



## استفاده از تبدیل موجک و شکل‌مودهای ارتعاشی برای شناسایی عیب‌ترک در صفحه فولادی ساخت‌افزایشی

علیرضا میرمحمدخانی، رضا آذرآفا\*، رضا شجاع رضوی، مسعود برکت

مجتمع دانشگاهی مواد و فناوری های ساخت، دانشگاه صنعتی مالک اشتر، تهران، ایران

\* ایمیل نویسنده مسئول: azarmut@mut.ac.ir

### اطلاعات مقاله

مقاله پژوهشی

دریافت: ۱۵ تیر ۱۴۰۴

پذیرش: ۲۵ شهریور ۱۴۰۴

### کلیدواژگان:

ساخت‌افزایشی

ذوب انتخابی لیزری

عیب‌یابی مودال

شکل‌مودهای ارتعاشی

تبدیل موجک

### چکیده

ترک در قطعات ساخت‌افزایشی مانند ذوب انتخابی لیزری از جمله عیوب متداول در این قطعات است. تست مودال یکی از روش‌های غیرمخرب برای عیب‌یابی این نوع قطعات است. دو عامل کوچک بودن اندازه ترک و ابعاد کوچک قطعات ساخته شده با این روش، باعث چالش‌هایی مانند چالش تحریک فرکانس بالای قطعه می‌شود. در مقاله حاضر نشان داده شده که روش‌های عیب‌یابی مودال به‌تنهایی قادر به شناسایی این عیوب کوچک نیستند. درحالی‌که با روش ترکیبی تبدیل‌موجک و شکل‌مود ترک‌هایی با عمق کوچک نیز قابل شناسایی هستند. در این تحقیق ترک‌هایی به صورت عمدی با عمق‌های مختلف بر روی یک صفحه ساخت‌افزایشی ایجاد گردیده و از روش ترکیبی مذکور برای شناسایی عیب استفاده شده است. نتایج نشان داد، عیب‌یابی از طریق شکل‌مود باعث شناسایی ترک با شدت ۳۰ درصد و ترکیب آن با تبدیل موجک باعث شناسایی ترک با شدت کمتر یعنی ۱۰ درصد می‌گردد. مطابق نتایج حاصله روش ترکیبی تبدیل‌موجک قادر به شناسایی و مکان‌یابی ترک با شدت ۱۰٪ در آنالیز مودال عددی با خطای ۴٪ و در آزمایش مودال تجربی با خطای ۱۰٪ است. از دیگر نتایج این تحقیق این است که تحلیل مودال عددی این صفحه به صورت یک جسم صلب بدون اثر لایه‌ها، بدلیل ماهیت تولید و نوع پودر منطقی بوده و با تقریب خوبی نزدیک به نتایج آزمون مودال است. به‌طور خلاصه، این فعالیت تحقیقی نشان می‌دهد بکارگیری روش‌های عیب‌یابی مودال در قطعات ساخت‌افزایشی، به‌عنوان یک روش بازرسی کاملاً کاربردی بوده و توسعه این روش‌ها برای اینگونه قطعات ضروری است.

## Using wavelet transform and vibration mode shapes to identify crack defect in additively manufactured steel plate

Ali Reza Mirmohamadkhani, Reza Azarafza\*, Reza Shoja Razavi, Masood Barkat

Faculty of Materials and Manufacturing Technologies, Malek Ashtar University of Technology, Tehran, Iran

\* Corresponding Author's Email: azarmut@mut.ac.ir

### Article Information

#### Original Research Paper

Received: 6 July 2025

Accepted: 16 September 2025

#### Keywords:

Additive Manufacturing

Selective Laser Melting

Modal Defect Detection

Vibration Mode Shapes

Wavelet Transform

### Abstract

Cracks in additive manufacturing parts, such as those produced by laser selective melting, are common defects. Modal testing is a non-destructive method used to detect such defects. However, the small size of cracks and the limited dimensions of parts made by this technique present challenges, including difficulties in exciting high-frequency modes. This study demonstrates that modal-based diagnostic methods alone cannot effectively identify small cracks. In contrast, a combined approach using wavelet transform and mode shape analysis can detect cracks with small depths. In this research, cracks with varying depths were intentionally introduced on an additively manufactured plate, and the integrated method was applied for defect identification. Results showed that mode shape analysis alone could detect cracks with an intensity of 30%, while combining it with wavelet transform improved detection sensitivity to cracks with as low as 10% intensity. According to the findings, the combined wavelet transform method can detect and locate cracks with 10% intensity with an error margin of 4% in numerical modal analysis and 10% in experimental modal testing. Another result indicates that modeling the plate as a rigid body without considering layer effects is reasonable due to the production nature and powder type, yielding results close to experimental tests. In summary, this research highlights that utilizing modal diagnostic methods for additive manufacturing parts is a practical inspection approach, and further development of these methods is essential for such components.

### Please cite this article using:

Mirmohamadkhani AR, Azarafza R, Shoja Razavi R, Barkat M. Using wavelet transform and vibration mode shapes to identify crack defect in additively manufactured steel plate. Iranian Journal of Manufacturing Engineering. 2025 Aug 23;12(6):69-87. doi: 10.22034/ijme.2025.532775.2101 [In Persian]

برای ارجاع به این مقاله از عبارت ذیل استفاده نمایید:

## ۱- مقدمه

ساخت‌افزایشی یک فرایند نوین تولید قطعات است که در آن یک مدل کامپیوتری سه‌بعدی به‌عنوان ورودی به دستگاهی به نام چاپگر سه‌بعدی داده می‌شود و آن دستگاه با قراردادن لایه به لایه مواد، یک محصول فیزیکی با شکل و اندازه مطلوب را به‌عنوان خروجی ارائه می‌دهد. با این تکنولوژی ساخت قطعاتی که تولید آنها با روش‌های سنتی، مشکل و یا غیر ممکن بود امکان‌پذیر گردید [۱]. ذوب انتخابی لیزری یکی از روش‌های ساخت‌افزایشی برای قطعات فلزی می‌باشد. در این روش تولید محصولات با چگالی بالا یعنی تا ۹۹/۹ درصد بوسیله ذوب پودرهای فلزی و از طریق لیزر با توان چگالی بالا امکان‌پذیر است [۲]. با توسعه روش‌های ساخت‌افزایشی در صنعت، چالش‌های این حوزه نیز روز به روز بیشتر خود را نشان می‌دهد. یکی از این چالش‌ها تلاش برای دستیابی به قطعاتی یکپارچه، متراکم و بدون عیب است. پارامترهای فرایندی زیادی مانند توان لیزر، سرعت‌اسکن، فاصله‌هاشور، ضخامت‌لایه، جنس‌پودر، محیط محفظه ساخت و غیره در قطعات ساخته شده با روش ذوب انتخابی لیزری نقش دارند که انتخاب نامناسب و غیر بهینه آن‌ها منجر به شکل‌گیری عیوب در آنان می‌گردد [۳]. یکی از این عیوب، عیب‌ترک می‌باشد که بدلیل ماهیت فرایند تولید ذوب انتخابی لیزری است. در این فرایند پودرهای فلزی در اثر ورود انرژی لیزر با توان بالا، ذوب سریع و انجماد سریع را تجربه می‌کنند. نرخ خنک‌کاری حوضچه مذاب به  $10^4$  [K/s] می‌رسد [۴] که باعث ایجاد یک گرادیان حرارتی بالا می‌شود و در نتیجه منجر به ایجاد تنش‌های حرارتی پسماند بزرگ در قطعه ساخته شده می‌گردد. ترکیب گرادیان حرارتی بالا با تنش پسماند زیاد اغلب باعث آغاز ترک و انتشار آن در یک قطعه ساخته شده می‌گردد [۴-۶].

برای تولید محصولاتی با کیفیت بالا عیوب اینگونه قطعات باید مورد بازرسی و کنترل کیفی قرار گیرند. تاکنون روش‌های بازرسی غیرمخربی برای ارزیابی عیوب در قطعات فلزی ساخته شده با روش ذوب انتخابی لیزری مورد استفاده قرار گرفته‌اند. در میان روش‌های بازرسی مانند روبش میکروسیتی با اشعه ایکس، آزمون آکوستیک، آزمون آلتراسونیک و آزمون جریان گردابی، یکی از روش‌هایی که بدلیل ویژگی‌های خوب آن مورد توجه محققان قرار گرفته است، عیب‌یابی از طریق آزمون‌های مودال می‌باشد. این روش یک روش ارتعاش پایه است که در آن تشخیص عیب به‌صورت سراسری انجام می‌گیرد. در روش مودال، عیب‌یابی سازه بدون تمرکز بر روی نواحی خاصی از سازه انجام می‌گیرد. به‌خصوص در قطعات و سازه‌هایی که شامل بخش‌هایی با عدم امکان دسترسی است، سراسری بودن تشخیص عیب در روش مودال یک مزیت به حساب می‌آید [۷]. علاوه بر آن در روش عیب‌یابی مودال، روش‌های متنوع و بعضاً قدرتمندی برای تحلیل داده‌ها وجود دارد که می‌تواند مورد استفاده قرارگیرد. از جمله این روش‌های عیب‌یابی، می‌توان به روش‌های مبتنی بر فرکانس‌های طبیعی، شکل‌مدهای ارتعاشی، انحنای شکل‌مدها، کمک گرفتن از روش‌های پردازش سیگنال مانند تبدیل موجک و یا ترکیبی از آن‌ها اشاره کرد [۸].

از آنجا که اندازه عیوب از جمله عیب‌ترک در قطعات ساخت‌افزایشی کوچک می‌باشند و از طرفی اندازه قطعات ساخته شده با روش ذوب انتخابی لیزری نیز بدلیل محدودیت فضای محفظه ساخت کوچک است که منجر به چالش تحریک فرکانس بالای قطعه می‌گردد، برای شناسایی و مکان‌یابی عیب به‌خصوص عیب‌های کوچک در این قطعات، روش‌های ترکیبی روش‌های مناسب‌تری می‌باشند. شناسایی عیب از طریق آزمون‌های مودال در قطعات فلزی تولید شده به روش ساخت‌افزایشی در مراحل اولیه تحقیق می‌باشد. قابلیت این روش در شناسایی عیب برای اینگونه قطعات از سال ۲۰۱۶ و اولین بار توسط پریبه و همکاران [۹] نشان داده شد. آن‌ها مطالعات خود را بر روی قطعات ساخته شده با فرایند ذوب انتخابی لیزری که به شکل تیر و نمونه‌های تست کشش بودند انجام دادند. ایده آنان در شناسایی قطعات معیوب، استخراج گراف‌های تابع پاسخ‌فرکانسی و بررسی جابجایی قله‌ها در اثر افت خواص ماده مانند چگالی و سفتی بود. جابجایی قله‌ها در قطعات چاپ شده از پودرهای فولاد زنگ نزن ۳۰۴ با پارامتر غیر بهینه فرایندی یعنی توان پایین لیزر بخوبی قابل مشاهده بود و بدین ترتیب تمایز قطعات چاپ شده سالم و معیوب با آزمون مودال نشان داده شد. وست و همکاران [۱۰] در دومین کار تحقیقی خود تعدادی نمونه تست کشش از جنس فولاد زنگ نزن ۳۰۴ را با روش ذوب انتخابی لیزری تولید کردند. سپس با غیربهینه کردن پارامتر فرایندی فاصله‌هاشور، نمونه‌های معیوب را که دارای تخلخل بودند، تولید کردند و در ادامه تکمیل نتایج قبل، ارتباط بین فرکانس طبیعی قطعه با استحکام تسلیم و استحکام نهایی را به‌صورت یک رابطه ریاضی نشان دادند. اوربان و همکاران [۱۱] در سومین کار تحقیقی خود جهت نشان دادن قابلیت روش مودال در شناسایی عیب برای قطعات فلزی ساخت‌افزایشی، یک قطعه صنعتی را مورد ارزیابی قرار دادند. این قطعه صنعتی یک نشیمنگاه حفاظتی بود. ویژگی این قطعه آن بود

که از صلبیت پایینی برخوردار بود و تحریک آن به‌خوبی در فرکانس‌های پایین قابل انجام بود. هدف آنان پیدا کردن قطعه معیوب از قطعات سالم از طریق انجام آزمون‌مودال بود. آنان از طریق مشاهده جابجایی قله‌های تابع پاسخ‌فرکانسی توانستند قطعه معیوب را از قطعه سالم متمایز کنند. جانسون و آلن [۱۲] یک نمونه فلزی تست کشش که با روش ذوب انتخابی لیزری چاپ شده بود را پس از ایجاد عیب داخلی تعمودی در آن مورد تحلیل مودال با روش‌های شبیه‌سازی اجزاء محدود و آزمون‌های مودال قرار دادند. مود محوری مطلوب‌ترین مود برای تحریک قطعه و شناسایی عیب بود که در فرکانس بالا حدود ۹۰۰۰ هرتز رخ می‌داد و چالش تحریک فرکانس بالا را بدنبال داشت. کولوم و همکاران [۱۳] بر روی محل قرارگیری قطعات فلزی چاپ شده بر روی صفحه ساخت، تحقیق کردند. این قطعات به شکل تیر بودند. هدف آنان بررسی اثر پلیت ساخت بر روی پاسخ‌فرکانسی قطعات چاپ شده بود. در فعالیتی دیگر، آلن [۱۴] تعدادی قطعه فلزی ساخت‌افزایشی را به‌منظور شناسایی عیب آن‌ها تحت آزمون‌های دینامیکی مانند آزمون‌مودال، آزمون‌آکوستیک و آزمون‌پیزوالکتریک قرار داد. او نشان داد که چه نوع آزمون دینامیکی برای تحریک قطعه و شناسایی عیب مناسب است. افرادی مانند دونارایان و همکاران [۱۵] از روش‌های عیب‌یابی حوزه‌فرکانس برای متمایز کردن قطعات فلزی سالم و معیوب ساخت‌افزایشی استفاده کردند. عمده فعالیت‌های تحقیقاتی انجام شده درخصوص ارزیابی عیب از طریق آزمون‌های مودال برای قطعات فلزی تولید شده با روش ساخت‌افزایشی با توجه به تازگی تحقیق در این حوزه، شناسایی عیب یعنی وجود یا عدم وجود عیب می‌باشد و فعالیت‌های اندکی برای مکان‌یابی عیب انجام شده است. از جمله این کارها می‌توان به فعالیت تحقیقاتی واکر [۱۶] که نتایج آن در پایان نامه او ارائه گردید اشاره داشت. واکر عمده‌اً یک ترک به شکل شکاف در وسط یک تیر فلزی تولید شده با روش ساخت‌افزایشی ایجاد کرد و از طریق آزمون‌های مودال برای مکان‌یابی عیب تلاش کرد. روش‌های او برای مکان‌یابی عیب، استفاده از انحنای شکل‌مود ارتعاشی و تبدیل موجک بود.

در مقاله حاضر، عمده‌اً ترک‌هایی با عمق‌های مختلف و در موقعیت‌هایی متفاوت در یک صفحه فلزی چاپ شده با روش ذوب انتخابی لیزری ایجاد گردید. نشان داده می‌شود که با استفاده از یک روش ترکیبی یعنی بکارگیری زاویه بین شکل‌مدهای ارتعاشی و تبدیل موجک، می‌توان محل یک ترک با عمق کوچک ۰/۳ میلی‌متر را، در صفحه شناسایی کرد. در صورتیکه انحنای شکل‌مود ارتعاشی به‌تنهایی قادر به شناسایی این ترک با عمق کوچک نمی‌باشد و اساساً روش‌های ترکیبی روش‌های مؤثرتری در شناسایی عیب هستند.

## ۲- تعیین روش‌های شناسایی عیب، مدل هندسی و خواص ماده

در این تحقیق، صفحه ساخت‌افزایشی مورد نظر، به روش ذوب انتخابی لیزری با دستگاه<sup>۱</sup> SLM شرکت نورا مدل M100P چاپ گردید. جنس پودر فلزی 316L و ضخامت لایه‌ها ۶۰ میکرون بوده است. به‌منظور جلوگیری از اعوجاج و به حداقل رساندن تنش‌های پسماند، صفحات عمود بر بستر ساخت چاپ گردید. جدول ۱ و ۲ به ترتیب خواص مکانیکی (که به صورت آزمایشگاهی تعیین شده است) و ابعاد هندسی صفحه ساخته شده را نشان می‌دهند. خواص مکانیکی صفحه مورد آزمایش در آزمایشگاه مرجع مواد دانشگاه مالک اشتر در شرایط استاندارد آزمایشگاهی (دمای  $23 \pm 2$  درجه سانتی‌گراد و رطوبت  $50 \pm 10$  درصد) تعیین گردید. از صفحات تحت آزمون، حداقل دو نمونه استاندارد کشش مطابق استاندارد ASTM E8 تهیه شد. دستگاه آزمون خواص مکانیکی صفحه مورد آزمایش دستگاه کشش از نوع Zwick-1484- material prufung بوده که حداکثر نیروی کششی (تناژ) آن ۲۰ تن می‌باشد. فک پایین دستگاه متحرک و فک بالای دستگاه در هنگام تست ثابت می‌باشد. یک اکستنسومتر<sup>۲</sup> بر روی دستگاه نصب گردیده تا مقادیر دقیق تغییرات طول را ثبت نماید. مقدار سرعت حرکت فک‌های دستگاه برای تست ۰/۰۲ میلی‌متر بر ثانیه تنظیم گردید. در نهایت با بدست آوردن منحنی تنش-کرنش، مدول یانگ نمونه‌ها مشخص گردید. چگالی با یک ترازو و از طریق غوطه‌وری آن در آب با محاسبه نسبت وزن صفحه در هوا به افت وزن آن در آب تعیین گردید. همچنین ضریب پواسان نیز از رابطه نسبت کرنش جانبی به کرنش محوری تعیین گردید.

برای شناسایی و مکان‌یابی عیب‌ترک در صفحه فولادی چاپ شده، از هر دو روش تحلیل عددی و روش تجربی مبتنی بر آزمون مودال استفاده گردید. بدین منظور ابتدا با روش تحلیل عددی مودال، پارامترهای مودال مانند فرکانس‌های طبیعی و شکل مودها

<sup>1</sup> Selective Laser Melting

<sup>2</sup> Extensometer

استخراج گردید و سپس با بکارگیری روش‌های عیب‌یابی مبتنی بر شکل‌مود ارتعاشی و استفاده از تبدیل موجک، شناسایی و مکان‌یابی عیب‌ترک انجام گرفت. برای صحت‌گذاری نتایج نیز همین فرایند از طریق انجام آزمون مودال تجربی تکرار گردید.

جدول ۱ خواص مکانیکی صفحه مورد آزمایش

مشخصات مکانیکی	مدول یانگ (GPa)	دانسیته (Kg/m <sup>3</sup> )	نسبت پواسون
مقدار	۲۱۸	۷۸۸۹	۰/۳

جدول ۲ ابعاد هندسی صفحه ساخته شده

ابعاد قطعه	ضخامت (mm)	عرض (mm)	طول (mm)
مقدار	۳	۶۰	۱۴۰

### ۳- بکارگیری شکل‌مدهای ارتعاشی برای شناسایی آسیب

شکل‌مدها اطلاعات سه‌بعدی در مورد سازه می‌دهند که می‌توانند برای ارزیابی عیب مورد استفاده قرار گیرند. به کمک اطلاعات حاصل از آن می‌توان عیب را شناسایی و محل آن را نیز پیدا کرد. در این روش عیب‌یابی، اختلاف اندازه شکل‌مود سازه سالم و آسیب‌دیده به‌عنوان شاخص آسیب در نظر گرفته می‌شود. برای قدرتمند کردن این روش اختلاف انحنای شکل‌مود سازه سالم و آسیب‌دیده نیز به‌عنوان شاخص آسیب معرفی شده است. همچنین می‌توان اختلاف زاویه بین شکل‌مود سازه سالم و آسیب‌دیده را نیز به‌عنوان شاخص آسیب در نظر گرفت.

#### ۳-۱- روش تغییر در انحنای شکل‌مود

این روش توسط پاندی و همکاران برای شناسایی عیب در یک تیر مورد استفاده قرار گرفت. در این روش محل عیب توسط بیشینه تفاضل مطلق بین انحنای شکل‌مدهای حالت سالم و معیوب بدست می‌آید [۱۷]. مشابه یک تیر برای یک صفحه نازک یکنواخت، رابطه بین انحناء و سفتی خمشی مطابق روابط ۱ نوشته می‌شوند [۱۸].

$$\begin{aligned} M_x &= -D \left( \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} + \nu \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} \right) \\ M_y &= -D \left( \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} + \nu \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} \right) \\ M_{xy} &= M_{yx} = -(1 - \nu) D \frac{\partial^2 w}{\partial x \partial y} \end{aligned} \quad (1)$$

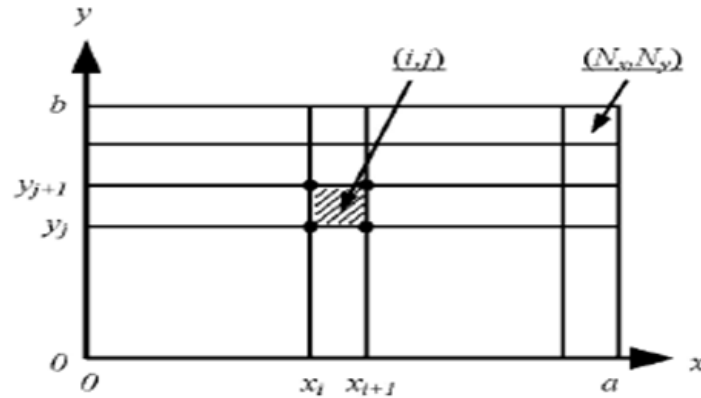
در روابط بالا  $\frac{\partial^2 w}{\partial x^2}$  و  $\frac{\partial^2 w}{\partial y^2}$  به ترتیب انحنای طولی، انحنای عرضی و انحنای پیچشی صفحه هستند که در اثر ممان‌های  $M_x$ ،  $M_y$  و  $M_{xy}$  ایجاد شده‌اند. همچنین پارامتر  $\nu$  ضریب پواسون و  $D$  سفتی خمشی صفحه است. اگر ضخامت صفحه  $h$  در نظر گرفته شود. سفتی خمشی از رابطه ۲ بدست می‌آید [۱۸]:

$$D = \frac{Eh^3}{12(1 - \nu^2)} \quad (2)$$

هنگامی که ترک یا عیب دیگری در صفحه اتفاق می‌افتد، سفتی خمشی در مقطع آسیب دیده کاهش می‌یابد و در نتیجه انحناء در آن افزایش می‌یابد. این موضوع از روابط فوق قابل اثبات است. برای سازه دوبعدی مانند شکل ۱، انحناء در دو راستای طولی و عرضی با استفاده از تقریب تفاضل مرکزی از روابط ۳ بدست می‌آیند [۱۹].

$$\begin{aligned} w''_{xx}(x_i, y_j) &= \frac{w(x_{i+1}, y_j) - 2w(x_i, y_j) + w(x_{i-1}, y_j))}{l_x^2} \\ w''_{yy}(x_i, y_j) &= \frac{w(x_i, y_{j+1}) - 2w(x_i, y_j) + w(x_i, y_{j-1}))}{l_y^2} \end{aligned} \quad (3)$$

که در آن  $w(x_i, y_j)$  مقدار جابجایی شکل‌مود در گره  $(x_i, y_j)$ ،  $l_x$  و  $l_y$  به ترتیب طول ثابت المان در راستای  $x$  و  $y$  می‌باشند.



شکل ۱ شماتیک المان بندی یک صفحه

مقدار انحنای کلی در گره  $(x_i, y_j)$  به صورت رابطه ۴ محاسبه می‌شود [۱۹].

$$w''_{(x_i, y_j)} = \sqrt{w''_{xx(x_i, y_j)}^2 + w''_{yy(x_i, y_j)}^2} \quad (4)$$

شاخص آسیب صفحه برای شکل‌مود  $k$  ام به صورت اختلاف بین انحنای صفحه سالم و معیوب در همه گره‌ها به صورت رابطه ۵ توصیف می‌شود که در آن  $w''_{d,k}$  و  $w''_{h,k}$  به ترتیب انحنای شکل‌مود صفحه سالم و صفحه معیوب می‌باشد [۱۹].

$$DI_k = w''_{h,k} - w''_{d,k} \quad (5)$$

### ۳-۲- روش تغییر در زاویه بین شکل‌مود

معیار اطمینان مودال<sup>۱</sup> (MAC) یکی از روش‌های شناسایی آسیب در سازه و مبتنی بر شکل‌مود می‌باشد که اثر خرابی بر شکل‌مود سازه را نشان می‌دهد. این معیار از طریق مقایسه شکل‌مدهای اولیه (سالم) و ثانویه (معیوب) به شناسایی عیب در سازه می‌پردازد. اگر چنانچه  $\theta_i^d$  و  $\theta_i^u$  به ترتیب ماتریس شکل‌مدهای اولیه (سالم) و ماتریس شکل‌مدهای ثانویه (معیوب) باشند به طوری که هر ستون از این ماتریس‌ها معرف بردار شکل‌مود  $i$  باشد، در این صورت معیار اطمینان مودال با رابطه ۶ به صورت زیر تعریف می‌گردد [۲۰].

$$MAC_i^{u,d} = \frac{((\theta_i^u)^T \theta_i^d)^2}{((\theta_i^u)^T \theta_i^u)((\theta_i^d)^T \theta_i^d)} \quad (6)$$

در معیار اطمینان مودال، مقادیر کمتر از یک نشان‌دهنده آن است که شکل‌مودها بر هم منطبق نبوده و بنابراین نشان‌دهنده آسیب در سازه می‌باشد. به طور مشابه می‌توان مطابق رابطه ۷ از مفهوم زاویه بین شکل‌مدهای سازه سالم و سازه معیوب (در واحد درجه) برای شناسایی آسیب استفاده کرد [۲۱].

$$\theta_i^{u,d} = \text{acosd} \left( \frac{(\theta_i^u)^T \theta_i^d}{\sqrt{(\theta_i^u)^T \theta_i^u} \sqrt{(\theta_i^d)^T \theta_i^d}} \right) \quad (7)$$

در صورتی که هیچ‌گونه آسیبی در سازه اتفاق نیفتاده باشد، مقدار زاویه بین شکل‌مدهای اولیه و ثانویه برای تمامی مدهای متناظر صفر محاسبه می‌شود در غیر این صورت مقادیر غیر صفر خواهند بود که نشان‌دهنده آسیب می‌باشد. در روش معیار اطمینان مودال و تغییر در زاویه بین شکل‌مود، فقط وجود یا عدم وجود عیب قابل شناسایی است و محل عیب مشخص نمی‌گردد.

### ۴- بکارگیری روش تبدیل موجک و شکل‌مدهای ارتعاشی برای شناسایی آسیب

یکی از روش‌های نوینی که در زمینه تشخیص آسیب در سازه مورد بررسی قرار گرفته است، تبدیل موجک است. تبدیل موجک یک ابزار ریاضی در حوزه پردازش سیگنال می‌باشد که می‌تواند به عنوان یک ابزار کمکی در ترکیب با روش‌های ارتعاش محور به شناسایی دقیق عیب کمک نماید. از آنجا که اکثر روش‌های آشکارسازی عیب ارتعاش پایه بر اساس تحلیل فرکانسی و تحلیل سفتی سازه است، استفاده

<sup>1</sup> Modal Assurance Criterion

از تبدیل فوریه یکی از ابزارهای قدرتمند در این زمینه محسوب می‌شود. با استفاده از تبدیل فوریه می‌توان یک سیگنال را از حوزه زمان به حوزه فرکانس منتقل کرد. قله‌های ظاهر شده در نمودار طیف‌فرکانسی یک سیگنال پس از اعمال تبدیل فوریه، نشان‌دهنده فرکانس‌هایی است که در آن سیگنال غالب هستند. هر چه قدر این قله‌ها بزرگتر و تیزتر باشند، آن فرکانس در سیگنال حضور بیشتری و مؤثرتری دارد. از جمله مهم‌ترین نقاط ضعف تبدیل فوریه در تحلیل فرکانسی در فرایند آشکارسازی خرابی می‌توان به از دست رفتن محتوای زمانی (یا مکانی) سیگنال اشاره کرد [۲۲]. در تحلیل موجک جهت شناسایی عیب، عمدتاً از شکل‌مود به‌عنوان سیگنال ورودی موجک استفاده می‌گردد. تبدیلات موجک به دو صورت کلی تبدیل موجک پیوسته (CWT) <sup>۱</sup> و تبدیل موجک گسسته (DWT) <sup>۲</sup> تعریف می‌شوند. در نوشتار حاضر با توجه به اینکه نوع پیوسته تبدیل موجک مد نظر بوده است، تنها مبانی تبدیل موجک پیوسته بیان می‌گردد. تبدیل موجک پیوسته سیگنال  $f(t)$  در بازه  $-\infty$  تا  $+\infty$  مطابق رابطه ۸ تعریف می‌شود [۲۳].

$$CWT_{s,\tau}^{\psi}(f(t)) = \frac{1}{\sqrt{s}} \int_{-\infty}^{+\infty} f(t) \psi^* \left( \frac{t-\tau}{s} \right) dt \quad (8)$$

که در آن  $s$  پارامتر مقیاس و  $\tau$  پارامتر انتقال است. همچنین  $\psi$  تابع موجک است که نقش تابع پنجره را دارد و گاهی تابع موجک مادر نیز نامیده می‌شود. دلیل این نام‌گذاری آن است که تمامی نسخه‌های انتقال یافته و مقیاس شده، از روی یک تابع اولیه ارائه می‌شوند. به عبارتی، موجک مادر الگویی برای تولید سایر پنجره‌ها می‌باشد. همچنین  $\psi^*$  مزدوج مختلط است. اگرچه پارامتر مقیاس و انتقال اعدادی پیوسته هستند و می‌توانند بی‌نهایت مقدار داشته باشند اما برای شبیه‌سازی و محاسبات کامپیوتری، برای فاکتور مقیاس اعداد توان دو یعنی  $a = 1, 2, 4, \dots$  و برای پارامتر انتقال اعداد صحیح مثبت انتخاب می‌شود. همان‌گونه که دیده می‌شود تبدیل موجک پیوسته، جمع زمانی تمام سیگنال  $f(t)$  است که در یک شکل از موجک مادر مقیاس شده و منتقل شده، ضرب شده است. این فرایند یک ضریب موجک  $CWT(s, \tau)$  تولید می‌کند که تابعی از مقیاس و زمان (یا مکان) است. پارامتر مقیاس در تبدیل موجک پیوسته به‌عنوان یک اپراتور ریاضی باعث انقباض یا انبساط سیگنال می‌شود. در مقیاس‌های بالا ( $s > 1$ ) که متناظر با جزئیات سیگنال است، سیگنال دچار انبساط و در مقیاس‌های پایین ( $s < 1$ ) که متناظر با تقریب‌های سیگنال است، سیگنال دچار انقباض می‌شود. همچنین پارامتر انتقال  $\tau$  در تبدیل موجک پیوسته، میزان جابجایی تابع موجک را معلوم می‌کند و اطلاعات زمانی سیگنال را در بر دارد. در الگوریتم‌های شناسایی مبتنی بر تبدیل موجک، انتخاب تابع موجک مناسب و کارآمد در عیب‌یابی، یکی از چالش‌ها و مشکلات آن می‌باشد چراکه درخصوص اینکه کدام تابع موجک مادر شناس شناسایی عیب را افزایش می‌دهد اتفاق نظر وجود ندارد. از جمله این توابع موجک که اکثراً در مطالعات شناسایی آسیب مورد استفاده قرار می‌گیرند می‌توان به توابع موجک از خانواده‌های دابچیز <sup>۳</sup>، سیملت <sup>۴</sup>، کویفلت <sup>۵</sup> و گوس <sup>۶</sup> اشاره کرد [۲۴-۲۶].

## ۵- شناسایی و مکان‌یابی عیب از طریق تحلیل عددی و آزمایشگاهی

در این پژوهش ابتدا روش‌های عیب‌یابی انحنای شکل‌مود و تبدیل موجک که با استفاده از سیگنال‌های مبتنی بر شکل‌مدهای ارتعاشی برای تحلیل داده‌های مودال عددی جهت شناسایی عیب‌ترک در صفحه مورد استفاده قرار گرفته، بیان شده‌اند. در ادامه قدرتمندی این دو روش در شناسایی عیب‌ترک با عمق کوچک  $0.3$  میلی‌متر از طریق شبیه‌سازی در نرم افزار انسیس <sup>۷</sup> مورد مقایسه قرار می‌گیرند. سپس جهت صحت‌گذاری، از طریق انجام آزمون مودال تجربی و استخراج شکل مودها، امکان‌پذیری شناسایی عیب‌ترک کوچک به کمک تبدیل موجک نشان داده خواهد شد.

### ۵-۱- استفاده از تحلیل مودال عددی برای شناسایی و مکان‌یابی عیب

قبل از بیان نحوه تحلیل مودال عددی برای شناسایی و مکان‌یابی عیب، ذکر این نکته ضروری است که صفحات چاپ شده با روش ذوب انتخابی لیزری، بدلیل ذوب شدن و انجماد لایه‌ها در حین فرایند تولید و چاپ آن‌ها، آن‌قدر از تراکم بالایی برخوردار هستند که در

<sup>1</sup> Continuous Wavelet Transform

<sup>2</sup> Discrete Wavelet Transform

<sup>3</sup> Daubechies

<sup>4</sup> Symlet

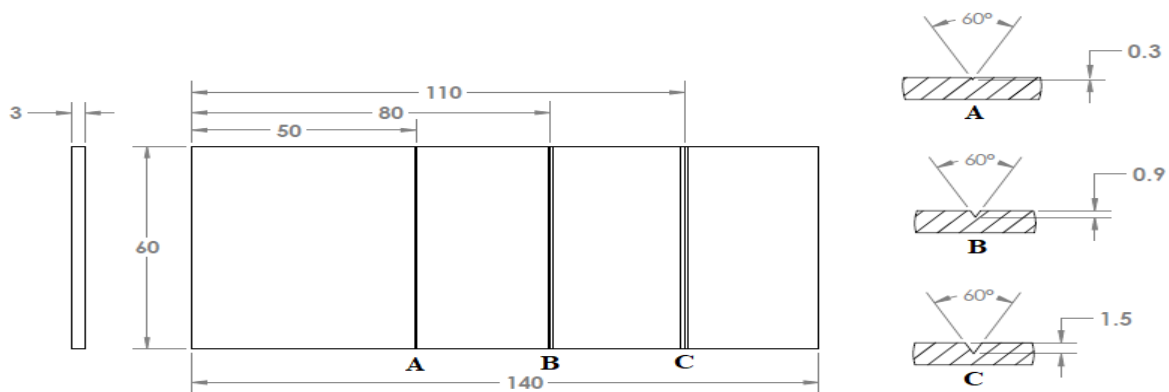
<sup>5</sup> Coiflet

<sup>6</sup> Gaussian

<sup>7</sup> ANSYS

تحلیل‌های مودال با نرم‌افزارهای اجزاء محدود، می‌توان با تقریب خوبی صفحه را بصورت جسم یکپارچه و صلب و بدون اثر لایه‌ها مدل‌سازی کرد. ماهیت اینگونه قطعات بر خلاف قطعات کامپوزیتی است که در تحلیل مودال نرم‌افزاری باید اثرات لایه‌ها و رزین را در نظر گرفت. تحلیل مودال اجزاء محدود انجام شده توسط جانسون<sup>۱</sup> برای نمونه‌های استاندارد تست کشش به شکل تیر که با روش ذوب انتخابی لیزری ساخته شده‌اند [۱۲]، نمونه‌ای از این شبیه‌سازی‌ها است که در آن قطعه تیر بدرستی بصورت یک جسم یکپارچه مدل شده است. لازم به یادآوری است، برای قطعات ذوب انتخابی لیزری که از پودرهای فلزی متداول مانند پودرهای زنگ نزن ۳۱۶ تولید شده‌اند و پارامترهای بهینه فرایندی آن‌ها جهت دستیابی به قطعه‌ای با حداکثر تراکم برای سازندگان آن کاملاً مشخص است، نتایج این نوع تحلیل مودال و مدل‌سازی کاملاً مناسب و پاسخگو است. در این مقاله نیز با آگاهی از این موضوع، تحلیل مودال عددی صفحات با فرض یک جسم صلب و یکپارچه انجام شده است که نحوه آن در ادامه شرح داده شده است.

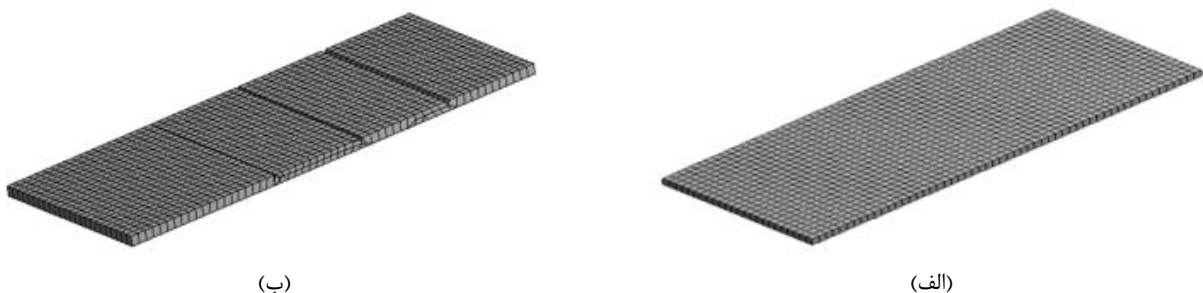
برای مکان‌یابی عیب از طریق تحلیل عددی، تحلیل مودال صفحات سالم و معیوب در نرم افزار انسیس انجام شد. بدین منظور صفحه‌ای که ابعاد هندسی آن در جدول ۲ آمده است، در نظر گرفته شد. مدل هندسی صفحه معیوب با ابعاد عیب‌ها در شکل ۲ نشان داده شده است. در این مدل درصد شدت عیب ترک بر اساس نسبت عمق نفوذ ترک به ضخامت صفحه، ۱۰ درصد، ۳۰ درصد و ۵۰ درصد می‌باشد.



شکل ۲ مدل هندسی صفحه معیوب

پس از مدل‌سازی صفحات سالم و معیوب، خواص ماده مطابق مقادیر جدول ۱ در نرم افزار تعریف گردید. در شکل ۳ مش‌بندی صفحه سالم و معیوب نشان داده شده است. برای افزایش دقت نتایج، ابعاد مش کوچک و اندازه المان‌ها  $2/5 \times 2/5$  میلی‌متر مربع انتخاب گردید.

در نهایت تحلیل فرکانسی صفحات سالم و معیوب با شرایط مرزی آزاد در بازه فرکانسی ۰ تا ۱۰ کیلوهرتز انجام شد و فرکانس‌ها بدست آمده‌اند. در جدول ۳ فرکانس‌های صفحات سالم و معیوب و درصد کاهش فرکانس قطعه معیوب نسبت به قطعه سالم نشان داده شده است.



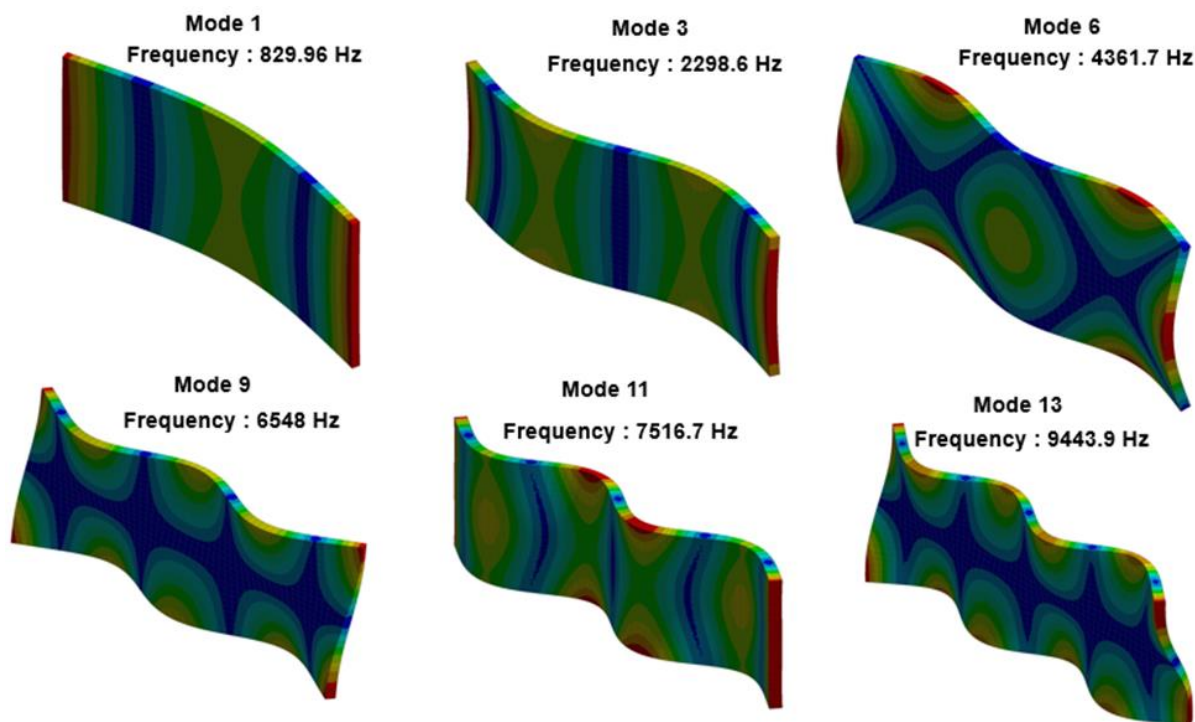
شکل ۳ مش‌بندی صفحه: (الف) صفحه سالم، (ب) صفحه معیوب

<sup>۱</sup> Johnson

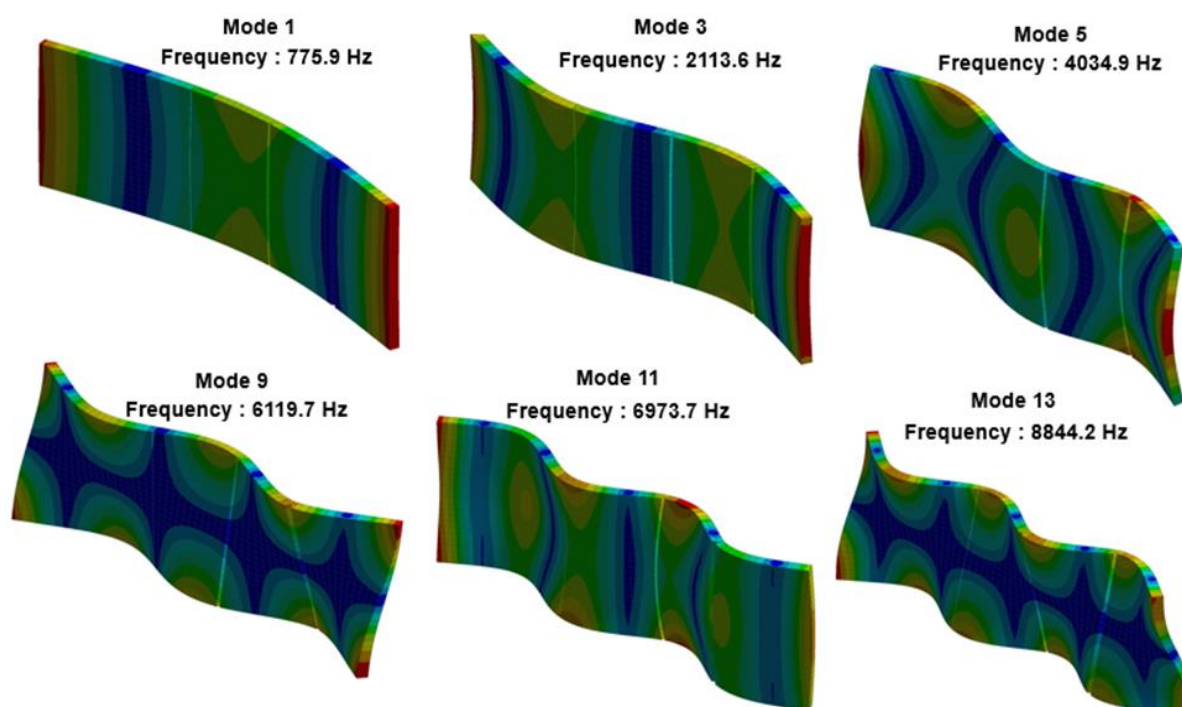
جدول ۳ اختلاف فرکانس صفحات سالم و معیوب

شماره مود	وضعیت شکل مود	فرکانس‌های طبیعی (Hz)		درصد کاهش فرکانس
		صفحه سالم	صفحه معیوب	
۱	یک خمش لبه طولی	۸۲۹/۹	۷۷۵/۹	۶/۵
۲		۱۱۷۶	۱۱۱۷/۱	۵
۳	دو خمش لبه طولی	۲۲۹۸/۶	۲۱۱۳/۶	۸
۴		۲۵۳۷/۳	۲۴۰۵/۷	۵/۲
۵		۴۲۷۴	۴۰۳۴/۹	۵/۶
۶	یک خمش لبه عرضی و سه خمش لبه طولی	۴۳۶۱/۷	۴۰۴۰/۲	۷/۴
۷		۴۸۰۸/۵	۴۵۱۴/۶	۶/۱
۸		۵۱۷۲/۳	۴۹۴۴	۴/۴
۹	دو خمش لبه عرضی و سه خمش لبه طولی	۶۵۴۸	۶۱۱۹/۷	۶/۵
۱۰		۶۷۳۲/۲	۶۴۰۴/۴	۴/۹
۱۱	چهار خمش لبه طولی	۷۵۱۶/۷	۶۹۷۳/۷	۷/۲
۱۲		۸۹۱۷/۳	۸۴۷۵/۶	۴/۹
۱۳	دو خمش لبه عرضی و چهار خمش لبه طولی	۹۴۴۳/۹	۸۸۴۴/۲	۶/۳

شکل ۴ شکل‌مدهای خمشی صفحه سالم و شکل ۵، شکل‌مدهای خمشی صفحه معیوب را نشان می‌دهد. کانتورهای رنگی در اشکال ۴ و ۵، نشان‌دهنده مقادیر جابجایی نسبی است که رنگ آبی، کمترین جابجایی نسبی و رنگ قرمز بیشترین جابجایی نسبی را نشان می‌دهد. با توجه به جدول ۳ و نمایش گرافیکی شکل‌مدها به نظر می‌رسد شناسایی عیب‌ها در یازدهمین شکل‌مود، بیشتر باشد چراکه در این مود هم اختلاف فرکانس بالایی مشاهده می‌شود و هم تعداد خمش‌های بیشتری در راستای طولی وجود دارد. این موضوع در شبیه‌سازی صحنه‌گذاری خواهد شد.

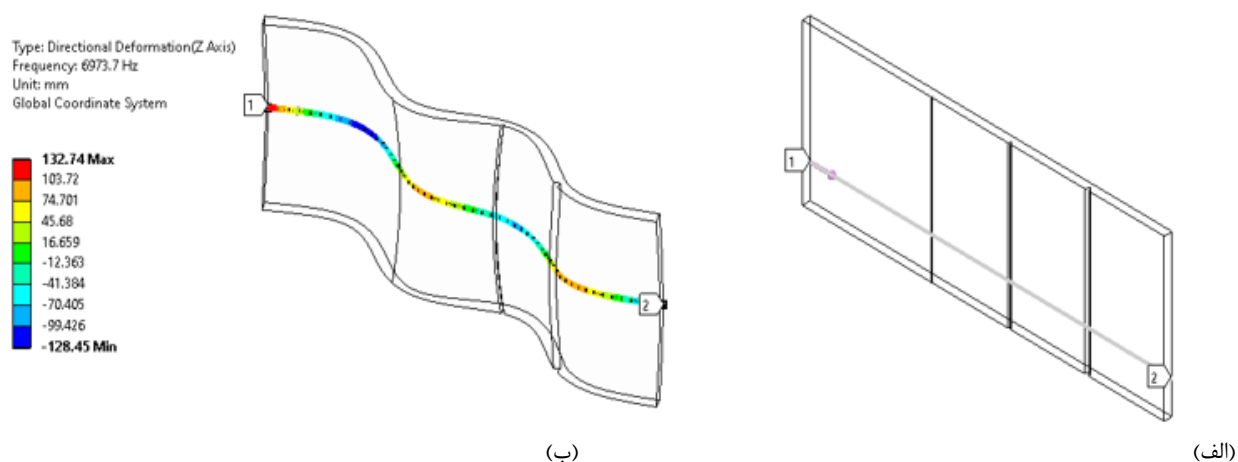


شکل ۴ شکل‌مدهای خمشی صفحه سالم



شکل ۵ شکل‌مدهای خمشی صفحه معیوب

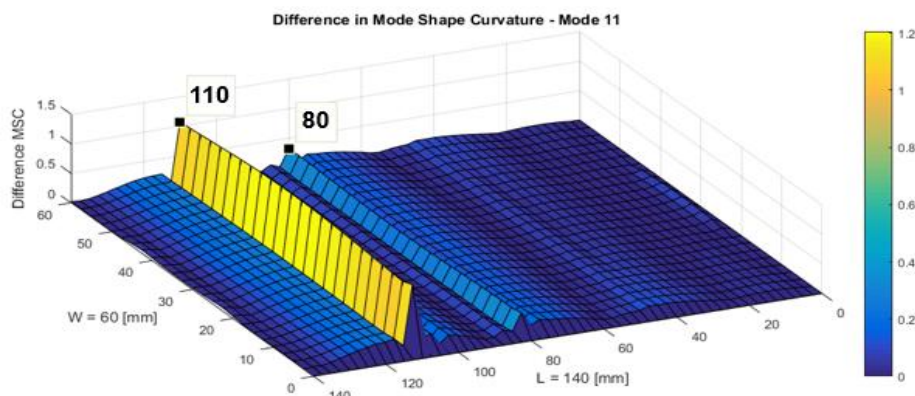
پس از استخراج شکل‌مدها، مقادیر جابجایی نسبی در نرم‌افزار با روش Scoping Method در امتداد مسیرهای موازی با لبه طولی صفحه به فواصل ۲/۵ میلی‌متر از یکدیگر برای یازدهمین شکل‌مود استخراج گردید که در شکل ۶ نشان داده شده است.



شکل ۶ (الف) نمونه معیوب (ب) مقادیر جابجایی نسبی در امتداد یک نمونه از مسیرها در جهت عمود بر صفحه

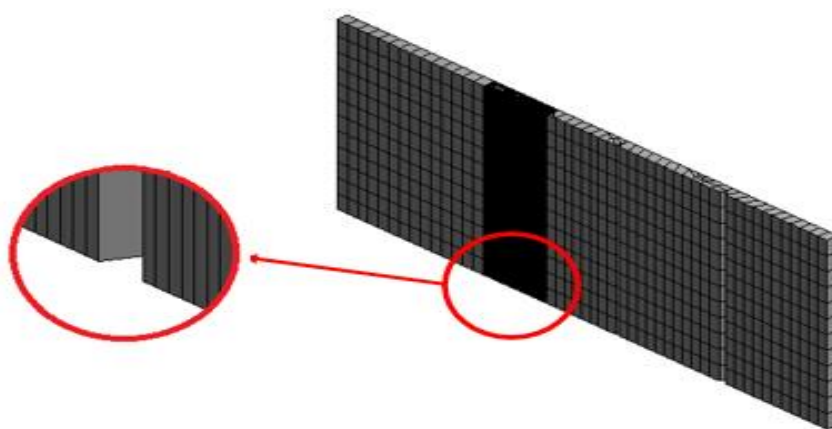
مقادیر جابجایی استخراج شده به‌عنوان اطلاعات ورودی وارد نرم‌افزار متلب<sup>۱</sup> گردید. این اطلاعات ورودی شامل دو ماتریس از مقادیر جابجایی نسبی برای صفحات سالم و معیوب بود که لازم بود با یکدیگر مقایسه گردند. با استفاده از کدنویسی در این نرم‌افزار، انحنای نقاط با روش تقریب تفاضل مرکزی محاسبه گردید. انحنای در لبه‌های مرزی صفحات با روش برون‌یابی Spline بدست آمد. در نهایت شاخص آسیب صفحه که بر اساس تغییر در انحنای شکل‌مود بود جهت شناسایی و مکان‌یابی عیب، تعیین گردید. شکل ۷ تغییر انحنای شکل‌مود بین صفحات سالم و معیوب را در یازدهمین شکل‌مود نشان می‌دهد.

<sup>۱</sup> Matlab



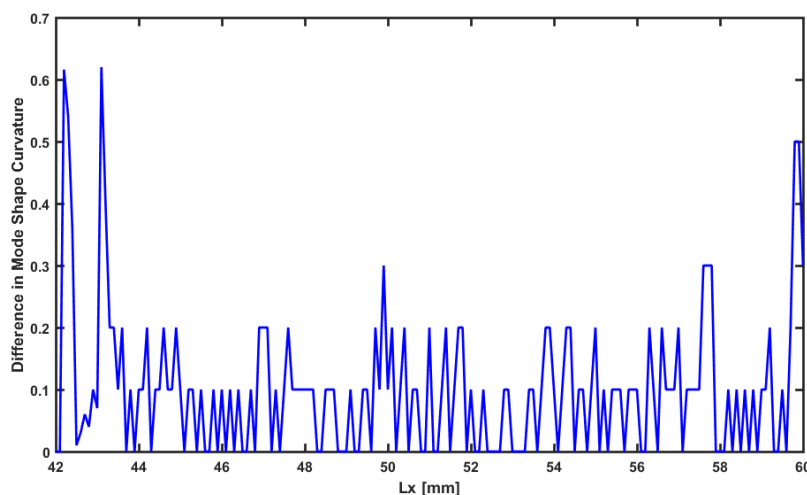
شکل ۷ تغییر انحنای شکل‌مود بین صفحات سالم و معیوب در یازدهمین شکل مود

در این شکل به‌وضوح، محل عیب با عمق‌های  $1/5$  میلی‌متر و  $0/9$  میلی‌متر به‌ترتیب در فواصل  $110$  میلی‌متر و  $80$  میلی‌متر از لبه عرضی به شکل قله‌هایی قابل مشاهده است. همچنین ملاحظه می‌گردد، هرچه عمق یا شدت عیب بیشتر بوده است، اندازه قله نیز بیشتر شده است. اما مکان عیب با عمق کوچک  $0/3$  میلی‌متر شناسایی نشده است. یک ایده برای یافتن این عیب ترک کوچک آن بود که در مجاورت محل رخداد آن که محل دقیق آن در فاصله  $50$  میلی‌متر از لبه عرضی صفحه بود، شبکه‌بندی به‌طور محلی کوچک‌تر گردیده و روش تغییر در انحنای شکل‌مود برای آن مورد بررسی قرار گیرد. بدین منظور در مجاورت محل عیب ترک کوچک، یعنی در یک محدوده تقریبی  $20$  میلی‌متر، شبکه‌بندی صفحه به گونه‌ای انجام گردید که فواصل گره‌ها در راستای طول صفحه از  $2/5$  میلی‌متر به مقدار  $0/1$  میلی‌متر کاهش یابد. شکل ۸ شبکه‌بندی محلی در مجاورت عیب ترک کوچک را نشان می‌دهد.



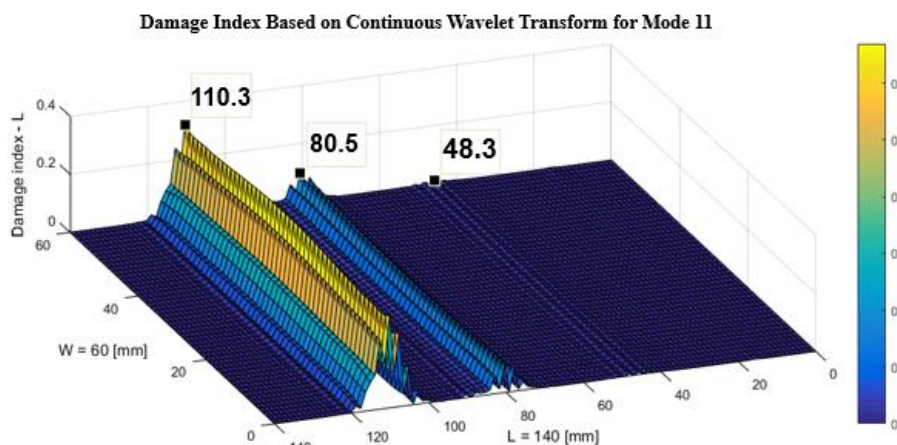
شکل ۸ شبکه‌بندی محلی در مجاورت عیب ترک کوچک با عمق  $0/3$  میلی‌متر

اگرچه به لحاظ عملی در آزمون‌مودال تجربی، جمع‌آوری این حجم از مقادیر جایجایی نسبی در فواصل بسیار کوچک، عملاً امکان‌پذیر نیست اما هدف، بررسی این موضوع بود که آیا در شبیه‌سازی و از لحاظ تئوری، روش تغییر در انحنای شکل‌مود با کوچک کردن محلی المان‌ها در مجاورت عیب، قادر به شناسایی ترک بسیار کوچک می‌باشد یا خیر. با توجه به آنکه در شبکه‌بندی، کوچک کردن فواصل گره‌ها تا مقدار  $0/1$  میلی‌متر، حجم محاسبات را به‌شدت افزایش می‌دهد برای کاهش حجم محاسبات، مسئله به‌صورت تک بعدی حل گردید. یعنی فقط در راستای طولی صفحه و برای گره‌های مرکزی قرار گرفته در مجاورت عیب ترک کوچک (در محدوده تقریبی  $20$  میلی‌متر)، اختلاف انحنای صفحات سالم و معیوب محاسبه گردید که در شکل ۹ نشان داده شده است. ملاحظه گردید که کوچک کردن بیش از حد المان‌ها و فواصل گره‌ها برای شناسایی عیب ترک کوچک بدلیل نوسانی شدن مقادیر انحنای بی‌فایده بوده و منجر به مکان‌یابی عیب ترک کوچک نمی‌گردد.



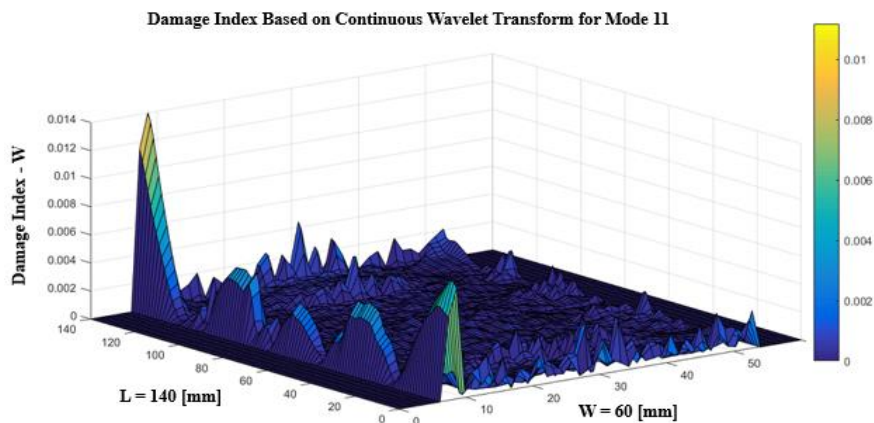
شکل ۹ اختلاف انحناء در راستای طولی صفحه برای گره‌های مرکزی قرار گرفته در مجاورت عیب‌ترک کوچک

بنابراین شبیه‌سازی‌ها نشان می‌دهد با روش تغییر انحنای شکل‌مود، امکان پیدا کردن مکان عیب‌ترک با عمق  $1/5$  میلی‌متر (شدت عیب ۵۰ درصد) به سهولت و پیدا کردن مکان عیب‌ترک با عمق  $0/9$  میلی‌متر (شدت عیب ۳۰ درصد) با اندکی دشواری امکان‌پذیر است. اما روش تغییر در انحنای شکل‌مود اگرچه در میان روش‌های عیب‌یابی مودال خود روش قدرتمندی در شناسایی عیب است اما به‌تنهایی قادر به شناسایی و مکان‌یابی عیب‌ترک با عمق  $0/3$  میلی‌متر (شدت عیب ۱۰ درصد) نمی‌باشد. از این رو در کار حاضر در تلاش برای یافتن این عیب کوچک، روش تبدیل‌موجک که در آن شکل‌مدهای ارتعاشی، به‌عنوان سیگنال ورودی انتخاب شده‌اند، مورد بررسی قرار گرفته است. این روش بر اساس الگوریتم تشخیص آسیب پیشنهادی مام عزیزی و خان احمدی [۲۷] است. الگوریتم پیشنهادی آنان مبتنی بر تبدیل‌موجک پیوسته یک‌بعدی است که در آن ابتدا شکل‌مدهای سالم و معیوب حاصل از تحلیل با نرم‌افزار اجزاء محدود به‌عنوان سیگنال‌های ورودی تبدیل‌موجک، به محیط نرم‌افزار متلب فراخوانی می‌شوند. سپس سیگنال‌های فراخوانی شده بر مبنای طول و عرض صفحه جهت افزایش دقت شاخص آسیب، درونیابی می‌شوند و پس از محاسبه زاویه بین شکل‌مدهای سالم و معیوب و محاسبه تفاضل یا مجموع شکل‌مدها براساس زاویه محاسبه شده، با تحلیل موجک پیوسته یک‌بعدی، ضرایب موجک در هریک از بعد طولی و عرضی صفحه به‌طور مجزأ محاسبه و در صفحه ترسیم می‌گردند. در شکل ۱۰ شاخص آسیب برای راستای طولی صفحه بر اساس تبدیل‌موجک برای یازدهمین شکل‌مود نشان داده شده است. همان‌گونه که مشاهده می‌شود، علاوه بر شناسایی و مکان‌یابی دقیق عیب‌ترک با عمق‌های  $1/5$  میلی‌متر و  $0/9$  میلی‌متر، مکان ترک کوچک  $0/3$  میلی‌متر نیز به‌صورت قله‌ای خفیف با خطای تقریبی ۴ درصد شناسایی شده است.

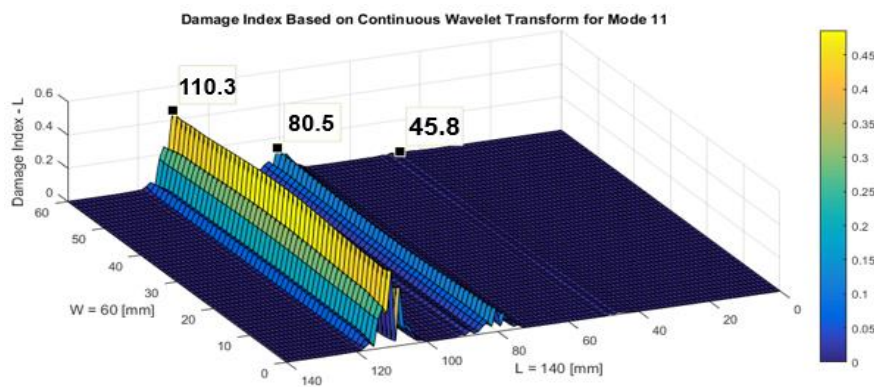


شکل ۱۰ شاخص آسیب برای راستای طولی صفحه بر اساس تبدیل‌موجک برای یازدهمین شکل‌مود

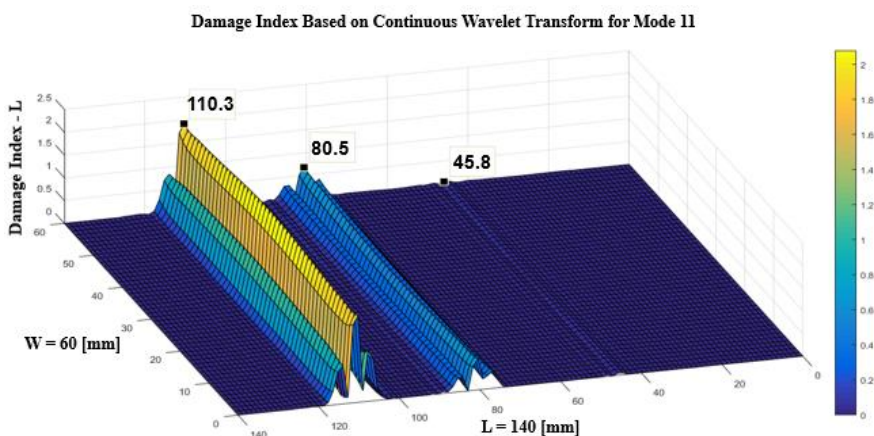
در شکل ۱۱، شاخص آسیب برای راستای عرضی صفحه بر اساس تبدیل موجک برای یازدهمین شکل‌مود نشان داده شده است. همانگونه که مشاهده می‌شود در راستای عرضی صفحه، ضرایب موجک به صورت اغتشاشات نامنظم هستند و اطلاعاتی درخصوص عیوب نمی‌دهند که علت آن قرارگیری عیوب ترک در راستای عمود بر لبه طولی صفحه است. بنابراین برای شناسایی و مکان‌یابی عیب ترک مورد مطالعه در این مقاله، محاسبه شاخص آسیب با روش تبدیل موجک در راستای طولی صفحه کفایت می‌کند. بررسی‌ها نشان می‌دهد که تابع موجک مادر *coif2* به‌عنوان یکی از توابع تحلیلی خانواده *Coiflet* عملکرد بهتری برای شناسایی و مکان‌یابی عیب‌ترک دارد. شاخص‌های آسیب در شکل‌های ۱۰ و ۱۱ با تابع موجک *coif2* و با مقیاس ۲ ترسیم شده است. توابع موجک *sym6* و *gaus4* نیز عملکردی مشابه *coif2* دارند اما توابع موجک خانواده *Daubechies* مانند *db4* چندان مناسب نبوده و مکان‌یابی عیب با خطای بیشتری انجام می‌گیرد. مقایسه این توابع در شکل‌های ۱۲، ۱۳ و ۱۴ نشان داده شده است.



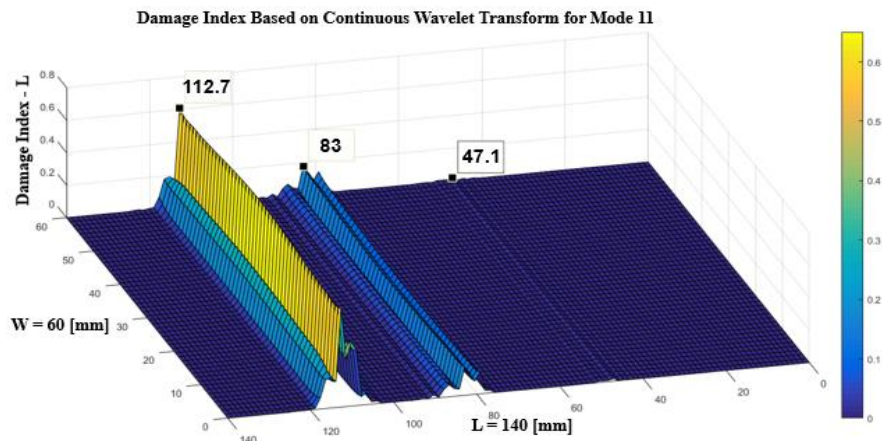
شکل ۱۱ شاخص آسیب برای راستای عرضی صفحه بر اساس تبدیل موجک برای یازدهمین شکل‌مود



شکل ۱۲ شاخص آسیب برای راستای طولی صفحه با تابع موجک *sym6*



شکل ۱۳ شاخص آسیب برای راستای طولی صفحه با تابع موجک *gaus4*



شکل ۱۴ شاخص آسیب برای راستای طولی صفحه با تابع موجک db4

### ۵-۲- استفاده از تحلیل مودال آزمایشگاهی برای شناسایی و مکان‌یابی عیب

برای تایید نتایج المان محدود، تعدادی صفحه با پودر فلزی 316L، به روش ذوب انتخابی لیزری با مشخصات ابعادی جدول ۲ با دستگاه SLM چاپ گردید. همچنین نمونه معیوب پس از چاپ مانند آنچه که در شکل ۲ در بخش تحلیل عددی نشان داده شد با ایجاد سه ترک با عمق‌های مختلف به کمک دستگاه وایرکات آماده گردید و در نهایت آزمون مودال بر روی آن‌ها انجام شد. آزمون مودال در آزمایشگاه مودال دانشگاه خواجه نصیرالدین طوسی انجام گرفت. برای ارزیابی تکرارپذیری نتایج آزمایشگاهی و به منظور حذف خطاهای بالقوه در حین فرایند اندازه‌گیری و پردازش سیگنال، آزمون مودال هر یک از صفحات سالم و معیوب سه مرتبه تکرار گردید. نمونه صفحه چاپ شده سالم و معیوب در شکل ۱۵ نشان داده شده است.



(ب)



(الف)

شکل ۱۵ نمونه صفحه چاپ شده از جنس 316L با روش ذوب انتخابی لیزری، (الف) صفحه سالم، (ب) صفحه معیوب

برای استخراج موده‌های خمشی، صفحه با ابعاد  $5 \times 10$  میلی‌متر مربع شبکه‌بندی و نشانه‌گذاری گردید و در مجموع ۲۰۳ نقطه یعنی ۲۹ نقطه به فاصله ۵ میلی‌متر از یکدیگر در جهت طولی صفحه در ۷ ردیف بر روی صفحه تحت آزمون مشخص گردید. پس از تحریک صفحه، نقاط مذکور جهت ثبت پاسخ، توسط ارتعاش‌سنج لیزری داپلر (OMETRON VH300+) مورد اسکن قرار گرفت. تحریک صفحه با اعمال نیروی رندم توسط شیکر مودال (B&K 4809) در محدوده فرکانسی صفر تا ۲۰ کیلوهرتز انجام گرفت تا فرکانس‌های طبیعی و شکل‌مدها بدست آیند. به‌منظور فراهم آوردن شرایط تکیه‌گاهی آزاد برای انجام آزمون مودال، صفحات سالم و معیوب با کش لاستیکی نرم که مقدار سفتی آن پایین است به فیکسچر آویزان شد. داده‌برداری با یک آنالایزر (B&K 2816) انجام و از منحنی‌های پاسخ فرکانسی با روش‌های برازش منحنی توسط نرم‌افزار B&K Pulse، فرکانس‌ها و شکل‌مدهای صفحات سالم و معیوب استخراج گردید. در شکل ۱۶ چیدمان آزمایشگاهی برای اجرای آزمون مودال نشان داده شده است.

نتایج فرکانس‌های طبیعی صفحه سالم و معیوب حاصل از آزمون مودال تجربی که از نمودارهای تابع پاسخ فرکانسی استخراج شده است در جدول ۴ ارائه شده است. همچنین در این جدول، درصد کاهش فرکانس‌های قطعه معیوب نسبت به قطعه سالم نشان داده شده است. همانگونه که ملاحظه می‌شود، انحراف معیار فرکانس‌های طبیعی اندازه‌گیری شده بسیار کوچک بوده و فراتر از مقدار [Hz] ۰/۰۶ نشده است که نشان‌دهنده تکرارپذیری خوب اندازه‌گیری‌ها است.



(ب)



(الف)

شکل ۱۶ چیدمان آزمایشگاهی، (الف) تحریک پلیت معیوب توسط شیکر و ثبت پاسخ با ارتعاش‌سنج لیزری، (ب) نمونه نقطه اسکن شده توسط ارتعاش‌سنج لیزری

جدول ۴ نتایج فرکانس‌های طبیعی صفحه سالم و معیوب حاصل از آزمون تجربی

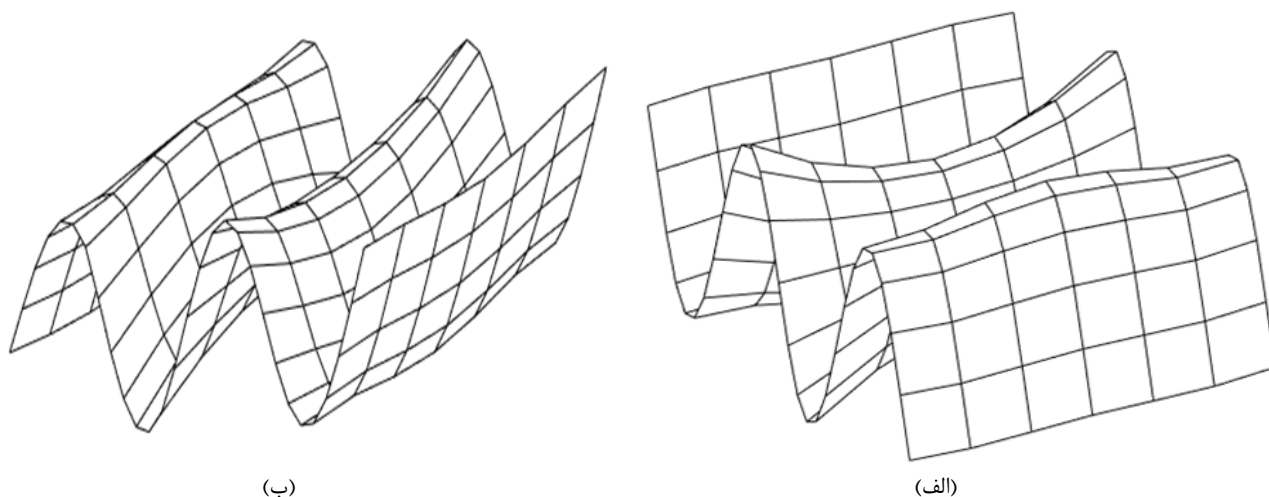
شماره مود	فرکانس‌های طبیعی			
	قطعه معیوب		قطعه سالم	
	انحراف معیار [Hz]	میانگین [Hz]	انحراف معیار [Hz]	میانگین [Hz]
۱	۰/۰۰۱۴	۴۹۰/۸	۰/۰۰۱۵	۷۸۰
۲	۰/۰۰۱۹	۷۸۲/۵	۰/۰۰۱۸	۱۰۹۴
۳	---	---	---	---
۴	۰/۰۰۱۵	۲۴۸۱	۰/۰۰۱۳	۲۵۹۴
۵	۰/۰۰۲۱	۴۱۰۱	۰/۰۰۱۴	۴۱۶۴
۶	---	---	۰/۰۰۳۲	۴۲۱۷
۷	۰/۰۰۳۱	۴۷۴۳	۰/۰۰۲۱	۴۹۰۰
۸	---	---	---	---
۹	۰/۰۵۹۲	۵۹۰۱	۰/۰۵۷۸	۶۱۸۲
۱۰	---	---	---	---
۱۱	۰/۰۴۶۳	۶۷۹۶	۰/۰۴۵۲	۷۲۴۴
۱۲	۰/۰۴۸۲	۸۱۶۵	۰/۰۴۶۳	۸۲۹۱

همچنین در جدول ۵ فرکانس‌های طبیعی بدست آمده از دو روش تجربی و شبیه‌سازی (عددی) برای قطعه سالم مقایسه شده‌اند. مقادیر فرکانس‌های طبیعی صفحه سالم در آزمون‌مودال تجربی که در جدول ۵ نشان داده شده است، مقادیر میانگین هستند که انحراف معیار آن‌ها در جدول ۴ نشان داده شد. همان‌طوریکه مشاهده می‌شود، نتایج آزمون تجربی و شبیه‌سازی تطابق خوبی با هم دارند. باید توجه داشت که اختلاف نتایج دو روش از آنجا ناشی می‌شود که حل شبیه‌سازی، فرکانس‌های طبیعی صفحه را در وضعیت ایده‌آل نشان می‌دهد. درحالی‌که اتصال شیکر به صفحه برای تحریک، شرایط مرزی آزاد صفحه را در آزمایشگاه تحت تأثیر خود قرار می‌دهد. همچنین بعضی فرکانس‌ها در روش شبیه‌سازی بدست آمده ولی در روش تجربی مشاهده نشده‌اند (ردیف‌ها ۳، ۸، ۱۰).

جدول ۵ نتایج فرکانس‌های طبیعی صفحه سالم حاصل از آزمون تجربی و المان محدود

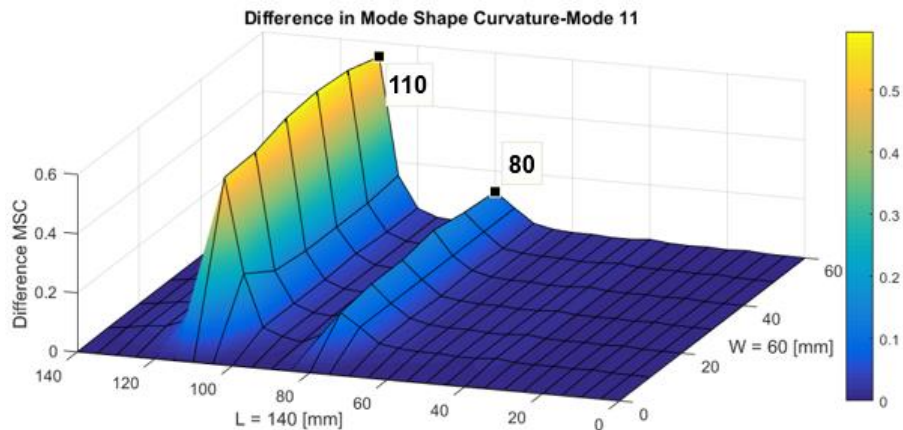
شماره مود	فرکانس‌های طبیعی صفحه سالم [Hz]		درصد خطا نسبت به آزمون تجربی
	المان محدود	آزمون تجربی	
۱	۸۲۹	۷۸۰	۶/۲
۲	۱۱۷۶	۱۰۹۴	۷/۵
۳	۲۲۹۸/۶	---	---
۴	۲۵۳۷/۳	۲۵۹۴	۲/۲
۵	۴۲۷۴	۴۱۶۴	۲/۶
۶	۴۳۶۱/۷	۴۲۱۷	۳/۴
۷	۴۸۰۸/۵	۴۹۰۰	۱/۹
۸	۵۱۷۲/۳	---	---
۹	۶۵۴۸	۶۱۸۲	۵/۹
۱۰	۶۷۳۲/۲	---	---
۱۱	۷۵۱۶/۷	۷۲۴۴	۳/۷
۱۲	۸۹۱۷/۳	۸۲۹۱	۷/۵

پس از تعیین فرکانس‌های طبیعی در آزمون مودال تجربی، یازدهمین شکل‌مود فرکانسی صفحات سالم و معیوب استخراج گردید که در شکل ۱۷ نشان داده شده است. این مود فرکانسی، مودی می‌باشد که در آن بیشترین احتمال شناسایی عیب بواسطه تعداد خمش بیشتر صفحه وجود داشت. به لحاظ ظاهری تفاوتی بین شکل‌مودهای صفحه سالم و معیوب دیده نمی‌شود که علت آن کوچک‌بودن ابعاد عیب است.



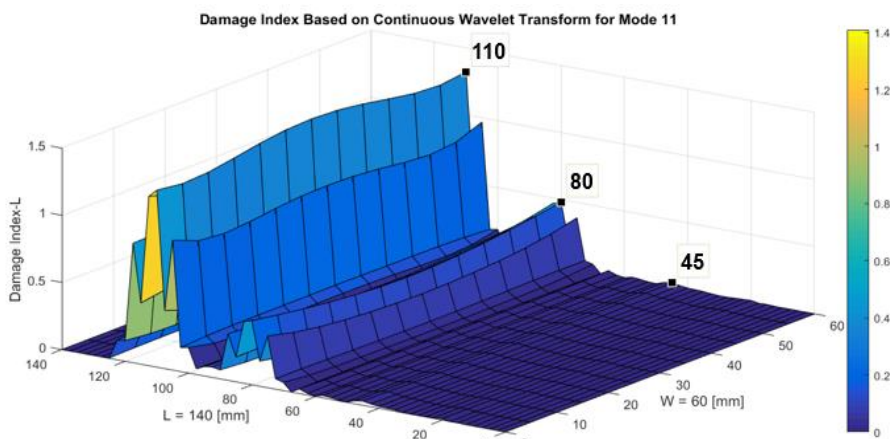
شکل ۱۷ یازدهمین شکل‌مود فرکانسی در آزمون مودال تجربی، الف) صفحه سالم، ب) صفحه معیوب

پس از استخراج شکل‌مودها در آزمون مودال تجربی، پاسخ نقاط اسکن شده صفحات سالم و معیوب توسط ارتعاش‌سنج لیزری، در قالب دو ماتریس که یکی برای صفحه سالم و دیگری برای صفحه معیوب بود به عنوان داده ورودی وارد نرم‌افزار متلب گردید. ابتدا داده‌ها با روش تغییر در انحنای شکل‌مود مورد بررسی قرار گرفت که نتایج مکان‌یابی عیب در شکل ۱۸ نشان داده شده است. نتایج آزمون مودال تجربی، مشابه شبیه‌سازی عددی بود. همان‌گونه که انتظار می‌رفت با روش تغییر در انحنای شکل‌مود فقط دو ترک با عمق ۱/۵ میلی‌متر و ۰/۹ میلی‌متر شناسایی گردید و روش مذکور موفق به شناسایی ترک کوچک با عمق ۰/۳ میلی‌متر نگردید.



شکل ۱۸ تغییر انحنای شکل‌مدهای سالم و معیوب در یازدهمین شکل‌مود در آزمون‌مودال تجربی

در نهایت داده‌های حاصل از آزمون‌مودال تجربی جهت شناسایی عیب‌ترک کوچک  $0.3$  میلی‌متر با روش تبدیل‌موجک مورد بررسی قرار گرفت. بدین صورت که داده‌های ماتریس شکل‌مود صفحه سالم و معیوب به‌عنوان سیگنال‌های ورودی تبدیل‌موجک وارد نرم‌افزار متلب گردید، سپس از طریق کدنویسی، سیگنال‌های فراخوانی شده بر مبنای طول و عرض صفحه جهت افزایش دقت شاخص آسیب، درون‌یابی شده و پس از محاسبه زاویه بین شکل‌مدهای سالم و معیوب و محاسبه تفاضل یا مجموع شکل‌مدها بر اساس زاویه محاسبه شده، با روش تبدیل‌موجک پیوسته یک‌بعدی، ضرایب موجک در راستای طولی صفحه محاسبه و در نهایت شاخص آسیب ترسیم گردید که در شکل ۱۹ نشان داده شده است. همان‌گونه که مشاهده می‌شود، علاوه بر شناسایی و مکان‌یابی دقیق عیب‌ترک با عمق‌های  $1/5$  میلی‌متر و  $0.9$  میلی‌متر، مکان ترک کوچک  $0.3$  میلی‌متر نیز به صورت قله‌ای خفیف با خطای تقریبی  $10$  درصد شناسایی شده است.



شکل ۱۹ شاخص آسیب برای راستای طولی صفحه براساس تبدیل‌موجک برای یازدهمین شکل‌مود در آزمون‌مودال تجربی

## ۶- نتیجه‌گیری

از آنجاکه به‌منظور شناسایی عیب در قطعات ساخت‌افزایشی، روش‌های متنوع عیب‌یابی مودال به‌عنوان روش‌هایی ارتعاشی پایه در کنار سایر روش‌های بازرسی غیرمخرب در اینگونه قطعات، بدلیل قابلیت‌های منحصر‌بفردی مانند تشخیص عیب به‌صورت سراسری بدون تمرکز بر روی نواحی خاصی از سازه، مورد توجه محققان قرار گرفته‌است. در این مقاله در راستای توسعه و تکمیل این تحقیقات به‌طور خاص دو روش عیب‌یابی مودال جهت شناسایی و مکان‌یابی عیب‌ترک با عمق‌های کوچک در یک صفحه فولادی ساخت‌افزایشی، مورد تحقیق و بررسی قرار گرفته است. این دو روش عبارتند از انحنای شکل‌مود و روش تبدیل‌موجک. داده‌های ورودی اولیه جهت شناسایی عیب‌ترک در هر دو روش، شکل‌مدهای صفحات سالم و معیوب بوده است. در این مقاله قدرتمندی این دو روش جهت شناسایی

عیب‌ترک کوچک با یکدیگر مقایسه شده است. این مقایسه ابتدا از طریق شبیه‌سازی عددی انجام شده است و سپس در آزمون‌مودال تجربی مورد صحت‌گذاری قرار گرفته است. صفحات سالم و معیوب مورد تحقیق ساخته شده با روش ذوب انتخابی لیزری، دارای ابعادی کوچک هستند که ناشی از محدودیت محفظه ساخت دستگاه چاپ می‌باشد. جهت ایجاد صفحه معیوب، ترک‌هایی با عمق‌های مختلف به صورت عمدی با دستگاه وایرکات در فواصل مشخصی بر روی صفحه ایجاد شده است. کوچک‌بودن ابعاد قطعه در کنار کوچک‌بودن اندازه عیب‌ترک، چالش‌های مختلفی را دنبال داشته است از جمله این چالش‌ها، تحریک فرکانس بالای قطعه و داده‌برداری تعداد نقاط زیادی از صفحه جهت استخراج مطلوب‌ترین شکل‌مود برای عیب‌یابی بوده است. نتایج حاصل از مطالعه حاضر به صورت زیر قابل بیان می‌باشد:

- شبیه‌سازی عددی و آزمون‌مودال تجربی نشان می‌دهد که در یک صفحه ساخت‌افزایشی با ویژگی ابعاد کوچک و عمق ترک اندک، چنانچه از روش‌های مودال عیب‌یابی مبتنی بر شکل‌مود استفاده گردد، برای افزایش شانس شناسایی عیب‌ترک لازم است مودهای فرکانسی بالاتر صفحه تحریک شوند چراکه این کار منجر به افزایش تعداد خمش‌های صفحه خصوصاً خمش‌های لبه طولی آن گردیده و احتمال موفقیت در عیب‌یابی را افزایش می‌دهد. در کار حاضر شناسایی عیب‌ترک در یازدهمین مود فرکانسی اتفاق افتاد.
- شبیه‌سازی عددی و آزمون‌مودال تجربی نشان می‌دهد که شناسایی چند عیب‌ترک که همزمان در یک صفحه ساخت‌افزایشی رخ داده است، با هر دو روش تغییر در انحنای شکل‌مود و تبدیل موجک، امکان‌پذیر است. در کار حاضر شناسایی و مکان‌یابی سه ترک با عمق‌های  $0/3$  میلی‌متر (شدت  $10$  درصد)،  $0/9$  میلی‌متر (شدت  $30$  درصد) و  $1/5$  میلی‌متر (شدت  $50$  درصد) که به ترتیب در فواصل  $50$  میلی‌متر،  $80$  میلی‌متر و  $110$  میلی‌متر از لبه عرضی صفحه قرار داشتند، دنبال گردید.
- شبیه‌سازی عددی و آزمون‌مودال تجربی نشان می‌دهد که برای یک صفحه ساخت‌افزایشی، شناسایی و مکان‌یابی عیب‌ترک با روش تغییر در انحنای شکل‌مود تا عمق  $0/9$  میلی‌متر امکان‌پذیر بوده اما این روش قابلیت شناسایی عیب‌ترک با عمق کوچک‌تر مانند  $0/3$  میلی‌متر را ندارد. شبیه‌سازی عددی نشان داد حتی با کوچک کردن شبکه‌بندی به صورت محلی در مجاورت عیب و محاسبه انحنای نقاط مجاور عیب نیز امکان شناسایی آن وجود ندارد. در کار حاضر شبکه‌بندی تا مقدار  $0/1$  میلی‌متر نیز کوچک گردید و مکان‌یابی عیب‌ترک با روش تغییر انحنای شکل‌مود، مورد تحقیق و بررسی قرار گرفت.
- شبیه‌سازی عددی و آزمون‌مودال تجربی نشان می‌دهد که برای یک صفحه ساخت‌افزایشی، با بکارگیری روش‌های پردازش سیگنال مانند روش تبدیل موجک که در آن از شکل‌مود ارتعاشی به‌عنوان سیگنال ورودی استفاده شده است، از طریق درونیابی سیگنال‌های فراخوانی شده و محاسبه زاویه بین شکل‌مودهای صفحات سالم و معیوب و تحلیل موجک پیوسته یک-بعدی و محاسبه ضرایب موجک در هریک از بعد طولی و عرضی صفحه، با مقداری خطا، امکان شناسایی ترک با عمق کوچک  $0/3$  میلی‌متر نیز وجود دارد. در شبیه‌سازی عددی، مکان‌یابی ترک کوچک  $0/3$  میلی‌متر با  $4$  درصد خطا و در آزمون‌مودال تجربی با  $10$  درصد خطا انجام گرفت. در آزمون‌مودال تجربی با افزایش اسکن پاسخ نقاط صفحه توسط ارتعاش‌سنج لیزری، می‌توان خطا را کاهش داد.
- نتایج موفق عیب‌یابی مودال در آزمون‌مودال تجربی و همچنین اختلاف کمتر از  $8$  درصد نتایج تحلیل فرکانسی حاصل از تحلیل مودال عددی و آزمون‌مودال تجربی برای نمونه صفحه سالم ساخت‌افزایشی در کنار ماهیت تولید اینگونه قطعات به‌خصوص برای صفحات چاپ شده با روش ذوب انتخابی لیزری و پودر فلزی 316L که پارامترهای بهینه فرایندی آن‌ها جهت دستیابی به قطعه‌ای با حداکثر تراکم برای سازندگان آن کاملاً مشخص است، نشان می‌دهد که مدلسازی صفحه در تحلیل مودال عددی به‌صورت یک جسم صلب بدون در نظر گرفتن اثر لایه‌ها، به لحاظ کاربردی کاملاً منطقی است.

## فهرست علائم

$M_x$  ممان خمشی در جهت  $x$

$M_y$  ممان خمشی در جهت  $y$

$M_{xy}$  ممان پیچشی در صفحه  $x - y$

$D$	سفتی خمشی (N.mm)
$w_{(x_i, y_i)}$	خیز صفحه (mm)
$h$	ضخامت صفحه (mm)
$l_x$	طول ثابت المان در راستای x
$l_y$	طول ثابت المان در راستای y
$k$	شماره شکل مود

## علائم یونانی

 $\nu$  نسبت پواسون

## References

- [1] Olsson A, Helsing MS, Rennie AR. New possibilities using additive manufacturing with materials that are difficult to process and with complex structures. *Physica Scripta*. 2017 Apr 21;92(5):053002. doi: [10.1088/1402-4896/aa694e](https://doi.org/10.1088/1402-4896/aa694e)
- [2] Sefene EM. State-of-the-art of selective laser melting process: A comprehensive review. *Journal of Manufacturing Systems*. 2022 Apr 1;63:250-74. doi: [10.1016/j.jmsy.2022.04.002](https://doi.org/10.1016/j.jmsy.2022.04.002)
- [3] Zhang B, Li Y, Bai Q. Defect formation mechanisms in selective laser melting: a review. *Chinese Journal of Mechanical Engineering*. 2017 May;30(3):515-27. doi: [10.1007/s10033-017-0121-5](https://doi.org/10.1007/s10033-017-0121-5)
- [4] Gu D, Hagedorn YC, Meiners W, Meng G, Batista RJ, Wissenbach K, Poprawe R. Densification behavior, microstructure evolution, and wear performance of selective laser melting processed commercially pure titanium. *Acta materialia*. 2012 May 1;60(9):3849-60. doi: [10.1016/j.actamat.2012.04.006](https://doi.org/10.1016/j.actamat.2012.04.006)
- [5] Zhang S, Gui Z, Wei S. Cracking behavior and formation mechanism of TC4 alloy formed by selective laser melting. *Journal of Mechanical Engineering*. 2013 Jan;49(23):21-7.
- [6] Li R, Shi Y, Wang Z, Wang L, Liu J, Jiang W. Densification behavior of gas and water atomized 316L stainless steel powder during selective laser melting. *Applied surface science*. 2010 Apr 15;256(13):4350-6. doi: [10.1016/j.apsusc.2010.02.030](https://doi.org/10.1016/j.apsusc.2010.02.030)
- [7] Sun X, Ilanko S, Mochida Y, Tighe RC. A review on vibration-based damage detection methods for civil structures. *Vibration*. 2023 Oct 11;6(4):843-75. doi: [10.3390/vibration6040051](https://doi.org/10.3390/vibration6040051)
- [8] Fan W, Qiao P. Vibration-based damage identification methods: a review and comparative study. *Structural health monitoring*. 2011 Jan;10(1):83-111. doi: [10.1177/1475921710365419](https://doi.org/10.1177/1475921710365419)
- [9] Pribe JD, West BM, Gegel ML, Hartwig T, Lunn T, Brown B, et al. Modal Response as a validation technique for metal parts fabricated with selective laser melting. In: *Proceedings of the 27th Annual International Solid Freeform Fabrication Symposium*; 2016 Aug; Austin, TX. Austin: University of Texas at Austin; 2016. p. 151-74.
- [10] West BM, Capps NE, Urban JS, Pribe JD, Hartwig TJ, Lunn TD, et al. Modal analysis of metal additive manufactured parts. *Manufacturing Letters*. 2017 Aug 1;13:30-3. doi: [10.1016/j.mfglet.2017.06.001](https://doi.org/10.1016/j.mfglet.2017.06.001)
- [11] Urban J, Capps N, West B, Hartwig T, Brown B, Landers R, et al. Towards defect detection in metal SLM parts using modal analysis "fingerprinting". In: *Proceedings of the Solid Freeform Fabrication Symposium*; 2017 Aug 9; Austin, TX. Austin: University of Texas at Austin; 2017. p. 2504-15. doi: [10.26153/tsw/16969](https://doi.org/10.26153/tsw/16969)
- [12] Johnson K, Allen A, Blough J, Barnard A, Labyak D, Hartwig T, et al. Dynamic defect detection in additively manufactured parts using FEA simulation. In: *Proceedings of the 30th Annual International Solid Freeform Fabrication Symposium*; 2019; Austin, TX. Austin: University of Texas at Austin; 2019. p. 1281-96. doi: [10.26153/tsw/17359](https://doi.org/10.26153/tsw/17359)
- [13] Cullom T, Hartwig T, Brown B, Johnson K, Blough J, Barnard A, et al. Effects of identical parts on a common build plate on the modal analysis of SLM created metal. In: *Proceedings of the Solid Freeform Fabrication Symposium*; 2018; Austin, TX. Austin: University of Texas at Austin; 2018. p. 2254-66. doi: [10.26153/tsw/17219](https://doi.org/10.26153/tsw/17219)
- [14] Allen AM. Dynamic testing: an experimental approach to defect identification in additive manufactured parts [master's thesis]. Houghton (MI): Michigan Technological University; 2020.
- [15] Deonarain G, Blough E, Blough J. Frequency domain assurance criterion for defect detection in additively manufactured parts. Kansas City Nuclear Security Campus (KCNSC), Kansas City, MO (United States); 2022 Sep 1.
- [16] Walker JP. Damage detection in direct metal laser sintered parts using vibration mode shapes. Western Carolina University; 2019.

- [17] Pandey AK, Biswas M, Samman MM. Damage detection from changes in curvature mode shapes. *Journal of sound and vibration*. 1991 Mar 8;145(2):321-32. doi: [10.1016/0022-460X\(91\)90595-B](https://doi.org/10.1016/0022-460X(91)90595-B)
- [18] Rao SS. *Vibration of continuous systems*. John Wiley & Sons; 2019 Mar 6.
- [19] Navabian N, Bozorgnasab M, Taghipour R, Yazdanpanah O. Damage identification in plate-like structure using mode shape derivatives. *Archive of Applied Mechanics*. 2016 May;86(5):819-30. doi: [10.1007/s00419-015-1064-X](https://doi.org/10.1007/s00419-015-1064-X)
- [20] Pastor M, Binda M, Harčarik T. Modal assurance criterion. *Procedia Engineering*. 2012 Jan 1;48:543-8. doi: [10.1016/j.proeng.2012.09.551](https://doi.org/10.1016/j.proeng.2012.09.551)
- [21] Khanahmadi M, Rezayfar O, Gholhaki M. Damage detection of prefabricated walls (panel 3D plates) based on wavelet transform detection algorithm. *Journal of Structural and Construction Engineering*. 2021 Oct 23;8(8):289-309. doi: [10.22065/jsce.2019.197470.1923](https://doi.org/10.22065/jsce.2019.197470.1923) [In Persian]
- [22] Ahmadnejad Zarnaghi A, Tarighat A. Damage localization in plate-like structures using wavelet energy analysis. *Journal of Modeling in Engineering*. 2018 Jun 22;16(53):299-313. doi: [10.22075/jme.2017.5623](https://doi.org/10.22075/jme.2017.5623) [In Persian]
- [23] Gao RX, Yan R. *Wavelets: Theory and applications for manufacturing*. Springer Science & Business Media; 2010 Dec 7. doi: [10.1007/978-1-4419-1545-0](https://doi.org/10.1007/978-1-4419-1545-0)
- [24] Hester D, González A. A wavelet-based damage detection algorithm based on bridge acceleration response to a vehicle. *Mechanical Systems and Signal Processing*. 2012 Apr 1;28:145-66. doi: [10.1016/j.ymssp.2011.06.007](https://doi.org/10.1016/j.ymssp.2011.06.007)
- [25] Solís M, Ma Q, Galvín P. Damage detection in beams from modal and wavelet analysis using a stationary roving mass and noise estimation. *Strain*. 2018 Apr;54(2):e12266. doi: [10.1111/str.12266](https://doi.org/10.1111/str.12266)
- [26] Ramesh L, Rao PS. Damage detection in structural beams using model strain energy method and wavelet transform approach. *Materials Today: Proceedings*. 2018 Jan 1;5(9):19565-75. doi: [10.1016/j.matpr.2018.06.318](https://doi.org/10.1016/j.matpr.2018.06.318)
- [27] Mamazizi A, Khanahmadi M. Damage identification in steel plates using a detection algorithm based on 1D continuous wavelet transform and 2D vibration mode shapes. *Sharif Journal of Civil Engineering*. 2023 May 22;39(1):59-69. doi: [10.24200/j30.2022.61052.3143](https://doi.org/10.24200/j30.2022.61052.3143) [In Persian]