحلیل المان محدود به عنوان یک ابزار محاسباتی حیاتی برای پیش‌بینی توزیع حرارت، تاریخچه حرارتی و ریزساختار به کار گرفته شده است. مدل‌های سه‌بعدی برای شبیه‌سازی دقیق عدم‌تقارن ذاتی پدیده شار فرعی ضروری هستند و اغلب با نمایش دکه جوش قبلی به صورت یک اتصال استوانه‌ای شکل می‌گیرند. این مدل‌ها کاربردهای متنوعی دارند، از جمله آن‌ها پیش‌بینی تغییر شکل با استفاده از مدل‌های ناحیه چسبنده [۲۹، ۳۰]، شبیه‌سازی اثرات ترموالکتریک و تحلیل تنش در فرایندهای جوشکاری چندنقطه‌ای [۳۱، ۳۲، ۳۳] می‌باشد. علاوه بر این، محاسبات زیربنایی این مدل‌ها شامل تعیین پارامترهای کلیدی مانند مقاومت تماس الکتریکی و رسانایی تماس حرارتی است. این محاسبات با بهره‌گیری از یک چارچوب ریاضی پیشرفته انجام می‌شود که بر پایه معادله شبه‌لاپلاس برای پتانسیل الکتریکی، معادلات حرارتی کوپل شده و معادلات الاستیک-پلاستیک افزایشی برای حل‌های ترمو-مکانیکی استوار است.

در مجموع می‌توان گفت که اثر شار فرعی همچنان به عنوان یک چالش مهم در جوش‌کاری مقاومتی نقطه‌ای چندنقطه‌ای مطرح است که کیفیت دکه جوش، خواص مکانیکی و یکپارچگی سازه را تحت تأثیر قرار می‌دهد [۳۴، ۳۵، ۳۶]. اگرچه مطالعات اولیه به شناسایی این مسئله پرداختند، پژوهش‌های معاصر با بهره‌گیری از آزمایش‌های پیشرفته، مدل‌سازی نظری و تحلیل‌های سه‌بعدی پیچیده المان محدود، درک عمیق‌تری از علل و اثرات آن فراهم آورده‌اند.

در این مقاله، یک تحلیل مقایسه‌ای بین مدل المان محدود پیشنهادی و یک مدل نظری معتبر برای شبیه‌سازی تشکیل دکه جوش و منطقه متأثر از حرارت در فرایند جوش‌کاری مقاومتی نقطه‌ای همراه با اثر شار فرعی بر روی ورق‌های فولادی ارائه شده است. لازم به ذکر است که این مقایسه عمدتاً تأیید همگرایی ریاضی و صحت پیاده‌سازی فیزیک حاکم بر مدل است و اعتبارسنجی کامل تجربی از طریق متالوگرافی نمونه‌های واقعی و مقایسه ابعاد دانه جوش و منطقه متأثر از حرارت نیازمند داده‌های آزمایشگاهی مستقل می‌باشد که در محدوده مطالعه حاضر قرار نگرفته است. هر دو مدل، با در نظر گرفتن جریان و زمان جوشکاری به عنوان متغیر، تعاملات کوپل حرارتی-مکانیکی-الکتریکی و جزئیات هندسی فرایند جوشکاری را لحاظ می‌کنند. یافته‌ها حاکی از سازگاری بالای نتایج عددی و تحلیلی می‌باشد.

۲- روش تحقیق

۲-۱- تحلیل المان محدود

توزیع سه‌بعدی پتانسیل الکتریکی (ϕ) توسط معادله‌ی شبه‌لاپلاس کنترل شده است، همانطور که در مطالعه‌ی پیشین [۳۲، ۳۷] اشاره شده است. این معادله به عنوان مدل پایه برای شبیه‌سازی و به دست آوردن میدان پتانسیل الکتریکی در یک دستگاه مختصات سه‌بعدی تعریف شده عمل می‌کند.

$$\frac{\partial}{\partial x} \left[\frac{1}{\rho} \cdot \frac{\partial \phi}{\partial x} \right] + \frac{\partial}{\partial y} \left[\frac{1}{\rho} \cdot \frac{\partial \phi}{\partial y} \right] + \frac{\partial}{\partial z} \left[\frac{1}{\rho} \cdot \frac{\partial \phi}{\partial z} \right] = 0 \quad (1)$$

که در آن ρ مقاومت ویژه الکتریکی توده‌ای (یا مقاومت حجمی) است. شرایط مرزی الکتریکی برای مدل، همانطور که در مطالعات پیشین [۳۸، ۳۹] به تفصیل آمده است، پارامترهای کلیدی حاکم بر توزیع پتانسیل الکتریکی را تعریف می‌کنند. این پارامترها شامل Φ_e معرف ولتاژ اعمال شده مستقیم روی الکتروود، و ρ_{ES} معرف مقاومت تماس الکتریکی در فصل مشترک بین الکتروود و ورق، می‌باشند. علاوه بر این، $\Delta\phi_{SS}$ افت ولتاژ رخ داده بین ورق‌های مجزا، و ρ_{SS} مقاومت تماس الکتریکی مرتبط با آن در فصل مشترک ورق‌های مورد

جوش است. در نهایت، پارامتر $\Delta\phi_{sh}$ افت ولتاژ درون دکمه جوش قبلی (یا نواحی موازی عبور جریان) را مشخص می‌کند و مجموعه شرایط مرزی الکتریکی را تکمیل می‌نماید.

معادله حرارتی در رابطه زیر ارائه شده است [۳۹]:

$$D \cdot c \cdot \frac{\partial T}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial x} \left[k \cdot \frac{\partial T}{\partial x} \right] + \frac{\partial}{\partial y} \left[k \cdot \frac{\partial T}{\partial y} \right] + \frac{\partial}{\partial z} \left[k \cdot \frac{\partial T}{\partial z} \right] + \frac{1}{\rho} \nabla \phi \cdot \nabla \phi. \quad (2)$$

که در آن D چگالی جرم، c ظرفیت گرمایی ویژه، k ضریب رسانش گرمایی و T دما است. شرایط مرزی گرمایی مطابق با مطالعه پیشین [۲۴] تعریف شده‌اند.

رابطه‌ی زیر [۲۵] جهت محاسبه مقاومت تماسی الکتریکی ویژه استفاده شده است:

$$\rho_c(T) = R_c(20^\circ C) \cdot \frac{A_c}{L_c} \sqrt{\frac{\sigma_{e,ave}(T)}{\sigma_{e,ave}(20^\circ C)}} \quad (3)$$

که در آن $R_c(20^\circ C)$ مقاومت تماسی الکتریکی اندازه‌گیری شده مرز تماس ورق و الکتروود در دمای $20^\circ C$ و تحت فشار مکانیکی معین، L_c ضخامت مشخصه سطوح تماس (برابر 10^{-4} در نظر گرفته شده است)، A_c سطح تماس ظاهری، و $\sigma_{e,ave}(T)$ و $\sigma_{e,ave}(20^\circ C)$ تنش تسلیم متوسط اجسام تماس به ترتیب در دمای T و $20^\circ C$ می‌باشد. برای معادلات الاستیک-پلاستیک و تعادل تنش، به ترتیب از رابطه (۴) و (۵) [۳۲، ۲۵] استفاده شده است.

$$d \vec{\sigma} = [C] d \vec{\epsilon} - \vec{C}_T dT \quad (4)$$

$$\nabla \vec{\sigma}_{xyz} + D \cdot \vec{b} = D \cdot \vec{a} \quad (5)$$

که در آن $d \vec{\sigma}$ و $d \vec{\epsilon}$ به ترتیب بردارهای افزایشی تنش و کرنش در نمادگذاری ویت هستند که در تحلیل‌های عددی المان محدود برای نمایش تنسورهای مرتبه دوم تنش و کرنش به صورت فشرده به کار می‌روند و $[C]$ ماتریس ساختاری الاستیک-پلاستیک متناظر با همین نمادگذاری است. همچنین $\vec{C}_T$ بردار ضریب گرمایی، و dT افزایش دما می‌باشند. علاوه بر این، بردارهای نیروی حجمی و شتاب به ترتیب با $\vec{a}$ و $\vec{b}$ نشان داده می‌شوند.

در فرمول‌بندی الاستیک-پلاستیک رابطه (۴)، از معیار تسلیم وون میسر استفاده شده است. قانون جریان پلاستیک به صورت وابسته در نظر گرفته شده، سخت‌شوندگی مواد به صورت همسانگرد مدل‌سازی گردیده است. ماتریس ساختاری الاستیک-پلاستیک $[C]$ بر این اساس و با در نظر گرفتن خواص مکانیکی وابسته به دمای فولاد مورد نظر (مدول یانگ، ضریب پواسون و تنش تسلیم وابسته به دما) محاسبه می‌شود.

شبیه‌سازی‌ها با استفاده از نرم‌افزار Simufact welding با حلگر MUMPS Parallel Direct انجام شد. تحلیل به صورت کوپل کامل الکتریکی-حرارتی-مکانیکی سه‌بعدی اجرا گردید. المان‌های سه‌بعدی کوپل الکتریکی-حرارتی-مکانیکی Hexahedral مورد استفاده قرار گرفت. برای اطمینان از استقلال نتایج از اندازه شبکه، مطالعه همگرایی مش انجام گردید. سه اندازه مختلف المان بررسی شد و مشاهده گردید که با ریزتر کردن مش از اندازه متوسط به ریز، تغییرات قطر دانه جوش و شاخص منطقه متأثر از حرارت کمتر از ۲ درصد است. بنابراین شبکه با اندازه متوسط به عنوان شبکه نهایی انتخاب شد که تعادل مناسبی بین دقت و زمان محاسبات فراهم می‌کند.

نقطه جوش قبلی با اعمال پارامترهای متوسط جوشکاری، مدل‌سازی شد تا مسیر کم‌مقاومت شار فرعی را نمایندگی کند. ورق‌ها از جنس فولاد کم‌کربن S235 با ضخامت ۱ میلی‌متر میلی‌متر در نظر گرفته شدند. خواص مواد (الکتریکی، حرارتی و مکانیکی) وابسته به دما تعریف گردیدند تا تغییرات مقاومت ویژه، هدایت حرارتی و ظرفیت گرمایی در محدوده دمایی فرایند به‌درستی لحاظ شود. جدول ۲ و جدول ۳ این موارد را ارائه می‌نماید. لازم به ذکر است که روابط ارائه شده برای فولاد مورد نظر عمدتاً تا دمای حدود $800^\circ C$ درجه سانتی‌گراد معتبر هستند. برای دماهای بالاتر تا نقطه ذوب، از درون‌یابی داده‌های جدولی استاندارد یا روابط اصلاح شده (با در نظر گرفتن استحاله فازی و افت شدید خواص مکانیکی) استفاده گردید.

مطابق با مطالعه پیشین [۲۴]، یک الکتروود گنبدی شکل از آلیاژ C18150 انتخاب گردید (شکل ۱).

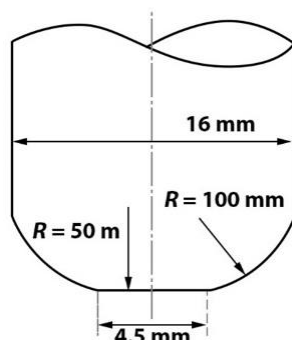
فاصله جوشکاری مطابق با مطالعات پیشین [۲۳، ۲۵، ۳۸] به عنوان یک پارامتر ثابت به میزان ۱۰ میلی‌متر، تعیین شد، در حالی که جریان و زمان جوشکاری به عنوان پارامترهای متغیر مطابق با جدول ۳ تعیین شدند. با توجه به فرکانس شبکه برق ۵۰ هرتز، هر سیکل معادل ۰/۰۲ ثانیه است.

جدول ۱ ویژگیهای مهم فیزیکی و مکانیکی فولاد S235 به صورت تابع دما [۴۰]

ویژگی	رابطه
چگالی (kg/m^3)	$\rho(T) \approx 7850 - 0.35 T$
مقاومت ویژه الکتریکی ($\Omega \cdot \text{m}$)	$\rho_E(T) \approx 1.43 \times 10^{-7} + 4.5 \times 10^{-10} T + 1.2 \times 10^{-13} T^2$
ظرفیت گرمایی ویژه ($\text{J/kg} \cdot \text{K}$)	$c(T) = 450 + 0.25 T + 1.5 \times 10^{-4} T^2$
ضریب هدایت حرارتی ($\text{W/m} \cdot \text{K}$)	$k(T) = 54 - 0.033 T + 1.5 \times 10^{-5} T^2$
مدول یانگ (GPa)	$E(T) = 210 - 0.08 T - 1.5 \times 10^{-4} T^2$
ضریب پواسون	$\nu(T) = 0.30 + 5 \times 10^{-5} T$
تنش تسلیم (MPa)	$\sigma_y(T) = 235 \times \exp(-0.0018 T)$

جدول ۲ ویژگیهای مهم فیزیکی و مکانیکی آلیاژ الکترو C18150 به صورت تابع دما [۴۱]

ویژگی	رابطه
مقاومت ویژه الکتریکی ($\Omega \cdot \text{m}$)	$\rho_E(T) \cong (10^{-5} T^2 + 0.0009 \times T + 1.3754) \times 10^{-8}$
ظرفیت گرمایی ویژه ($\text{J/kg} \cdot \text{K}$)	$c(T) \cong 8 \times 10^{-5} T^2 + 0.0726 T + 369.7$
ضریب هدایت حرارتی ($\text{W/m} \cdot \text{K}$)	$k(T) \cong -2 \times 10^{-5} T^2 - 0.1147 T + 424.89$
مدول یانگ (GPa)	$E(T) \cong 10^{-7} T^3 - 0.0002 T^2 - 0.0516 T + 150.81$
تنش تسلیم (MPa)	83



شکل ۱ هندسه الکترودها

جدول ۳ محدوده مقادیر انتخاب شده برای جریان الکتریکی و زمان جوشکاری

پارامتر	سطح ۱	سطح ۲	سطح ۳	سطح ۴
جریان جوشکاری (kA)	۷/۵	۸	۸/۵	۹
زمان جوشکاری (سیکل)	۵	۱۰	۱۵	

شکل ۲ پیکربندی فرایند جوشکاری را به همراه آرایش نقاط جوش و ابعاد ورق‌های مورد جوش نشان می‌دهد.

۲-۲- مدل تئوری

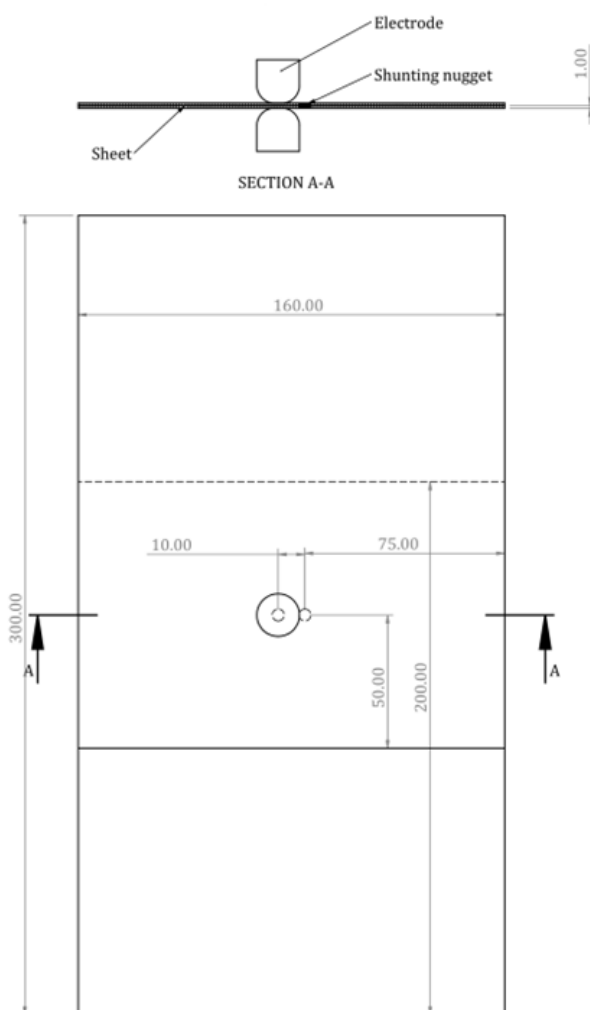
معادله زیر [۲۵] پیش‌تر با استفاده از نتایج تجربی اعتبارسنجی شده است.

$$\begin{aligned}
 V_N \left(D_m \cdot H_m + \int_{T_A}^{T_s} c(T) \cdot D(T) \cdot dT \right) + V_{HAZ} \int_{T_A}^{T_{HAZ}} D(T) \cdot c(T) \cdot dT \\
 = \frac{C_{te} \cdot I^2 \cdot R_{bs}^2 \cdot t_w}{T_m - T_A} \left(\int_{T_A}^{T_1} \frac{R_{bw}(T) + R_{cw}(T)}{(R_{bs} + R_{bw}(T) + R_{cw}(T))^2} \cdot dT \right. \\
 \left. + \int_{T_1}^{T_s} \frac{R_{bw}(T) + R_{cw}(T)}{(R_{bs} + R_{bw}(T) + R_{cw}(T))^2} \cdot dT + \int_{T_s}^{T_m} \frac{R_{bw}(T)}{(R_{bs} + R_{bw}(T))^2} \cdot dT \right)
 \end{aligned} \quad (۶)$$

که در آن T_1 حداکثر دمای مجاز بخش اول در تابع وابسته به دمای پله‌ای (بخش به بخش) تنش تسلیم است. مفهوم توسعه رابطه فوق بر اساس توزیع جریان الکتریکی در دو مسیر اصلی بنا شده است:

- مسیر جوش: جریان عبوری از ورق‌ها، فصل مشترک تماس بین ورق‌ها و فصل مشترک الکتروود-ورق.
- مسیر جریان فرعی: جریان عبوری از دکمه جوش قبلی و فصل مشترک الکتروود-ورق.

پارامتر C_{te} در رابطه (۶) ثابت تصحیح برای خنک‌شدگی است که اثر انتقال حرارت به الکترودهای خنک‌شونده با آب و تلفات حرارتی محیط را لحاظ می‌کند. برای فولاد مورد نظر، مقدار این ثابت برابر با 0.98 در نظر گرفته شده است. این مقدار بر اساس تطبیق تعادل انرژی حرارتی با خواص وابسته به دمای فولاد (هدایت حرارتی پایین‌تر نسبت به آلومینیوم) و شرایط مرزی حرارتی الکتروود (ضریب انتقال حرارت جابه‌جایی و دمای آب خنک‌کننده) به‌دست آمده و در محاسبات قطر دانه جوش و شاخص منطقه متأثر از حرارت به کار رفته است.



شکل ۲ پیکربندی فرایند و چیدمان نقطه جوش‌ها (ابعاد بر حسب میلی‌متر)

با در نظر گرفتن مدار الکتریکی، کل جریان اعمال‌شده (I) به جریان‌های جوش (I_W) و فرعی (I_S) تقسیم می‌شود. در این رابطه، R_{bs} و R_{bw} به ترتیب مقاومت حجمی مسیر فرعی و مسیر جوش هستند و R_{cw} مقاومت فصل مشترک ورق‌ها می‌باشد. از آنجایی که پتانسیل الکتریکی در مسیرها برابر است، جریان‌های الکتریکی را می‌توان به صورت زیر محاسبه کرد:

$$I_S = \frac{R_{bw} + R_{cw}}{R_{bs} + R_{bw} + R_{cw}} I, \quad (7)$$

$$I_w = \frac{R_{bs}}{R_{bs} + R_{bw} + R_{cw}} I. \quad (۸)$$

رابطه (۶) شامل عبارات انتگرالی است که خواص وابسته به دمای ماده را در بر می‌گیرد. از آنجا که این رابطه در اصل برای آلیاژ آلومینیوم توسعه یافته بود، برای فولاد S235 توابع خواص وابسته به دما از داده‌های استاندارد فولاد مورد نظر (جدول ۲) جایگزین گردید. محاسبه انتگرال‌ها به صورت عددی و با انتگرال‌گیری عددی در بازه‌های دمایی گسسته انجام شد. بازه دمایی از دمای محیط تا دمای ذوب فولاد در نظر گرفته شد و خواص در فواصل دمایی مناسب درون‌یابی گردید. بدین ترتیب، مقادیر مقاومت مسیر و حرارت تولیدی برای شرایط مختلف جریان و زمان جوشکاری با دقت مناسب برای فولاد محاسبه و در پیش‌بینی قطر دانه جوش و شاخص HAZ به کار رفت.

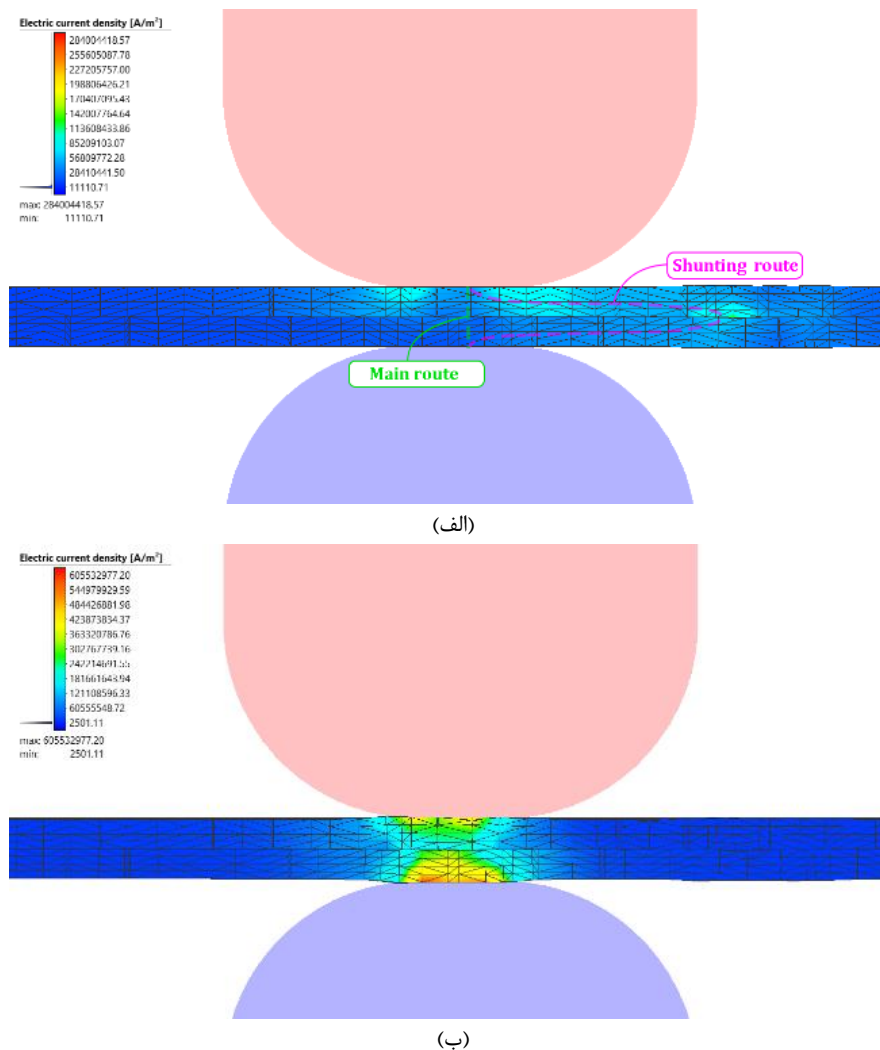
رابطه (۶) در اصل برای آلیاژ آلومینیوم AA2219 توسعه یافته و با داده‌های تجربی اعتبارسنجی شده است [۳۹]. با توجه به تفاوت فاحش خواص الکتریکی و حرارتی فولاد کم‌کربن S235 با آلومینیوم (مقاومت ویژه الکتریکی فولاد حدود ۵ تا ۱۰ برابر بیشتر و هدایت حرارتی آن حدود ۳ تا ۵ برابر کمتر است)، روابط محاسبه مقاومت‌های مسیر برای فولاد تطبیق داده شد. مقاومت حجمی مسیر جوش (R_{bs}) و مسیر فرعی (R_{bw}) با استفاده از مقاومت ویژه الکتریکی وابسته به دمای فولاد ($\rho_e(T)$) و هندسه واقعی مسیر جریان محاسبه گردید. مقاومت فصل مشترک ورق‌ها (R_{cw}) بر اساس مدل‌های تماسی وابسته به فشار و دما برای فولاد باز تعریف شد و خواص حرارتی (ضریب هدایت حرارتی $k(T)$ ، ظرفیت گرمایی ویژه $c(T)$ و چگالی $\rho(T)$) نیز از داده‌های وابسته به دمای فولاد S235 جایگزین مقادیر آلومینیوم گردید تا تعادل انرژی حرارتی با فیزیک واقعی فرایند سازگار باشد. جزئیات کامل این توابع در جدول خواص مواد (جدول ۲) و مراجع مربوطه ارائه شده است.

پس از محاسبه جریان‌های جوش (I_w) و فرعی (I_s) از روابط (۷) و (۸) با مقاومت‌های اصلاح‌شده، حرارت تولیدی در مسیرهای اصلی و فرعی بر اساس این جریان‌ها به دست آمد. سپس با برقراری تعادل انرژی حرارتی (با در نظر گرفتن خواص وابسته به دما، حجم مذاب و اثر خنک‌کاری الکترودها)، قطر دانه جوش (d_n) استخراج گردید. شاخص منطقه متأثر از حرارت (H_{HAZ}) نیز بر اساس ارتفاع و گسترش جانبی حاصل از حل تحلیلی محاسبه شد. مقادیر عددی حاصل از این روابط برای قطر دکه جوش و شاخص HAZ در شرایط مختلف جریان و زمان، مستقیماً در شکل ۶، شکل ۷، شکل ۹ و شکل ۱۱ بانتایج مدل اجزای محدود مقایسه شده‌اند.

۳- نتایج و بحث

بر اساس چارچوب نظری تعیین‌شده، نتایج عددی از طریق مقایسه مستقیم با نتایج تئوری منطاطر اعتبارسنجی شدند. این تحلیل مقایسه‌ای تحت شرایط یکسان انجام گردید، به‌طوری‌که تمام پارامترهای تأثیرگذار (شامل جریان جوشکاری، مدت‌زمان، فاصله بین الکترودها، و همچنین هندسه دقیق ورق و الکترودها) در تمام شبیه‌سازی‌ها و محاسبات یکسان در نظر گرفته شدند.

شکل ۳-الف شواهد بصری روشنی از اثر شار فرعی ناشی از یک نقطه جوش از پیش موجود که در مجاورت ناحیه جوش فعلی قرار دارد، ارائه می‌دهد. توزیع چگالی جریان الکتریکی عدم تقارن بارزی را نشان می‌دهد که حاکی از انحراف قابل توجه جریان اعمال‌شده (۷/۵ کیلوآمپر) از سطح مشترک ورق‌های مورد نظر است. جریان الکتریکی به جای تمرکز در نقطه تماس جدید برای تولید گرمایش ژولی بهینه، به‌طور ترجیحی مسیری با مقاومت الکتریکی کمتر را از طریق دکه جوش از پیش تشکیل‌شده دنبال می‌کند. این انحراف، انرژی حرارتی قابل دسترس در محل مورد نظر را به شدت کاهش داده و عملاً مراحل اولیه تشکیل دانه جوش را مهار می‌کند. مسیر جریان غیرعادی ثبت‌شده در این شبیه‌سازی، به عنوان دلیلی قطعی بر نحوه اختلال جوش‌های قبلی در مدار الکتریکی طراحی‌شده در جوش‌کاری مقاومتی نقطه‌ای عمل می‌کند. تأکید بر این نکته حیاتی است که این نیم‌رخ چگالی جریان پیش از تشکیل یک دانه جوش جدید ثبت شده است و شرایط الکتریکی اولیه را نشان می‌دهد. حداکثر چگالی جریان مشاهده شده در اینجا تقریباً ۲۹۴ آمپر بر میلی‌متر مربع است که برای شروع ذوب شدن کافی نیست. با این حال، این توزیع پایدار نیست. با گرم شدن ماده در فصل مشترک، مقاومت ویژه آن افزایش یافته و ناحیه تماس تحت نیروی الکترودها گسترش می‌یابد. این تحول که با ادامه اعمال جریان هدایت می‌شود، منجر به تغییر پویا در نیم‌رخ چگالی خواهد شد. در نهایت، همانطور که در شکل ۳-ب نشان داده شده است، چگالی جریان دوباره متمرکز شده، به سطح کافی (تقریباً ۶۰۵ آمپر بر میلی‌متر مربع) افزایش می‌یابد تا بر اثر مسیر فرعی غلبه کرده و یک دانه جوش مذاب پایدار در مکان جدید ایجاد کند.



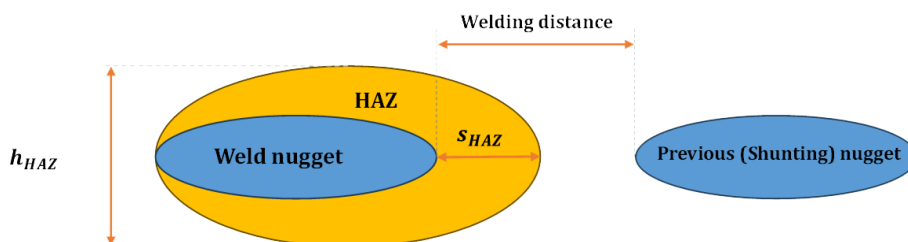
شکل ۳ نتایج تحلیل اجزای محدود (FEA) از توزیع چگالی جریان الکتریکی دکمه جوش اصلی (موردنظر) برای پارامترهای ۵ سیکل و ۷/۵ کیلوآمپر

۱-۳- کمی‌سازی گسترش منطقه متأثر از حرارت

شاخص منطقه متأثر از حرارت (H_I) جهت کمی‌سازی انتشار این منطقه به سمت دکمه جوش مجاور (مسیر فرعی) طراحی شد. این معیار به ویژه در ارزیابی یکپارچگی توالی‌های جوشکاری و پتانسیل اثرات شار فرعی مورد اهمیت می‌باشد. این شاخص توسط معادله زیر تعریف شده است:

$$H_I = \frac{h_{HAZ} + s_{HAZ}}{2} \quad (9)$$

که در آن h_{HAZ} ارتفاع منطقه متأثر از حرارت و s_{HAZ} میزان گسترش جانبی منطقه به سمت دکمه جوش قبلی (مسیر فرعی) است (شکل ۴).

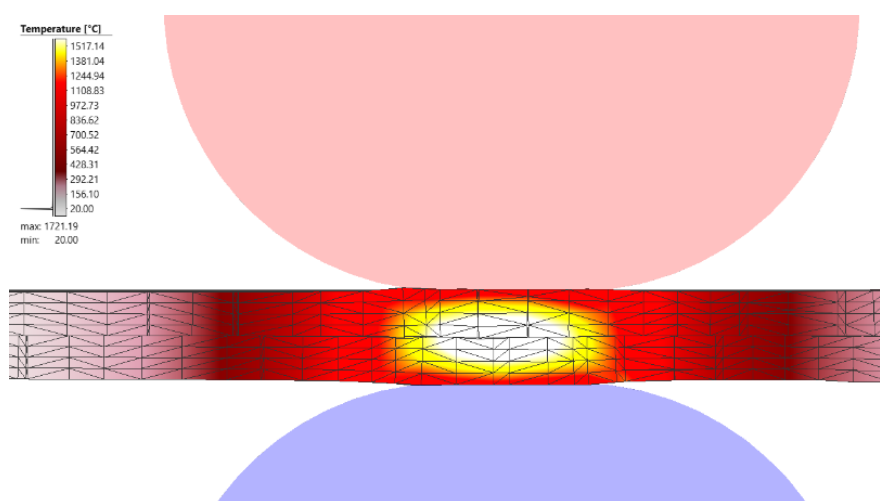


شکل ۴ تعریف پارامتر شاخص منطقه متأثر از حرارت: ارتفاع منطقه متأثر از حرارت (h_{HAZ}) و گسترش جانبی آن به سمت دانه جوش فرعی (s_{HAZ}), مطابق با رابطه (۹)

۲-۳- اثر جریان الکتریکی جوشکاری بر قطر دکمه جوش و حجم منطقه متأثر از حرارت

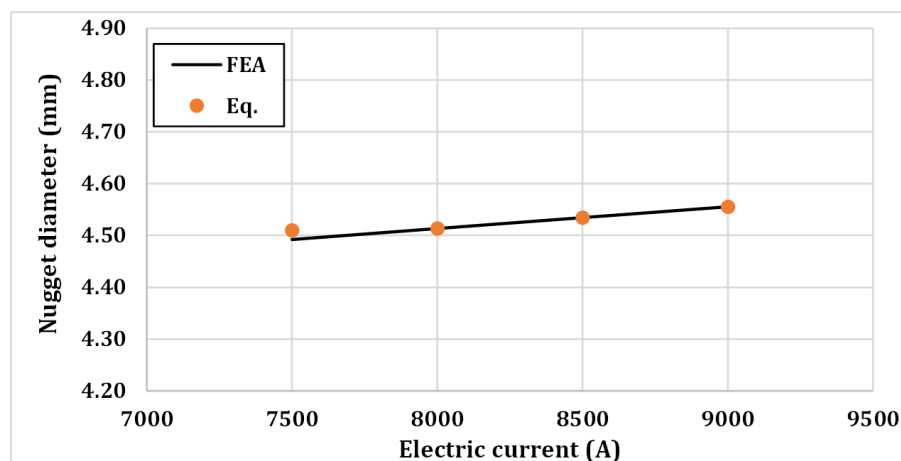
۳-۲-۱- قطر دکمه جوش

شکل ۵ یک نیم‌رخ حرارتی گذرا از شبیه‌سازی تحلیل اجزای محدود را نشان می‌دهد که تشکیل دانه جوش را در طی فرایند جوشکاری مقاومتی نقطه‌ای به تصویر می‌کشد. این شکل توزیع دما را در پایان دوره گرمایش نمایش می‌دهد. بالاترین دماها (که در طیف رنگی قابل مشاهده است) به شدت در سطح مشترک ورق‌ها (نقطه تماس بین دو ورق) متمرکز شده‌اند. این گرمایش موضعی نتیجه بیشترین مقاومت الکتریکی رخ داده در این فصل مشترک است که منجر به گرمایش ژولی و متعاقب آن تشکیل یک دانه جوش مذاب می‌گردد. شیب دمایی که از دانه جوش به سمت خارج منتشر می‌شود، محدوده منطقه متأثر از حرارت را تعریف می‌کند، جایی که ماده بدون ذوب شدن، دچار تغییرات ریزساختاری می‌شود. از آنجا که مدل عوامل مهم مانند مقاومت تماس الکتریکی در فصل‌های مشترک، خواص مواد وابسته به دما (برای مثال مقاومت ویژه الکتریکی، رسانش گرمایی و ظرفیت گرمایی ویژه) و تلفات حرارتی به الکترودهای مسی خنک‌شونده با آب را شامل شده است، نتایج ارائه شده با توجه به جنبه فیزیکی فرایند قابل ارجاع است.



شکل ۵ توزیع دما: نیم‌رخ حرارتی گذرا نشان‌دهنده تشکیل دکمه جوش در سطح مشترک ورق‌ها برای جریان جوشکاری ۷/۵ کیلوآمپر و زمان ۵ سیکل

داده‌های ارائه شده (شکل ۶) یک ویژگی اساسی جوشکاری مقاومتی نقطه‌ای را نشان می‌دهند: همبستگی مثبت بین جریان جوشکاری و قطر دانه جوش. همانطور که انتظار می‌رفت، افزایش جریان از ۷/۵ کیلوآمپر به ۹ کیلوآمپر منجر به تولید گرمای بیشتر، تشکیل حجم بزرگتری از فلز مذاب و در نتیجه افزایش اندازه دانه جوش می‌گردد. این روند فیزیکی شناخته شده در هر دو نتیجه عددی و تئوری مشاهده می‌شود که تأیید می‌کند مدل پدیده‌های اساسی الکتریکی-حرارتی زیرین را به‌درستی شبیه‌سازی می‌کند.

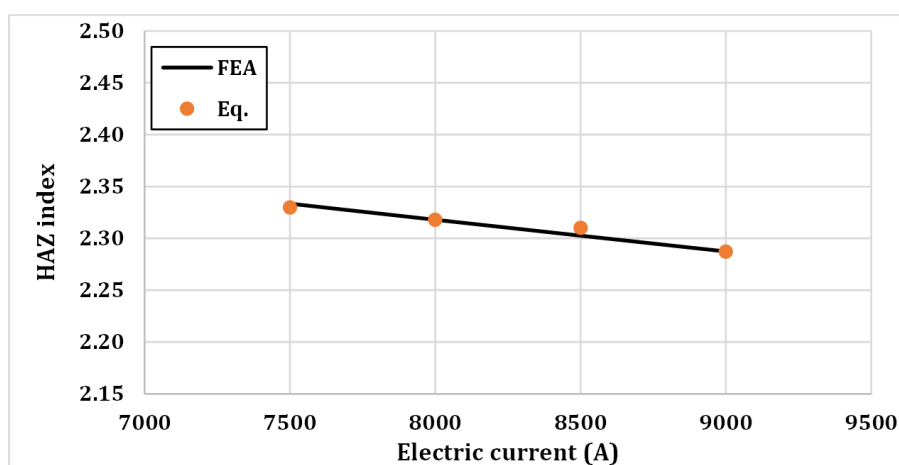


شکل ۶ مقایسه قطر دکمه جوش محاسبه‌شده عددی و تئوری بر حسب جریان الکتریکی

با این حال، مهم‌ترین یافته، این روند مورد انتظار نیست، بلکه تطابق قابل توجه بین پیش‌بینی‌های تحلیل اجزای محدود و نتایج حاصل از معادله تئوری است. در تمام چهار اجرای آزمایشی، مقادیر با تطابق بالایی نزدیک به هم بوده‌اند و حاشیه خطا تقریباً ناچیز است. این همبستگی قوی به عنوان اعتبارسنجی قابل قبولی برای دقت و قابلیت اطمینان مدل عددی عمل می‌کند. این موضوع به طور قطعی نشان می‌دهد که مدل، با ویژگی‌های مواد، شرایط مرزی و فیزیک حاکم تعریف‌شده‌اش، صرفاً یک سازه نظری نیست، بلکه یک ابزار پیش‌بینی قدرتمند است. بنابراین، این اعتبارسنجی، کاربردپذیری کلی مدل را برای شبیه‌سازی فرایند جوش کاری مقاومتی نقطه‌ای برای فولادهای کم‌کربن مانند S235 تأیید می‌کند و اطمینان لازم را برای استفاده از آن در مطالعات پارامتری بیشتر و بهینه‌سازی فراتر از شرایط آزمایش‌شده در اینجا فراهم می‌آورد.

۳-۲-۲- منطقه متأثر از حرارت

رابطه معکوس مشاهده‌شده بین جریان جوشکاری و شاخص منطقه تحت تأثیر حرارت در شکل ۷، یک یافته قابل توجه و روشن‌گر است. نتایج عددی کاهشی در حدود ۲۵ درصد در شاخص منطقه تحت تأثیر حرارت را با افزایش جریان از ۷/۵ کیلوآمپر به ۹ کیلوآمپر نشان می‌دهند. در حالی که افزایش جریان معمولاً گرمای کلی بیشتری تولید می‌کند، کاهش متعاقب آن در شاخص منطقه حرارت دیده، بیانگر تجمع انرژی کارآمدتر و متمرکزتری درون خود دانه جوش است. این پدیده را می‌توان به چرخه تشکیل سریع‌تر و شدیدتر دانه جوش نسبت داد. جریان بالاتر باعث می‌شود دانه جوش سریع‌تر هسته‌زایی کرده و رشد نماید و به مسیر غالب برای جریان الکتریکی تبدیل شود. این اثر گرمایش ژولی متمرکز درون دانه جوش، مقدار نسبی گرمای سرگردانی را که به طور جانبی به فلز پایه اطراف هدایت می‌شود کاهش می‌دهد و بدین ترتیب گستره و رشد منطقه متأثر از حرارت بین دو نقطه جوش را محدود می‌کند. میانگین اختلاف بین شاخص‌های منطقه تحت تأثیر حرارت عددی و تئوری در تمام نقاط داده کمتر از ۳/۵ درصد است که بیشترین اختلاف آن (۴/۸ درصد) در پایین‌ترین جریان (۷/۵ کیلوآمپر) رخ می‌دهد، جایی که اثرات مسیر فرعی برای مدل‌سازی پیچیده‌ترین حالت را دارند.



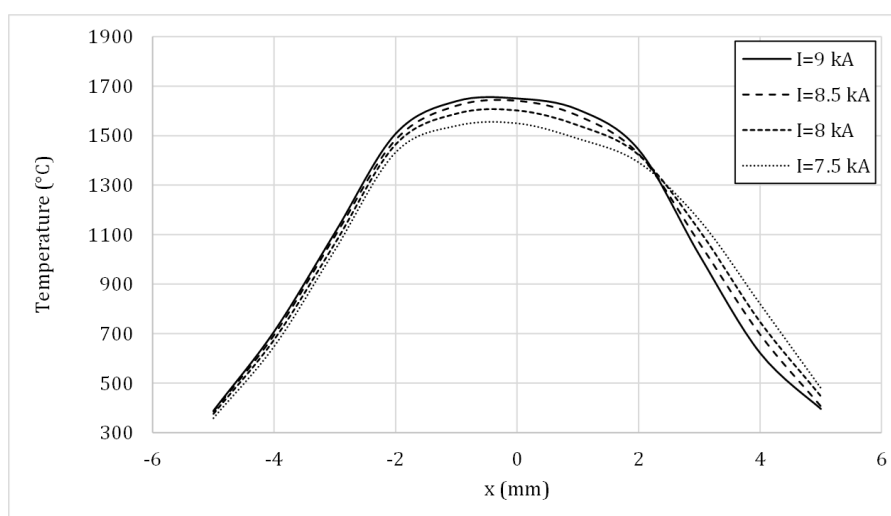
شکل ۷ مقایسه شاخص منطقه متأثر از حرارت محاسب‌شده عددی و تئوری بر حسب جریان الکتریکی

علاوه بر این، جنبه مهم این داده‌ها، تطابق قابل توجه بین نتایج شبیه‌سازی عددی و پیش‌بینی‌های رابطه تئوری است. در محدوده جریان‌های ۷/۵ تا ۹ کیلوآمپر، مقادیر حاصل از هر دو روش همگرایی قابل توجهی نزدیک به هم دارند و اختلاف آن‌ها ناچیز است. این همبستگی قوی تصادفی نیست؛ این موضوع اعتبارسنجی محکمی برای فیزیک نهفته در مدل عددی فراهم می‌کند. این امر تأیید می‌کند که مدل به‌طور دقیق برهم‌کنش‌های پیچیده الکتریکی-حرارتی-مکانیکی حاکم بر تشکیل منطقه متأثر از حرارت، به طور ویژه برای فولاد S235، را شبیه‌سازی می‌کند. این توافق، اعتبار مدل را به عنوان ابزاری پیش‌بینانه برای تحلیل توسعه منطقه متأثر از حرارت تحت پارامترهای جوشکاری متغیر تقویت می‌کند.

شکل ۸ نیم‌رخ‌های عرضی دما را در سطح مشترک ورق‌ها برای جوش کاری مقاومتی نقطه‌ای ورق‌های فولاد S235 تحت جریان‌های جوشکاری متغیر (۷/۵ تا ۹/۰ کیلوآمپر) و زمان جوشکاری ثابت ۵ سیکل نشان می‌دهد. محور افقی بیانگر فاصله جانبی (x) از مرکز دانه

جوش و محور عمودی نشان‌دهنده دما (بر حسب درجه سانتی‌گراد) است. با افزایش جریان جوشکاری، دمای اوج به طور قابل توجهی به دلیل گرمایش ژولی بیشتر افزایش می‌یابد که منجر به تشکیل یک دکمه جوش بزرگ‌تر می‌شود. یک مشاهده کلیدی از این نیم‌رخ‌ها، عدم تقارن مشخص در منطقه متأثر از حرارت است که به ویژه در جریان‌های پایین‌تر (به عنوان مثال ۷/۵ کیلوآمپر) مشهود می‌باشد. منطقه متأثر از حرارت به سمت راست مرکز دانه جوش گسترش بیشتری یافته است.

این عدم تقارن پدیده‌ای بحرانی است که به اثر مسیر فرعی از طریق یک دانه جوش مجاور از پیش تشکیل‌شده نسبت داده می‌شود. دانه جوش موجود قبلی یک مسیر کم‌مقاومت برای جریان ایجاد می‌کند. در جریان‌های پایین‌تر، جایی که انرژی ورودی تنها به اندازه کافی برای تشکیل دکمه جوش است، تمرکز حرارت کمتر متمرکز می‌باشد. بخش قابل توجهی از جریان از طریق این مسیر فرعی منحرف می‌شود که منجر به گرمایش ترجیحی و گسترش حرارتی بارزتر در سمتی می‌گردد که به سمت دکمه جوش قبلی است. این امر منجر به یک منطقه متأثر از حرارت نامتقارن می‌شود که در جهت مسیر فرعی عریض‌تر است. فاصله جانبی مرز منطقه متأثر از حرارت (اندازه‌گیری‌شده از مرکز دانه جوش تا نقطه رسیدن دما به حد مشخص HAZ، در جریان‌های پایین‌تر، در سمت مخالف مسیر فرعی حدود ۲۰ درصد و در سمت روبه‌روی دانه جوش قبلی بیش از ۳۵ درصد افزایش یافته است. این درصدها از مقایسه مستقیم موقعیت مرز HAZ در نیم‌رخ‌های دمایی شکل ۸ (برای جریان ۷/۵ کیلوآمپر نسبت به جریان‌های بالاتر یا حالت بدون شار فرعی) به دست آمده‌اند. برعکس، در جریان‌های بالاتر (به عنوان مثال ۹/۰ کیلوآمپر)، انرژی ورودی عظیم بر اثر مسیر فرعی غلبه می‌کند و منجر به تولید گرمای متقارن‌تر و متمرکزتر و در نتیجه منطقه متأثر از حرارت متقارن‌تری می‌گردد. این نیم‌رخ‌ها قابلیت مدل را در شبیه‌سازی برهم‌کنش‌های پیچیده چندفیزیکی، از جمله اثر مسیر فرعی، اعتبارسنجی می‌کنند؛ موضوعی که برای پیش‌بینی دقیق کیفیت جوش و ریزساختار در سناریوهای عملی جوشکاری شامل چندین نقطه جوش، حیاتی است.

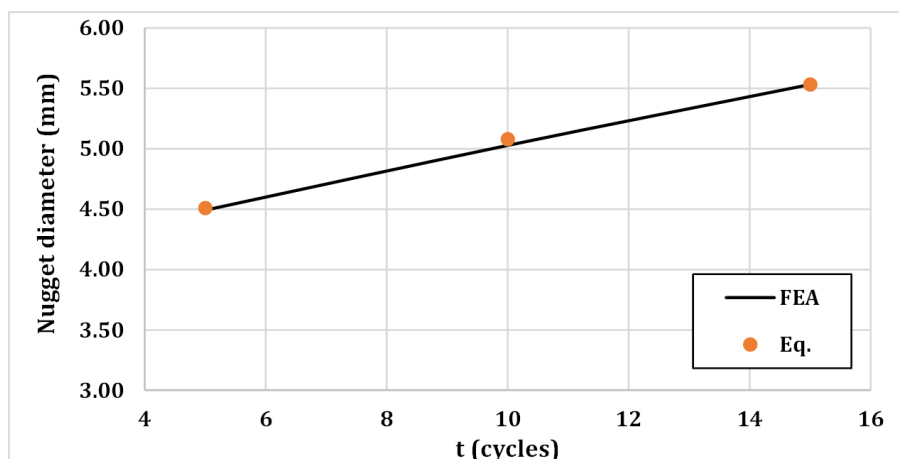


شکل ۸ نیم‌رخ‌های عرضی دما (دما بر حسب فاصله جانبی، x) برای جریان‌های مختلف جوشکاری (۷/۵ تا ۹ کیلوآمپر) و زمان جوشکاری ثابت (۵ سیکل)

۳-۳-۳ اثر زمان جوشکاری بر قطر دکمه جوش و حجم منطقه متأثر از حرارت

۳-۳-۳-۱ قطر دکمه جوش

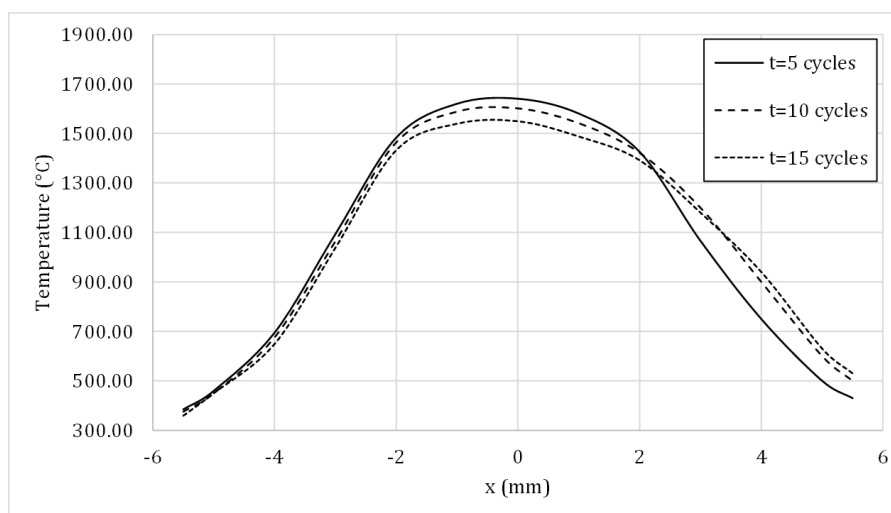
داده‌ها (شکل ۹) به وضوح همبستگی مثبت مورد انتظار بین زمان جوش و قطر دانه جوش را نشان می‌دهند، به طوری که مدت زمان جوشکاری طولانی‌تر از ۵ تا ۱۵ سیکل (چرخه) امکان انباشت گرمای بیشتر و رشد متعاقب دانه جوش (حدود ۴۰ درصد) را در جریان ثابت ۷/۵ کیلوآمپر فراهم می‌کند. با این حال، مهم‌ترین مشاهده، توافق استثنایی بین نتایج شبیه‌سازی عددی و معادله تئوری در هر سه بازه زمانی است. تطابق نزدیک به کامل، به ویژه در ۱۰ سیکل، و مقادیر همواره نزدیک در ۵ و ۱۵ سیکل، به عنوان تأییدی قوی بر دقت و قابلیت اطمینان مدل عددی عمل می‌کنند. این همبستگی نزدیک تأیید می‌کند که فیزیک بنیادی مدل، دینامیک حرارتی گذرای فرایند جوشکاری را به درستی شبیه‌سازی می‌کند و آن را به ابزاری پیش‌بینانه و قدرتمند برای فولاد S235 تبدیل می‌نماید.



شکل ۹ مقایسه قطر دکمه جوش محاسبه شده عددی و تئوری بر حسب زمان جوشکاری برای جریان جوشکاری ثابت (۷/۵ کیلوآمپر)

۳-۳-۲- منطقه متأثر از حرارت

شکل ۱۰ نیم‌رخ‌های عرضی دما را برای جوش کاری مقاومتی نقطه‌ای ورق‌های فولاد S235 تحت جریان جوشکاری ثابت ۷/۵ کیلوآمپر و زمان‌های جوشکاری متغیر (۵ تا ۱۵ سیکل) نشان می‌دهد. محور افقی فاصله جانبی (x) از خط مرکز جوش و محور عمودی دما (بر حسب درجه سانتی‌گراد) را نشان می‌دهد. با افزایش زمان جوشکاری، انباشت گرما در سطح مشترک ورق‌ها تشدید می‌شود و منجر به گسترش قابل توجه هم در دانه جوش و هم در منطقه متأثر از حرارت می‌گردد. با افزایش زمان جوشکاری، انباشت گرما در سطح مشترک ورق‌ها تشدید شده و منجر به گسترش قابل توجه هم در دانه جوش و هم در منطقه متأثر از حرارت می‌گردد. اگرچه دمای اوج ممکن است پس از رسیدن به نقطه ذوب تثبیت یا تغییرات محدودی نشان دهد، ناحیه مذاب و منطقه متأثر از حرارت از نظر حجمی و جانبی به‌طور چشمگیری وسیع‌تر می‌شوند.



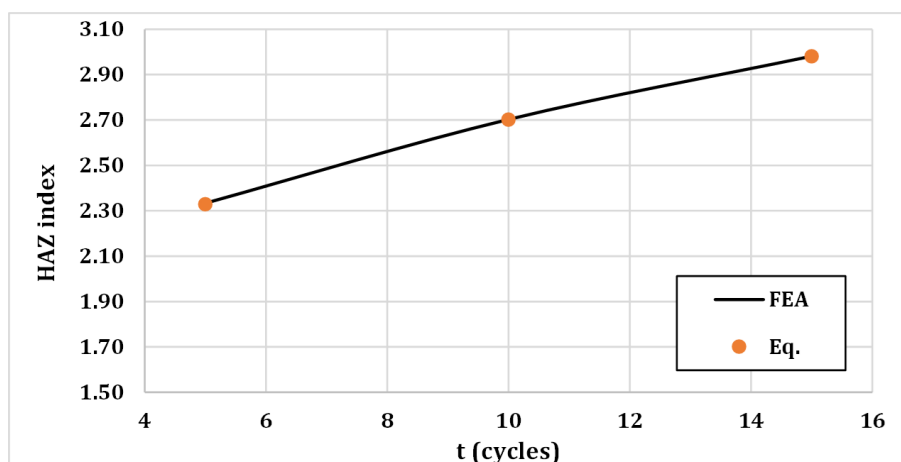
شکل ۱۰ نیم‌رخ‌های عرضی دما (دما بر حسب فاصله جانبی، x) برای زمان‌های مختلف جوشکاری (۵ تا ۱۵ سیکل) و جریان جوشکاری ثابت (۷/۵ کیلوآمپر)

افزایش زمان جوشکاری امکان نفوذ حرارتی بیشتر را فراهم می‌کند، اما در حضور مسیر شار فرعی، عدم تقارن جانبی منطقه متأثر از حرارت تشدید می‌شود زیرا گرمای اضافی ترجیحاً در سمت دکمه جوش قبلی هدایت می‌گردد. زمان طولانی‌تر امکان توزیع یکنواخت‌تر حرارت را فراهم کرده و تأثیر مسیرهای فرعی ناشی از دانه‌های جوش مجاور را کاهش می‌دهد. با این حال، زمان بیش از حد (به عنوان مثال ۱۵ سیکل) ممکن است منجر به تغییرات ریزساختاری نامطلوب، مانند درشت شدن دانه‌ها یا نرم شدن در این منطقه شود. این نتایج بر نقش حیاتی زمان جوشکاری در کنترل رشد دانه جوش و ویژگی‌های منطقه تحت تأثیر حرارت تأکید می‌کنند و مکمل بینش‌های حاصل از تغییرات جریان در شکل ۸ هستند. از نظر کمی، افزایش زمان جوش از ۵ به ۱۵ سیکل منجر به افزایش حدود ۱۸ درصد در

پهنای دانه جوش مذاب شده است، در حالی که گستره منطقه تحت تأثیر حرارت تقریباً ۵۰ رشد داشته است که نشان‌دهنده افزایش قابل توجه حجم منطقه متأثر از حرارت می‌باشد.

داده‌های ارائه‌شده (شکل ۱۱) یک همبستگی مثبت واضح بین زمان جوشکاری و شاخص منطقه متأثر از حرارت را نشان می‌دهد. در حالی که جریان جوشکاری ثابت (۷/۵ کیلوآمپر) نگه داشته شده است، افزایش زمان جوش از ۵ به ۱۵ سیکل، مدت زمان بیشتری برای هدایت انرژی گرمایی از دانه جوش به سمت فلز پایه اطراف فراهم می‌کند. این قرارگیری حرارتی طولانی‌مدت، دمای اوج را در دانه جوش به‌طور قابل توجهی افزایش نمی‌دهد، اما زمان بیشتری برای نفوذ گرما (از طریق هدایت) فراهم می‌آورد و باعث تسهیل رشد دانه‌ها و تغییرات فازی در ناحیه وسیع‌تری از اطراف می‌شود. در نتیجه، منطقه متأثر از حرارت هم از نظر ارتفاع و هم، به‌طور مهم‌تر، از نظر گسترش جانبی (S_{HAZ}) به سمت هر دانه جوش مجاور موجود (از قبل تشکیل‌شده) توسعه می‌یابد که منجر به افزایش اندازه‌گیری‌شده در شاخص منطقه متأثر از حرارت می‌گردد.

در اینجا شاخص منطقه متأثر از حرارت همبستگی قوی با زمان را نشان می‌دهد که این همبستگی از زمان ۵ سیکل تا ۱۵ سیکل بیش از ۶۰ درصد افزایش یافته است. مدل عددی این رشد را با دقت دنبال کرده است و خطای متوسط کمتر از ۴ درصد را در مقایسه با حل تئوری حفظ نموده است. انحراف در ۱۰ سیکل کوچک‌ترین (حدود ۱/۵ درصد) و در ۱۵ سیکل بزرگ‌ترین (حدود ۵ درصد) است. انحراف در ۱۵ سیکل عمدتاً به تشدید اثرات شار فرعی، افزایش پیچیدگی مدل‌سازی نفوذ حرارتی طولانی‌مدت و اثرات گرمای نهان در نواحی انتهایی منطقه متأثر از حرارت نسبت داده می‌شود.



شکل ۱۱ مقایسه شاخص منطقه متأثر از حرارت محاسبه‌شده عددی و تئوری بر حسب زمان جوشکاری برای جریان جوشکاری ثابت (۷/۵ کیلوآمپر)

در مجموع، نتایج این مطالعه نشان می‌دهد که مدل عددی توسعه‌یافته با دقت بالایی قادر به شبیه‌سازی پدیده‌های الکتریکی-حرارتی-مکانیکی در فرایند جوشکاری مقاومتی نقطه‌ای برای فولاد S235 است. تطابق قابل قبول بین نتایج عددی و روابط تئوری، به‌ویژه در پیش‌بینی ابعاد دکمه جوش و شاخص منطقه تحت تأثیر حرارت، صحت فیزیک حاکم بر مدل را تأیید می‌کند. همچنین، تحلیل نیم‌رخ‌های دما نشان داد که پارامترهای جریان و زمان جوشکاری تأثیر مستقیمی بر تقارن و گستره منطقه متأثر از حرارت دارند و اثر مسیر فرعی به‌عنوان یک پدیده مهم در جریان‌های پایین شناسایی شد. این یافته‌ها می‌تواند به بهینه‌سازی پارامترهای جوشکاری برای دستیابی به کیفیت مطلوب و کاهش نواحی متأثر از حرارت کمک کند. در نهایت، مدل حاضر ابزاری قابل اعتماد برای تحلیل و طراحی فرایند جوشکاری مقاومتی در صنعت محسوب می‌شود.

۴- نتیجه‌گیری

در این مطالعه یک مدل اجزای محدود کوپل‌شده الکتریکی-حرارتی-مکانیکی برای شبیه‌سازی جوشکاری مقاومتی نقطه‌ای در فولاد S235 با تمرکز ویژه بر پیش‌بینی تشکیل دانه جوش و تحول منطقه متأثر از حرارت تحت تأثیر شار فرعی، توسعه و اعتبارسنجی شد. مدل با یک چارچوب تحلیلی اثبات‌شده محک زده شد و یک ابزار عددی با دقت بالا برای تحلیل این فرایند پیچیده چندفیزیکی فراهم آورده است. نتایج عمده زیر حاصل شده است:

- مدل اجزای محدود پیشنهادی تطابق قابل قبولی با پیش‌بینی‌های تئوری نشان داد. این تطابق نشان‌دهنده صحت پیاده‌سازی عددی و همگرایی با چارچوب تحلیلی است؛ با این حال، اعتبارسنجی نهایی مدل در برابر داده‌های تجربی متالوگرافی و آزمایش‌های مکانیکی موضوع پژوهش‌های آتی خواهد بود.
- نتایج عددی برای قطر دکمه جوش در محدوده‌ای از جریان‌ها و زمان‌ها کمتر از ۴ درصد با حل تئوری اختلاف داشت. به طور مشابه، پیش‌بینی‌ها برای شاخص منطقه متأثر از حرارت که معیاری برای وسعت و عدم تقارن آن است، در محدوده ۵ درصد از مقادیر تئوری قرار داشتند. این همبستگی قابل توجه، فیزیک بنیادی مدل، از جمله نحوه مدل‌سازی خواص وابسته به دما، مقاومت تماسی و تلفات حرارتی را اعتبارسنجی می‌کند.
- مدل تأییدشده، بینش‌های کمی در مورد پدیده شار فرعی فراهم آورد. این مدل به طور قطعی نشان داد که وجود یک دکمه جوش مجاور از پیش تشکیل‌شده می‌تواند قطر یک دانه جوش بعدی را در جریان پایین‌تر ۷/۵ کیلوآمپر تا بیش از ۲۵ درصد کاهش دهد (بر اساس مقایسه مستقیم نتایج مدل در حضور و غیاب مسیر شار فرعی). علاوه بر این، مدل یک عدم تقارن جانبی بارز (تا ۳۰ درصد، استخراج‌شده از اندازه‌گیری گسترش جانبی مرز منطقه متأثر از حرارت در نیم‌رخ‌های دمایی) را در منطقه متأثر از حرارت به سمت مسیر شار فرعی کمی‌سازی نمود؛ پدیده‌ای که مدل‌های متقارن سنتی قادر به شبیه‌سازی آن نیستند.
- تحلیل به وضوح اثرات متمایز پارامترهای کلیدی جوشکاری را مشخص نمود. افزایش جریان جوشکاری اساساً رشد دانه جوش را تقویت می‌کند اما به طور متناقضی شاخص منطقه متأثر از حرارت را تا ۲۵ درصد کاهش می‌دهد، زیرا گرمایش ژولی متمرکزتر و شدیدتر درون دانه جوش بر اثر شار فرعی غلبه کرده، هدایت حرارتی جانبی مزاحم را کاهش می‌دهد. در مقابل، افزایش زمان جوشکاری مستقیماً باعث گسترش جانبی توأماً دکمه جوش و منطقه متأثر از حرارت شده است، به‌طوری‌که شاخص منطقه متأثر از حرارت از ۵ به ۱۵ سیکل بیش از ۶۰ درصد افزایش یافته است، زیرا مدت‌زمان طولانی‌تر امکان نفوذ حرارتی قابل توجه را فراهم کرده است.

فهرست علائم

$\vec{a}$	بردار شتاب
$\vec{b}$	بردار نیروی حجمی
$[C]$	ماتریس الاستیک-پلاستیک
c	ظرفیت گرمایی ویژه
C_{te}	ثابت تصحیح برای خنک‌شدگی
$\vec{C}_T$	بردار ضریب گرمایی
d	عملگر دیفرانسیلی معمولی
D	چگالی جرم
D_m	چگالی متوسط بین دمای سولیدوس و لیکوئیدوس
h	ضریب انتقال حرارت جابه‌جایی
h_{HAZ}	ارتفاع منطقه متأثر از حرارت
H_m	گرمای نهان ذوب قطعه جوش‌شونده
k	ضریب رسانش گرمایی
$\vec{n}$	بردار نرمال
H_I	شاخص منطقه متأثر از حرارت
I	کل جریان اعمال‌شده
I_S	جریان فرعی
I_W	جریان جوشکاری
R_{BS}	مقاومت حجمی مسیر فرعی

R_{bw}	مقاومت مسیر جوش
R_{cw}	مقاومت فصل مشترک ورق‌ها
S_{HAZ}	گسترش جانبی منطقه متأثر از حرارت
T	دما
T_1	حداکثر دمای مجاز بخش اول در تابع وابسته به دمای پله‌ای تنش تسلیم
T_A	دمای محیط
T_s	دمای سولیدوس
V_{HAZ}	حجم منطقه متأثر از حرارت
V_N	حجم دکمه جوش
x	مؤلفه اول دستگاه مختصات
y	مؤلفه دوم دستگاه مختصات
z	مؤلفه سوم دستگاه مختصات
ϕ_{Sh}	ولتاژ در دانه جوش فرعی
ϕ_{SS}	ولتاژ بین ورق‌ها
$\vec{\epsilon}$	بردار کرنش (نمادگذاری وویت)
ρ	چگالی
ρ_E	مقاومت ویژه الکتریکی توده‌ای (حجمی)
ρ_{ES}	مقاومت تماس الکتریکی الکتروود ورق
ρ_{SS}	مقاومت تماس الکتریکی ورق‌ها
$\vec{\sigma}$	بردار تنش (نمادگذاری وویت)
ϕ	پتانسیل الکتریکی
ϕ_e	ولتاژ اعمال شده روی الکتروود
Δ	عملگر اختلاف
∇	عملگر گرادینان
∂	عملگر دیفرانسیل جزئی

References

- [1] Nadimi N, Pouranvari M. Understanding interfacial failure mechanisms of advanced high strength automotive steels resistance spot welds under opening-mode loading. Engineering Fracture Mechanics. 2025 Jan 23;313:110627. doi: 10.1016/j.engfracmech.2024.110627
- [2] Afshari D, Ghaffari A, Barsoum Z. Optimization of welding parameters in resistance spot welding of AZ61 Mg alloy. Iranian Journal of Manufacturing Engineering. 2018;5(3):44-51.
- [3] Zhao Y, Zhang Y, Lai X. Analysis of fracture modes of resistance spot welded hot-stamped boron steel. Metals. 2018 Sep 26;8(10):764. doi: 10.3390/met8100764
- [4] Hard AR. Preliminary test of spot weld shunting in 24ST Alclad. Welding Journal. 1948;27(6):491-5.
- [5] Blair RH. Shunt circuit impedance in spot welding 1/8-, 1/4-and 1/2-in. mild steel. Welding Journal. 1947;27(6):491-5. doi: 10.1234/abcd-2026-0001
- [6] Wang B, Lou M, Shen Q, Li YB, Zhang H. Shunting effect in resistance spot welding steels—part 1: experimental study. Welding Journal. 2013 Jun 1;92(6):182s-9s.
- [7] Wang B, Hua L, Wang X, Li J. Effects of multi-pulse tempering on resistance spot welding of DP590 steel. The International Journal of Advanced Manufacturing Technology. 2016 Oct;86(9):2927-35. doi: 10.1007/s00170-016-8361-6
- [8] Zhang H, Senkara J. Resistance welding: fundamentals and applications. CRC press; 2011 Dec 13.
- [9] Zhang H, Senkara J, Wu X. Suppressing cracking in resistance welding AA5754 by mechanical means. J. Manuf. Sci. Eng.. 2002 Feb 1;124(1):79-85. doi: 10.1115/1.1418693

- [10] Bharaj AS, Shukla S, Gedam S, Kukde R, Verulkar S. Study of resistant spot welding and its effect on the metallurgical and mechanical properties _ a review. *Materials Today: Proceedings*. 2023 May 16. doi: [10.1016/j.matpr.2023.04.650](https://doi.org/10.1016/j.matpr.2023.04.650)
- [11] Yu J, Sheng B, Fu G, Lu Y, Huang Y, Zhu J, Jiang Z. Investigation of the correlation between dynamic electrode force signals and nugget diameter in resistance spot welding. *Measurement Science and Technology*. 2025 Sep 30;36(9):095601. doi: [10.1088/1361-6501/adfd03](https://doi.org/10.1088/1361-6501/adfd03)
- [12] Podržaj P, Klobčar D. Review of advanced resistance welding technologies and control methods for joining state-of-the-art materials in lightweight and electric vehicle manufacturing. *Advanced Technologies and Materials*. 2025 Jun 25;50(1):23-32. doi: [10.24867/ATM-2025-1-004](https://doi.org/10.24867/ATM-2025-1-004)
- [13] Singh R, Choudhary A, Arora N. Employing the electrode of different diameters to join dissimilar Al-Cu thin sheets using resistance spot welding. *Manufacturing Letters*. 2024 Oct 1;41:457-61. doi: [10.1016/j.mfglet.2024.09.055](https://doi.org/10.1016/j.mfglet.2024.09.055)
- [14] Khan I, Kuntz ML, Zhou Y, Chan K, Scotchmer N. Monitoring the effect of RSW pulsing on AHSS using FEA (SORPAS) software. In 2007 World Congress 2007 Apr 16. doi: [10.4271/2007-01-1370](https://doi.org/10.4271/2007-01-1370)
- [15] Loulou T, Masson PL, Rogeon P. Thermal characterization of resistance spot welding. *Numerical Heat Transfer, Part B: Fundamentals*. 2006 Dec 1;49(6):559-84. doi: [10.1080/10407790500433986](https://doi.org/10.1080/10407790500433986)
- [16] Tsai CL, Dai WL, Dickinson DW. Analysis and development of a real-time control methodology in resistance spot welding. In International Congress and Exposition 1991 Feb 25.
- [17] Gould JE. An examination of nugget development during spot welding, using both experimental and analytical techniques. *Welding Journal*. 1987;66(1):1-s.
- [18] Nied H. The finite element modeling of the resistance spot welding process. *Weld. J.*. 1984 Apr;63(4):123.
- [19] Chang HS, Cho HS. A study on the shunt effect in resistance spot welding. *Welding Journal*. 1990 Aug 1;69(8):308-16. doi: [100021.30/23432](https://doi.org/100021.30/23432)
- [20] Li YB, Wang B, Shen Q, Lou M, Zhang H. Shunting effect in resistance spot welding steels—part 2: theoretical analysis. *Welding Journal*. 2013 Aug;92(8):231s-8s.
- [21] Tembhurkar C, Ambade S, Kataria R, Tikle A. Spot welding analysis of dissimilar joint by finite element analysis. *Materials Today: Proceedings*. 2022 Jan 1;50:2052-6. doi: [10.1016/j.matpr.2021.09.410](https://doi.org/10.1016/j.matpr.2021.09.410)
- [22] Yang Y, Li Y, Bi J, Liu H, Ao S, Luo Z. Microstructure and mechanical properties of 2195/5A06 dissimilar joints made by resistance spot welding. *Materials Characterization*. 2022 Sep 1;191:112147. doi: [10.1016/j.matchar.2022.112147](https://doi.org/10.1016/j.matchar.2022.112147)
- [23] Jafari Vardanjani M, Senkara J. Effect of multi-pulsed current mechanism on shunting current in resistance spot welding (RSW) of AA-2219 sheets. *Experimental Techniques*. 2022 Aug;46(4):661-75. doi: [10.1007/s40799-021-00504-x](https://doi.org/10.1007/s40799-021-00504-x)
- [24] Amini S, Vardanjani MJ. Effect of the time intervals on the mechanical and metallurgical quality of AA-2219 resistance spot weld joints. *Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers, Part E: Journal of Process Mechanical Engineering*. 2025 Feb 26:09544089251321594. doi: [10.1177/09544089251321594](https://doi.org/10.1177/09544089251321594)
- [25] Jafari Vardanjani M, Araee A, Senkara J, Jakubowski J, Godek J. Theoretical analysis of shunting effect in resistance spot welding (RSW) of AA2219. *Journal of the Chinese Institute of Engineers*. 2016 Nov 16;39(8):907-18. doi: [10.1080/02533839.2016.1215940](https://doi.org/10.1080/02533839.2016.1215940)
- [26] Bahmani A, Feizollahi V, Ashiri R. Characterization of physical metallurgy of quenching and partitioning steel in pulsed resistance spot welding: A simulation-aided study. *Journal of Advanced Joining Processes*. 2024 Nov 1;10:100264. doi: [10.1016/j.jajp.2024.100264](https://doi.org/10.1016/j.jajp.2024.100264)
- [27] Dai W, Li D, Zheng Y, Wang D, Tang D, Wang H, Peng Y. Online quality inspection of resistance spot welding for automotive production lines. *Journal of Manufacturing Systems*. 2022 Apr 1;63:354-69. doi: [10.1016/j.jmsy.2022.04.008](https://doi.org/10.1016/j.jmsy.2022.04.008)
- [28] Lee Y, Jeong H, Park K, Kim Y, Cho J. Development of numerical analysis model for resistance spot welding of automotive steel. *Journal of Mechanical Science and Technology*. 2017 Jul;31(7):3455-64. doi: [10.1007/s12206-017-0634-y](https://doi.org/10.1007/s12206-017-0634-y)
- [29] Lv TL, Rao YZ, Zhang QX, Xia YJ, Lin Y, Wu F, Li YB, Yan DJ. Effect of storage time on the surface status and resistance spot weldability of TiZr pretreated 5182 aluminum alloy. *Journal of Manufacturing Processes*. 2022 Sep 1;81:166-76. doi: [10.1016/j.jmapro.2022.06.058](https://doi.org/10.1016/j.jmapro.2022.06.058)
- [30] Moharrami R, Hemmati B. Numerical stress analysis in resistance spot-welded nugget due to post-weld shear loading. *Journal of Manufacturing Processes*. 2017 Jun 1;27:284-90. doi: [10.1016/j.jmapro.2017.05.007](https://doi.org/10.1016/j.jmapro.2017.05.007)
- [31] Kim JH, Cho Y, Jang YH. Estimation of the weldability of single-sided resistance spot welding. *Journal of Manufacturing Systems*. 2013 Jul 1;32(3):505-12. doi: [10.1016/j.jmsy.2013.04.007](https://doi.org/10.1016/j.jmsy.2013.04.007)
- [32] Vardanjani MJ, Araee A, Senkara J, Jakubowski J, Godek J. Experimental and numerical analysis of shunting effect in resistance spot welding of Al2219 sheets. *Bulletin of the Polish Academy of Sciences. Technical Sciences*. 2016;64(2):425-34. doi: [10.1515/bpasts-2016-0048](https://doi.org/10.1515/bpasts-2016-0048)

- [33] Zhang W. Design and implementation of software for resistance welding process simulations. In 2003 SAE World Congress 2003 Mar 3. doi: [10.1234/uvwx-2026-0006](https://doi.org/10.1234/uvwx-2026-0006)
- [34] Atashparva M, Hamed M. Investigating mechanical properties of small scale resistance spot welding of a nickel based superalloy through statistical DOE. *Experimental Techniques*. 2018 Feb;42(1):27-43. doi: [10.1007/s40799-017-0221-2](https://doi.org/10.1007/s40799-017-0221-2)
- [35] Chabok A, Van Der Aa E, Basu I, De Hosson J, Pei Y. Effect of pulse scheme on the microstructural evolution, residual stress state and mechanical performance of resistance spot welded DP1000-GI steel. *Science and Technology of Welding and Joining*. 2018 Nov;23(8):649-58. doi: [10.1080/13621718.2018.1452875](https://doi.org/10.1080/13621718.2018.1452875)
- [36] Ding C, Wang Q, Xiao J, Wu N, Gai S, Chen S. Piezoelectric actuation enhanced resistance spot welding of 2195 aluminium alloy. *Journal of Manufacturing Processes*. 2025 Nov 30;154:524-35. doi: [10.1016/j.jmapro.2025.10.025](https://doi.org/10.1016/j.jmapro.2025.10.025)
- [37] Vardanjani MJ, Araee A, Senkara J, Sohrabian M, Zarandooz R. Influence of shunting current on the metallurgical and mechanical behaviour of resistance spot-welded joints in AA2219 joints. *Strojniški vestnik- Journal of Mechanical Engineering*. 2016;62(11):625-35. doi: [10.5545/sv-jme.2016.3682](https://doi.org/10.5545/sv-jme.2016.3682)
- [38] Jafari Vardanjani M, Araee A, Senkara J, Jakubowski J, Godek J. Metallurgical effects of shunting current on resistance spot-welded joints of AA2219 sheets. *Journal of Materials Engineering and Performance*. 2016 Aug;25(8):3506-17. doi: [10.1007/s11665-016-2168-3](https://doi.org/10.1007/s11665-016-2168-3)
- [39] Vardanjani MJ, Senkara J. A theoretical analysis of vibrational stress relief in AISI 1008 as a mechanical treatment. *Archive of Mechanical Engineering*. 2021:353-74. doi: [10.24425/ame.2021.138398](https://doi.org/10.24425/ame.2021.138398)
- [40] Sun J, Nitschke-Pagel T, Dilger K. Influence of strain-hardening models and slopes on the predicted residual stresses in structural steel S235 weldments. *Journal of materials research and technology*. 2022 Jul 1;19:4044-62. doi: [10.1016/j.jmrt.2022.06.134](https://doi.org/10.1016/j.jmrt.2022.06.134)
- [41] Pintsuk G, Blumm J, Hohenauer W, Hula RC, Koppitz T, Lindig S, Pitzer D, Rohde M, Schoderböck P, Schubert T, Tietz F. Interlaboratory test on thermophysical properties of the ITER grade heat sink material copper-chromium-zirconium. *International journal of Thermophysics*. 2010 Dec;31(11):2147-58. doi: [10.1007/s10765-010-0857-y](https://doi.org/10.1007/s10765-010-0857-y)