



تحلیل و ارزیابی تلفات انرژی در موتور هیدرولیکی با ساختار دنده‌ای در شرایط کاری مختلف

پژمان نیک اندیش*

گروه مهندسی مکانیک، دانشگاه صنعتی جندی‌شاپور دزفول، دزفول، ایران

* ایمیل نویسنده مسئول: nikandish@jsu.ac.ir

اطلاعات مقاله

مقاله پژوهشی

دریافت: ۱ اسفند ۱۴۰۳

پذیرش: ۴ اردیبهشت ۱۴۰۴

کلیدواژگان:

موتور هیدرولیکی

تلفات انرژی

انتقال توان

ارزیابی تجربی

چکیده

در این مقاله، مدلی ریاضی برای تعیین کمیت‌های مرتبط با هدر رفت انرژی در موتورهای هیدرولیکی، در شرایط کاری مختلف، ارائه شده است. برای ارزیابی دقت عمل مدل ریاضی، طراحی و ساخت سامانه‌ی انتقال توان هیدرولیکی شامل موتور هیدرولیکی دنده‌ای مدل M25MF، انجام گرفت. بررسی‌ها نشان داد که نتایج حاصل از حل مجموعه روابط ریاضی برای تخمین راندمان حجمی موتور دنده‌ای مدل M25MF، با نتایج تجربی در نسبت‌های فشار ۰/۴ و ۱، به طور متوسط در حدود ۳/۹ و ۴/۱ درصد اختلاف دارند. این در حالی است که نتایج حاصل از اندازه‌گیری راندمان کل موتور M25MF، در نسبت‌های فشار ۰/۴۹ و ۱، به طور متوسط در حدود ۴/۸ و ۵/۱ درصد، با نتایج حاصل از حل مدل ریاضی، اختلاف دارند. همچنین، در نسبت‌های فشار ۰/۴ و ۱، اختلاف میان روند تغییرات دبی روغن ورودی به موتور هیدرولیکی دنده‌ای مدل M25MF، حاصل از حل مدل ریاضی و اندازه‌گیری‌های تجربی، به طور متوسط در حدود ۳/۱ و ۳/۶ درصد، تعیین گردید. بررسی‌های بیشتر نشان داد که روند تغییرات راندمان‌های حجمی و کل موتور هیدرولیکی دنده‌ای، بر حسب سرعت دورانی محور ورودی، در نسبت‌های فشار مختلف، شامل ناحیه‌ی بی‌اثر نبود. از سوی دیگر، راندمان کل موتور هیدرولیکی دنده‌ای در محدوده‌ی معینی از سرعت محور خروجی آن، بیشینه تعیین گردید. در ضمن، محدوده‌ی سرعت محور موتور هیدرولیکی برای دستیابی به عملکرد بهینه‌ی آن، تحت تاثیر اختلاف فشار روغن در مجاری ورودی و خروجی قرار می‌گیرد.

Analysis and evaluation of energy losses in a hydraulic motor with a gear structure under different working conditions

Pezhman Nikandish*

Assistant Professor, Department of Mechanical Engineering, Jundi-Shapur University of Technology, Dezful, Iran

* Corresponding Author's Email: nikandish@jsu.ac.ir

Article Information

Original Research Paper

Received: 19 February 2025

Accepted: 24 April 2025

Keywords:

Hydraulic Motor

Energy Losses

Power Transmission

Experimental Evaluation

Abstract

In this paper, a mathematical model is presented to determine the quantities related to energy loss in hydraulic motors under various operating conditions. To validate the accuracy of the mathematical model, a hydraulic power transmission system was designed and constructed, incorporating the M25MF motor. The findings showed that the results of solving the set of mathematical relationships to estimate the volumetric efficiency of the gear motor differ from experimental results, with average discrepancies of 3.9% and 4.1% at pressure ratios of 0.4 and 1, respectively. However, the results of measuring the total efficiency of the M25MF motor, with the results obtained by solving the mathematical model, at pressure ratios of 0.49 and 1, differ, on average, by about 4.8 and 5.1%. Additionally, at pressure ratios of 0.4 and 1, the difference between the trend of changes in the oil flow rate entering the gear motor, resulting from the mathematical model solution and experimental measurements, was determined to be about 1.3 and 3.6%. Further investigations showed that the trend of changes in volumetric and total efficiencies of the gear motor, depending on the input shaft rotational speed, at different pressure ratios, did not include the dead zone. On the other hand, the total efficiency of the gear motor was determined to be maximum within a specific range of its output shaft speed. Meanwhile, the speed range of the motor shaft to achieve its optimal performance is affected by the difference in oil pressure in the inlet and outlet ports.

Please cite this article using:

Nikandish P. Analysis and evaluation of energy losses in a hydraulic motor with a gear structure under different working conditions. Iranian Journal of Manufacturing Engineering. 2025 Jun 22;12(4):1-15. doi: 10.22034/ijme.2025.507717.2049 [In Persian]

برای ارجاع به این مقاله از عبارت ذیل استفاده نمایید:

۱- مقدمه

ارزیابی کمیت‌های مرتبط با تلفات انرژی در موتورهای هیدرولیکی (راندمان حجمی و راندمان کل)، برای کاهش هدر رفت انرژی، جلوگیری از آلودگی محیط‌زیست و همچنین، مصرف بهینه‌ی سوخت در ماشین‌های راه‌سازی و کشاورزی، ضرورت دارد [۱، ۲]. به طور معمول، شرکت‌های سازنده‌ی موتورهای هیدرولیکی، نمودارهای بازدهی حجمی و کلی محصولات را در قالب مجموعه‌ای از کارنامه‌های فنی، در شرایط کاری معین و مشخصی، بر حسب برخی کمیت‌های کاربردی، ارائه می‌دهند [۲، ۳]. بدین ترتیب، نمودارهای عملکردی در انتخاب مناسب موتورهای هیدرولیکی، نقش مهمی را ایفاء می‌کنند [۴]. به طور معمول، انتخاب بهینه‌ی موتورهای هیدرولیکی در یک سامانه‌ی انتقال توان، بر اساس نمودارهای عملکردی ارائه شده توسط شرکت‌های سازنده، در شرایط کاری معین و تعریف شده‌ی، انجام می‌گیرد [۵]. از این رو، انتخاب موتورهای هیدرولیکی بر اساس نمودارهای عملکردی، در شرایط کاری متفاوت، همواره با خطا همراه است [۶]. از سوی دیگر، برای تعیین تلفات انرژی و تخمین راندمان حجمی و کلی موتورهای هیدرولیکی، استفاده از روابط ریاضی به جای نمودارهای کاربردی، به مراتب ساده‌تر و دقیق‌تر، به نظر می‌رسد [۷]. در این صورت، تعیین تلفات ناشی از نشت روغن و اصطکاک داخلی، می‌باید توسط توابعی بر حسب متغیرهای کاربردی مستقل مانند سرعت زاویه‌ای محور خروجی موتور و اختلاف فشار روغن در مجاری آن، انجام گیرد [۲]. بدین ترتیب، در صورت ارائه‌ی مدل ریاضی مناسب برای تخمین تلفات انرژی در موتورهای هیدرولیکی، امکان ارزیابی عملکرد و انتخاب بهینه‌ی آن‌ها در شرایط کاری مختلف، به آسانی فراهم می‌گردد [۳]. بر این اساس، در سال‌های اخیر، پژوهش‌های متعددی در خصوص تحلیل راندمان و تعیین تلفات انرژی در ماشین‌های هیدرواستاتیک (پمپ‌ها و موتورهای هیدرولیکی)، انجام گرفته است. برای نمونه، کومار و همکاران [۷] نشت جریان روغن و تلفات حجمی در ساختار درونی یک موتور پیستونی محور خمیده، با حجم جابجایی ثابت را، مطالعه کردند. بررسی‌های آن‌ها نشان داد که با افزایش اختلاف فشار روغن در مجاری موتور پیستونی محور خمیده، دبی روغن نشتی در محفظه‌ی محدود آن، به طور خطی افزایش می‌یابد. همچنین، استرمسینک و ماجدیک [۸] تاثیر قطر سوراخ‌های واقع بر صفحه‌ی مجاری موتور هیدرولیکی با ساختار ژیروتوری را بر راندمان آن بررسی کردند. آن‌ها به این نتیجه رسیدند که در شرایطی که قطر سوراخ‌های ایجاد شده بر صفحه‌ی مجاری، برابر با $6/3$ میلی‌متر باشد، راندمان کل موتور مفروض، بیشینه خواهد بود. آن‌ها دریافتند که راندمان موتور هیدرولیکی با ساختار ژیروتوری، شامل صفحه‌ی مجاری، با سوراخ‌هایی به قطر $6/3$ میلی‌متر، در حدود $5/3$ درصد بیشتر از موتور هیدرولیکی مشابه، شامل صفحه‌ی مجاری با سوراخ‌هایی به قطر $5/5$ میلی‌متر، است. باناشک [۹] از شبکه‌ی عصبی برای بهره‌برداری بهینه انرژی از موتور پیستون محوری مستقیم با حجم جابجایی ثابت سری A2FM، استفاده کرد. در این پژوهش، با استفاده از شبکه عصبی، بازدهی کل موتور هیدرولیکی بر حسب دو کمیت بدون بعد، شامل، نسبت فشار و نسبت سرعت محور خروجی موتور، تعیین گردید. در ادامه، وانگ و همکاران [۱۰] به ارزیابی تلفات حجمی و اصطکاک موتور هیدرولیکی با ساختار دنده‌ای، در یک سامانه‌ی انتقال توان، پرداختند. بررسی‌های آن‌ها نشان داد که راندمان حجمی این نمونه موتور هیدرولیکی، برای تبدیل انرژی هیدرولیکی به انرژی مکانیکی، در شرایط بدون اعمال بار خارجی و همچنین، با اعمال بار خارجی، به ترتیب برابر با، $94/7$ و $90/1$ می‌باشد. در این پژوهش، بیشینه اختلاف میان نتایج تجربی با نتایج حاصل از شبیه‌سازی موتور هیدرولیکی مذکور، برابر با $12/7$ درصد تعیین گردید. اسلیوینسکی و پاتروس [۱۱] نیز، تاثیر نوع سیال (آب و روغن معدنی) را بر روی تلفات مکانیکی موتور هیدرولیکی دنده خارجی به کار رفته در ساختار سامانه‌ی انتقال توان هیدرولیکی در ماشین‌های برون جاده‌ای و معدنی، مطالعه کردند. اسلیوینسکی [۱۲] در پژوهشی دیگر، حجم کاری تئوری و واقعی یک موتور هیدرولیک دنده‌ای را بر اساس دبی روغن ورودی و سرعت دورانی محور خروجی را تحت تاثیر اختلاف فشار ثابت در مجاری، محاسبه کرد. او همچنین بر اساس مشخصه‌ای تحت عنوان جذب موثر موتور، به تعیین حجم کاری تئوری و واقعی یک موتور هیدرولیک دنده خارجی، پرداخت. اسلیوینسکی [۱۳]، مشخصه‌ی جذب موثر موتور هیدرولیکی را، نسبت دبی روغن ورودی به سرعت دورانی محور خروجی تعریف کرد. واردهان و همکاران [۱۴] نیز، اثر کمیت‌های مختلف را بر عملکرد موتور پیستون محوری خمیده، در شرایط کاری پایا، مطالعه نمودند. پاندی و همکاران [۱۵] عملکرد موتور پیستون محوری خمیده با جابجایی متغیر را به روش تجربی و همچنین، به روش باندگراف، در شرایط پایا، بررسی کردند. آن‌ها در حجم‌های جابجایی مختلف، روند تغییرات راندمان کل موتور پیستون محوری خمیده را بر حسب سرعت زاویه‌ای محور خروجی و دمای روغن هیدرولیکی، ارزیابی نمودند. اسلیوینسکی [۱۶] به بررسی تاثیر اختلاف فشار روغن در مجاری موتور هیدرولیکی دنده داخلی، بر حجم کاری موثر آن، پرداخت. او به این نتیجه رسید که حجم کاری واقعی

یک موتور هیدرولیک دنده داخلی، از حجم کاری تئوری آن بیشتر است و به طور غیر خطی تحت تاثیر اختلاف فشار روغن در مجاری موتور قرار می‌گیرد. لازم به ذکر است که علاوه بر ساختار درونی موتورهای هیدرولیکی، مشخصه‌های فیزیکی مرتبط با سیال هیدرولیکی، عامل موثر دیگری بر روی راندمان سامانه‌های انتقال توان هیدرولیکی به حساب می‌آیند. به همین منظور، نوواکوپیچ و همکاران [۱۷] با انجام پژوهشی، تأثیر قابل توجه کمیت‌هایی مانند لزجت، مدول حجمی و جرم مخصوص روغن را بر عملکرد و کارایی ماشین‌های هیدرواستاتیک از جمله موتورهای هیدرولیکی، تایید کردند. پاندی و همکاران [۱۸] عملکرد یک نمونه موتور پیستونی محور خمیده جابجایی متغیر، با قابلیت انتقال توان در سرعت‌های دورانی بالا و گشتاور خروجی اندک را به روش تجربی بر حسب حجم جابجایی، مطالعه نمودند. در نهایت، پوار و همکاران [۱۹] با شبیه‌سازی موتور هیدرولیکی دنده خارجی، در محیط نرم‌افزار HTGESim، به تحلیل تلفات ناشی از اصطکاک در آن پرداختند. در این پژوهش، روانکاری میان اجزای ثابت و متحرک به صورت مختلط یا ترکیبی در نظر گرفته شد. بررسی‌های آن‌ها نشان داد که نتایج حاصل از شبیه‌سازی موتور هیدرولیکی دنده خارجی با نتایج تجربی، در حدود ۵/۶ درصد اختلاف دارند.

بررسی پژوهش‌های مختلف در سال‌های گذشته نشان می‌دهد که تعیین تلفات انرژی در موتورهای هیدرولیکی و کمیت‌های موثر بر آن، یک موضوع مهم در طراحی و ساخت سامانه‌های انتقال توان هیدرولیکی به کار رفته در ماشین‌های ثابت و متحرک به حساب می‌آید. روابط ریاضی ارائه شده در پژوهش‌های پیشین، برای تخمین تلفات انرژی در موتورهای هیدرولیکی، بر اساس بازنویسی روابط بقاء انرژی حاکم بر حجم‌های کنترل منطبق بر نواحی مکش و دهنش به دست می‌آیند. از سوی دیگر، استفاده از فرض‌های ساده‌سازی مختلف، در مطالعات گذشته، برای دستیابی به مدل‌های فیزیکی و ریاضی، موجب اختلاف قابل توجه نتایج حاصل از حل مجموعه روابط ریاضی با نتایج آزمایش‌های تجربی، شده است. همچنین، روابط ریاضی ارائه شده در این پژوهش‌ها، برای تعیین تلفات انرژی در موتورهای هیدرولیکی، شامل کمیت‌های ثابت و متغیر متعددی می‌باشند. به طور معمول، برای دستیابی به این کمیت‌ها، تعریف آزمایش‌های تجربی جداگانه و همچنین، انجام محاسبات ریاضی گسترده، ضرورت می‌یابد. از این رو، هدف از این پژوهش، ارائه‌ی مدلی ریاضی جامع، منطبق بر داده‌های تجربی محدود، حاصل از نمودارهای عملکردی یا اندازه‌گیری‌های تجربی ساده، برای تعیین تلفات انرژی در موتورهای هیدرولیکی، تحت شرایط کاری مختلف، خواهد بود. بر اساس بررسی‌های به عمل آمده، استفاده از این روش، برای تخمین تلفات انرژی در موتورهای هیدرولیکی، برای هر ساختار و اندازه، امکان‌پذیر است. در این مقاله، در مرحله‌ی اول، مدلی ریاضی برای تخمین راندمان‌های حجمی و کل موتور هیدرولیکی دنده‌ای، ارائه می‌شود. سپس، برای ارزیابی درستی، نتایج حاصل از حل مدل ریاضی و مقایسه با نتایج تجربی، طراحی و ساخت سامانه‌ی انتقال توان هیدرواستاتیکی شامل پمپ جابجایی ثابت و موتور هیدرولیک جابجایی ثابت، انجام می‌گیرد.

۲- روش انجام پژوهش

۲-۱- مدل‌سازی راندمان حجمی موتور هیدرولیکی

با توجه به وجود تلفات جریان در فرایند ورود روغن به موتور هیدرولیکی (تلفات ناشی از نشت و تراکم‌پذیری روغن)، راندمان حجمی آن (η_m^v) بر اساس استاندارد ISO 4391: 1983، به شرح زیر تعریف می‌شود [۳]:

$$\eta_m^v(ISO) = \frac{D_m \omega_m}{D_m \omega_m + q_{mL} + (D_m \omega_m - q_{mL}) \frac{\Delta p}{\beta}} \quad (1)$$

به دلیل ضریب حجمی (β) اندک روغن به کار رفته در مدارهای هیدرولیکی، عبارت شامل تراکم‌پذیری روغن در رابطه ۱، به طور قابل توجهی کمتر از عبارت‌های دیگر است. از این رو، برای محاسبه‌ی راندمان حجمی یک موتور هیدرولیکی (η_m^v)، از عبارت مربوط به تلفات ناشی از تراکم‌پذیری روغن، صرف‌نظر می‌شود. بدین ترتیب، رابطه‌ی زیر برای محاسبه‌ی راندمان حجمی در موتورهای هیدرولیکی به کار می‌رود:

$$\eta_m^v = \frac{D_m \omega_m}{D_m \omega_m + q_{mL}} \quad (2)$$

بررسی‌ها نشان می‌دهد که مجموع تلفات حجمی در موتور هیدرولیکی ناشی از نشت روغن (q_{mL})، تابعی از اختلاف فشار روغن در مجاری ورودی و خروجی آن است [۶]:

$$q_{mL} = K_s \left(\frac{\Delta p}{\mu} \right) \quad (3)$$

با جای‌گذاری دبی روغن نشتی (q_{mL}) از رابطه ۳ در رابطه ۲ و سپس ساده‌سازی آن، راندمان حجمی موتور هیدرولیکی، به شرح زیر به دست می‌آید:

$$\eta_{im}^v = \frac{1}{1 + \phi \left(\frac{\Delta p^*}{D^* \omega^*} \right)} \quad (4)$$

کمیت‌های D^* ، ω^* و Δp^* ، به ترتیب، نسبت حجم جابجایی، نسبت سرعت زاویه‌ای و نسبت اختلاف فشار، تعریف می‌شوند:

$$\Delta p^* = \frac{\Delta p}{\Delta p_r} \quad \omega^* = \frac{\omega}{\omega_r} \quad D^* = \frac{D}{D_r} \quad (5)$$

در این پژوهش، از بیشینه‌ی فشار طراحی (Δp_{max})، سرعت نامی محور خروجی موتور هیدرولیکی (ω_r) و بیشینه حجم جابجایی آن (D_{max})، به ترتیب، به عنوان اختلاف فشار مرجع (Δp_r)، سرعت زاویه‌ای مرجع (ω_r) و حجم جابجایی مرجع (D_r) استفاده می‌شود. بدین ترتیب، ضریب ϕ ، در رابطه‌ی ۴، به صورت زیر تعریف می‌گردد:

$$\phi = \frac{K_s \Delta p_r}{\mu \omega_r D_r} \quad (6)$$

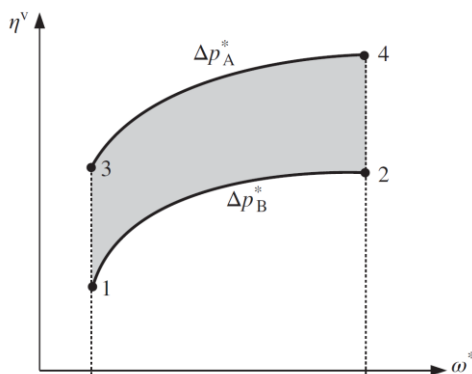
بر اساس رابطه‌ی ۶، ضریب ϕ ، تحت تاثیر متغیرهای مختلف، برابر با مقدار ثابتی نخواهد بود. به عبارت دیگر، کمیت ϕ ، در امتداد هر منحنی‌های فشار ثابت در نمودار راندمان حجمی موتور هیدرولیکی، تغییر می‌کند. در شکل ۱، روند تغییرات راندمان حجمی یک موتور هیدرولیکی، بر حسب نسبت سرعت زاویه‌ای محور خروجی آن (ω^*)، در دو نسبت اختلاف فشار معین (Δp_B^* و Δp_A^*)، به طور تقریبی نشان داده شده است ($\Delta p_B^* > \Delta p_A^*$). به طور معمول، منحنی‌های عملکردی مربوط به موتورهای هیدرولیکی، بر اساس بیشینه‌ی حجم جابجایی، ترسیم می‌شوند. از این رو، نسبت حجم جابجایی (D^*) متناظر با هر منحنی راندمان حجمی موتور هیدرولیکی، برابر با واحد خواهد بود ($D^* = 1$). بدین ترتیب، امکان تعیین کمیت ϕ_1^j در هر نقطه‌ی معینی (نقطه‌ی ۱ام) بر روی هر یک از منحنی‌های فشار ثابت راندمان حجمی (منحنی ۱ام)، فراهم می‌گردد. برای این منظور، در مرحله‌ی اول، روند تغییرات ضریب ϕ ، بر حسب نسبت سرعت (ω^*)، در امتداد یک منحنی فشار ثابت در نمودار راندمان حجمی موتور هیدرولیکی، بررسی می‌شود. در این مرحله، روند تغییرات ضریب ϕ ، بر حسب نسبت سرعت (ω^*)، خطی، فرض می‌گردد:

$$\phi_i^j = a_0^j + a_1^j \omega_i^* \quad (7)$$

برای تعیین کمیت‌های ثابت a_0^j و a_1^j در رابطه ۷، مقادیر تجربی مربوط به کمیت‌های Δp^* ، ω^* ، D^* و η^v ، در دو نقطه یا گره‌ی معین، واقع بر هر منحنی فشار ثابت نمودار راندمان حجمی (شکل ۱)، در رابطه ۴، جای‌گذاری می‌شوند. بر این اساس، کمیت ϕ_1^j در دو نقطه‌ی معین از هر منحنی فشار ثابت نمودار راندمان حجمی، محاسبه می‌گردد. سپس، با جای‌گذاری جداگانه‌ی مقادیر نسبت سرعت زاویه‌ای (ω_1^*) و ϕ_1^j ، مربوط به دو نقطه‌ی واقع بر هر منحنی عملکردی نشان داده شده در شکل ۱، در رابطه ۷، دو معادله‌ی خطی متناظر با هر منحنی، شامل کمیت‌های مجهول a_0^j و a_1^j ، به دست می‌آیند:

$$\begin{cases} \phi_1^A = a_0^A + a_1^A \omega_1^* \\ \phi_2^A = a_0^A + a_1^A \omega_2^* \\ \phi_3^B = a_0^B + a_1^B \omega_3^* \\ \phi_4^B = a_0^B + a_1^B \omega_4^* \end{cases} \quad (8)$$

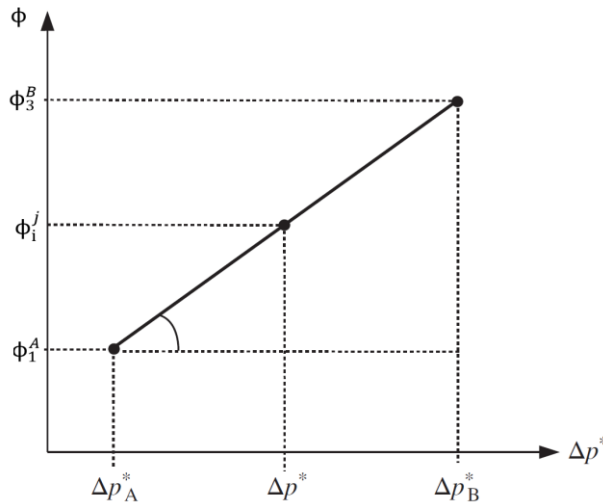
بدین ترتیب، با حل هم‌زمان معادلات خطی در رابطه ۸، امکان تعیین کمیت‌های a_0^j و a_1^j فراهم می‌گردد.



شکل ۱ روند تغییرات راندمان حجمی موتور هیدرولیکی بر حسب نسبت سرعت زاویه‌ای محور خروجی آن (ω^*)

در مرحله‌ی بعد، بررسی روند تغییرات کمیت Φ ، بر حسب اختلاف فشار روغن در مجاری موتور هیدرولیکی، ضرورت دارد. برای دستیابی به روند تغییرات کمیت Φ بر حسب اختلاف فشار (Δp) ، بر روی نمودار نشان داده شده در شکل ۱، در یک نسبت سرعت معین، نقطه‌ی ۱ بر روی منحنی A و نقطه‌ی ۳ بر روی منحنی B در نظر گرفته می‌شوند. در این صورت، ضریب Φ ، متناظر با منحنی عملکردی A، با اختلاف فشار Δp_A در سرعت نسبی ω_1^* ، برابر با Φ_1^A ، و همچنین، ضریب Φ ، متناظر با منحنی عملکردی B با اختلاف فشار Δp_B در سرعت نسبی ω_3^* ، برابر با Φ_3^B ، در نظر گرفته می‌شوند $(\omega_1^* = \omega_3^*)$. در صورتی که روند تغییرات کمیت Φ بر حسب Δp^* خطی فرض شود (شکل ۲)، رابطه‌ی زیر برای تعیین کمیت Φ ، متناظر با هر اختلاف فشار مشخص و سرعت معین (Φ_1^j) ، به دست می‌آید:

$$\phi_i^j = \phi_1^A + (\Delta p^* - \Delta p_A^*) \left(\frac{\phi_3^B - \phi_1^A}{\Delta p_B^* - \Delta p_A^*} \right) \quad (9)$$



شکل ۲ روند تغییرات کمیت Φ بر حسب اختلاف فشار نسبی در یک موتور هیدرولیکی

با جای‌گذاری کمیت‌های Φ_3^B و Φ_1^A از رابطه ۸ در رابطه ۹، کمیت Φ ، بر حسب نسبت سرعت (ω^*) و نسبت اختلاف فشار (Δp^*) ، به دست می‌آید:

$$\phi(\omega^*, \Delta p^*) = b_0 + b_1 \omega^* + b_2 \Delta p^* + b_3 \omega^* \Delta p^* \quad (10)$$

ضرایب b_0, b_1, b_2, b_3 ، در رابطه ۱۰، به صورت زیر تعریف می‌شوند:

$$\begin{cases} b_0 = \frac{\Delta p_B^* a_0^A - \Delta p_A^* a_0^B}{\Delta p_B^* - \Delta p_A^*} \\ b_1 = \frac{\Delta p_B^* a_1^A - \Delta p_A^* a_1^B}{\Delta p_B^* - \Delta p_A^*} \\ b_2 = \frac{a_0^B - a_0^A}{\Delta p_B^* - \Delta p_A^*} \\ b_3 = \frac{a_1^B - a_1^A}{\Delta p_B^* - \Delta p_A^*} \end{cases} \quad (11)$$

امکان بازنویسی رابطه ۱۰، به صورت یک عبارت ماتریسی، برای چهار نقطه‌ی مشخص بر روی نمودار حجمی موتور هیدرولیکی (نقاط ۱ و ۲ بر روی منحنی A و نقاط ۳ و ۴ بر روی منحنی B)، نیز وجود دارد:

$$\begin{pmatrix} 1 & \omega_1^* & \Delta p_1^* & \omega_1^* \Delta p_1^* \\ 1 & \omega_2^* & \Delta p_2^* & \omega_2^* \Delta p_2^* \\ 1 & \omega_3^* & \Delta p_3^* & \omega_3^* \Delta p_3^* \\ 1 & \omega_4^* & \Delta p_4^* & \omega_4^* \Delta p_4^* \end{pmatrix} \begin{pmatrix} b_0 \\ b_1 \\ b_2 \\ b_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \phi_1^A \\ \phi_2^A \\ \phi_3^B \\ \phi_4^B \end{pmatrix} \quad (12)$$

همچنین، بر اساس رابطه ۳، ضرایب ثابت Φ_1^j ، در سوی دوم رابطه ۱۲، به صورت زیر، محاسبه می‌شوند:

$$\phi_i^j = \left(\frac{D^* \omega_i^*}{\Delta p_j^*} \right) (1 - \eta_i^v) \quad (13)$$

بدین ترتیب، با حل مجموعه معادلات ۱۲، ضرایب b_0, b_1, b_2, b_3 ، به دست می‌آیند. سپس، با جای‌گذاری این ضرایب در رابطه ۱۰، امکان محاسبه‌ی کمیت Φ در هر شرایط کاری موتور هیدرولیکی، فراهم می‌گردد. در نهایت، بر اساس رابطه ۳، راندمان حجمی موتور هیدرولیکی، متناظر با هر سرعت دورانی محور خروجی و فشار روغن ورودی، محاسبه می‌شود.

۲-۲- مدل‌سازی راندمان کل موتور هیدرولیکی

برای مدل‌سازی ریاضی راندمان کل موتورهای هیدرواستاتیک، بازنویسی روابط مربوط به راندمان مکانیکی بر حسب سرعت محور دورانی و اختلاف فشار روغن ضرورت دارد. راندمان مکانیکی موتورهای هیدرولیکی، بر اساس استاندارد ISO 4391:1983، به شرح زیر تعریف می‌شود [۳]:

$$\eta_m^m = \frac{T_m |_{real}}{\Delta p_m D_m} \quad (14)$$

در رابطه فوق، $T_m |_{real}$ ، گشتاور وارد بر محور موتور هیدرولیکی تعریف می‌گردد. همچنین، کمیت‌های D_m و Δp_m ، در رابطه ۱۴، به ترتیب معرف، حجم جابجایی موتور هیدرولیکی و اختلاف فشار روغن در مجاری ورودی و خروجی آن، می‌باشند. از سوی دیگر، در صورت نبود تلفات مکانیکی در موتور هیدرولیکی، حاصل ضرب اختلاف فشار روغن در حجم جابجایی آن، برابر با گشتاور وارد بر محور خروجی موتور (گشتاور تئوری)، خواهد بود. لازم به ذکر است که، گشتاور تئوری وارد بر محور خروجی موتور هیدرولیکی ($\Delta p_m D_m$)، همواره، کمتر از گشتاور واقعی آن ($T_m |_{real}$) است ($\Delta p_m D_m < T_m |_{real}$). گشتاور واقعی وارد بر محور خروجی موتور هیدرولیکی ($T_m |_{real}$) برای جابجایی زاویه‌ای بار خارجی، بر حسب گشتاور تلف شده (T_L)، به شرح زیر به دست می‌آید [۱۶]:

$$T_m |_{real} = \Delta p_m D_m + T_L = \Delta p_m D_m + K_\omega (\mu \omega_m) + T_f \quad (15)$$

با جای‌گذاری رابطه ۱۵ در رابطه ۱۴، راندمان مکانیکی موتور هیدرولیکی (η_m^m) تعیین می‌گردد:

$$\eta_m^m = \frac{\Delta p_m D_m - K_\omega (\mu \omega_m) - T_f}{\Delta p_m D_m} = 1 - \frac{K_\omega (\mu \omega_m)}{\Delta p_m D_m} - \frac{T_f}{\Delta p_m D_m} \quad (16)$$

بدین ترتیب، امکان بازنویسی رابطه ۱۶، بر حسب نسبت سرعت (ω^*)، نسبت حجم جابجایی (D^*) و نسبت اختلاف فشار (Δp^*)، فراهم می‌شود:

$$\eta_m^m = 1 - \phi_\omega \left(\frac{\omega^*}{\Delta p^* D^*} \right) - \frac{\phi_f}{\Delta p^* D^*} \quad (17)$$

دو کمیت ϕ_ω و ϕ_f در رابطه ۱۷، به شرح زیر تعریف می‌شوند:

$$\begin{cases} \phi_\omega = \frac{K_\omega \mu \omega_r}{D_r \Delta p_r} \\ \phi_f = \frac{T_f}{D_r \Delta p_r} \end{cases} \quad (18)$$

از این رو، راندمان کل موتور هیدرولیکی (η_m)، از حاصل ضرب راندمان حجمی (η_m^v) و راندمان مکانیکی (η_m^m)، به دست می‌آید:

$$\eta_m = \eta_m^v \left[1 + \phi_\omega \left(\frac{\omega^*}{\Delta p^* D^*} \right) + \frac{\phi_f}{\Delta p^* D^*} \right] \quad (19)$$

مشابه کمیت Φ_i^j در رابطه ۷، امکان بازنویسی کمیت ϕ_ω ، بر حسب نسبت سرعت (ω^*) و متناظر با هر نسبت اختلاف فشاری (Δp^*)، وجود دارد ($\Phi_{\omega i}^j$). این در حالی است که، کمیت ϕ_f متناظر با هر منحنی فشار ثابت در نمودار عملکردی موتور هیدرولیکی، برابر با مقدار ثابتی خواهد بود. بر این اساس، روابط زیر، برای تخمین کمیت‌های ϕ_ω و ϕ_f در هر نقطه‌ای (نقطه‌ی λ_m) از منحنی‌های فشار ثابت (منحنی λ_m) راندمان موتور هیدرولیکی، به کار گرفته می‌شوند ($\Delta p^* = \Delta p_i^*$):

$$\begin{cases} \phi_{\omega i}^j = a_0 + a_1 \omega_i^* + a_2 (\omega_i^*)^2 \\ \phi_{f i}^j = b_0 \end{cases} \quad (20)$$

به دلیل پیچیدگی بالای مدل ریاضی راندمان کل در موتورهای هیدرولیکی، از یک تابع رسته دو، برای تخمین کمیت ϕ_ω ، استفاده می‌شود. با جای‌گذاری کمیت‌های $\phi_{\omega i}^j$ و $\phi_{f i}^j$ ، از رابطه ۲۰ در رابطه ۱۹، رابطه‌ی زیر، برای محاسبه‌ی راندمان کل متناظر با هر نقطه از هر منحنی فشار ثابت، در نمودار عملکردی موتورهای هیدرولیکی (η_{mi})، به دست می‌آید:

$$\eta_{mi} = \eta_{mi}^v \left[1 - \frac{[a_0 + a_1 \omega_i^* + a_2 (\omega_i^*)^2] \omega_i^*}{\Delta p_i^* D^*} - \frac{b_0}{\Delta p_i^* D^*} \right] \quad (21)$$

لازم به ذکر است که کمیت‌های ω^* ، η_m^v و η_m در گره‌ی i ام (ω_i^* ، η_{mi}^v و η_{mi})، بر روی هر منحنی فشار ثابت (Δp_j^*) از نمودار عملکردی موتور هیدرولیکی، برابر با مقادیر معلومی می‌باشند. در این پژوهش، اندازه‌گیری کمیت‌های ω_i^* ، η_{mi}^v و η_{mi} در سامانه‌ی انتقال توان هیدرولیکی، به طور تجربی، انجام می‌گردد. بدین ترتیب، رابطه ۲۱، به شرح زیر بازنویسی می‌شود:

$$a_0 \omega_i^* + a_1 (\omega_i^*)^2 + a_2 (\omega_i^*)^3 + b_0 = \Delta p_j^* c_i \quad (22)$$

برای موتورهای هیدرولیکی، ضریب c_i در رابطه ۲۲، به شرح زیر تعیین می‌گردد:

$$c_i = D^* \left(1 - \frac{\eta_{mi}}{\eta_{mi}^v} \right) \quad (23)$$

برای محاسبه‌ی کمیت‌های ثابت a_0 ، a_1 ، a_2 و b_0 در رابطه ۲۲، به چهار نقطه‌ی (گره) مشخص بر روی هر یک از منحنی‌های فشار ثابت راندمان کل موتور هیدرولیکی، نیاز است ($i = 1, 2, 3, 4$). از سوی دیگر، بر اساس روابط ۲۲ و ۲۳، پیش از مدل‌سازی ریاضی راندمان کل موتور هیدرولیکی، تعیین راندمان حجمی آن، ضرورت دارد. از این رو، راندمان حجمی در هر یک از چهار گره (η_i^v)، واقع بر هر منحنی فشار ثابت راندمان کل، برابر با مقادیر معلومی می‌باشند. بدین ترتیب، متناظر با هر منحنی فشار ثابت راندمان کل موتور هیدرولیکی، رابطه ۲۲، برای چهار گره‌ی مشخص، در قالب یک رابطه ماتریسی به شرح زیر بازنویسی می‌شود:

$$\begin{pmatrix} \omega_1^* & (\omega_1^*)^2 & (\omega_1^*)^3 & 1 \\ \omega_2^* & (\omega_2^*)^2 & (\omega_2^*)^3 & 1 \\ \omega_3^* & (\omega_3^*)^2 & (\omega_3^*)^3 & 1 \\ \omega_4^* & (\omega_4^*)^2 & (\omega_4^*)^3 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} a_0 \\ a_1 \\ a_2 \\ b_0 \end{pmatrix} = \Delta p_j^* \begin{pmatrix} c_1 \\ c_2 \\ c_3 \\ c_4 \end{pmatrix} \quad (24)$$

پس از حل مجموعه معادلات ۲۴، کمیت‌های ثابت a_0 ، a_1 ، a_2 و b_0 ، برای هر منحنی فشار ثابت راندمان کل موتور هیدرولیکی، به دست می‌آیند. سپس، با جای‌گذاری کمیت‌های a_0 ، a_1 ، a_2 و b_0 ، در رابطه ۲۰، کمیت‌های $\Phi_{\omega i}^j$ و Φ_{fi}^j ، متناظر با دو منحنی فشار ثابت (Δp_B^* و Δp_A^*) محاسبه می‌شوند (محاسبه‌ی کمیت‌های $\Phi_{\omega i}^A$ ، $\Phi_{\omega i}^B$ ، Φ_{fi}^A و Φ_{fi}^B). از سوی دیگر، کمیت‌های $\Phi_{\omega i}^j$ و Φ_{fi}^j ، در محدوده‌ی Δp_B^* و Δp_A^* بر اساس روابط زیر به دست می‌آیند:

$$\begin{cases} \Phi_{\omega i}^j = \Phi_{\omega i}^A + (\Delta p^* - \Delta p_A^*) \left(\frac{\Phi_{\omega i}^B - \Phi_{\omega i}^A}{\Delta p_B^* - \Delta p_A^*} \right) \\ \Phi_{fi}^j = \Phi_{fi}^A + (\Delta p^* - \Delta p_A^*) \left(\frac{\Phi_{fi}^B - \Phi_{fi}^A}{\Delta p_B^* - \Delta p_A^*} \right) \end{cases} \quad (25)$$

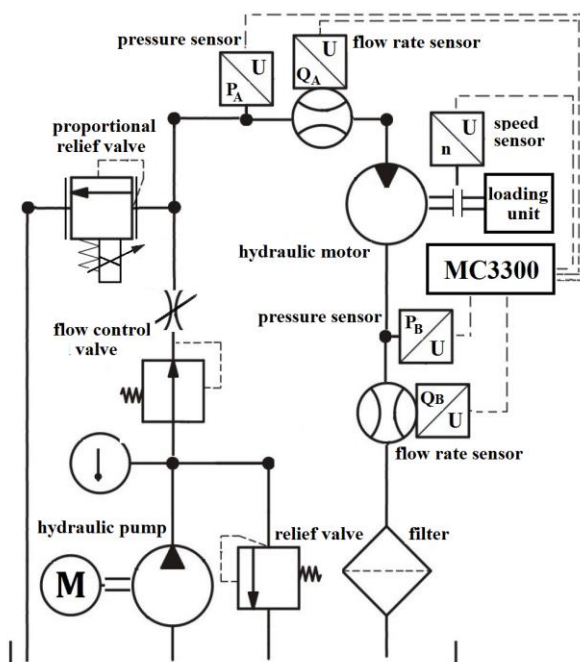
در نهایت، راندمان کل موتور هیدرولیکی، متناظر با هر نسبت سرعت محور خروجی (ω_i^*) و در هر اختلاف فشار معین (Δp_j^*)، از رابطه ۲۱، زیر تعیین می‌شود:

$$\eta_{mi} = \eta_{mi}^v \left[1 - \Phi_{\omega i}^j \left(\frac{\omega_i^*}{\Delta p_j^* D^*} \right) - \frac{\Phi_{fi}^j}{\Delta p_j^* D^*} \right] \quad (26)$$

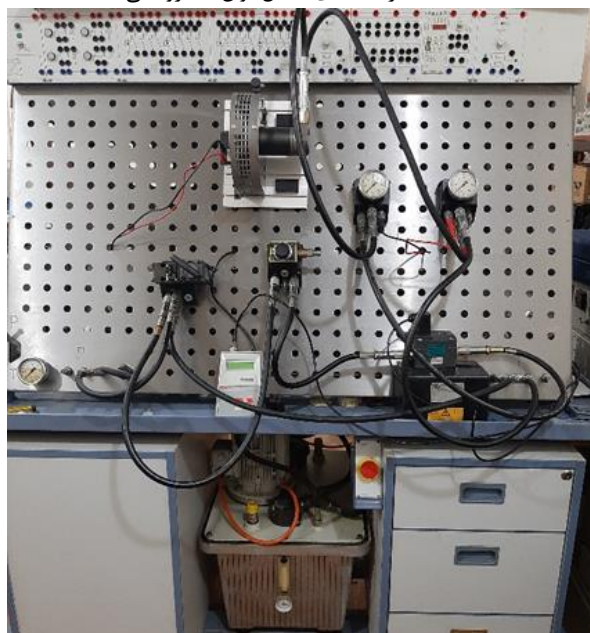
۲-۳- طراحی و ساخت سامانه‌ی انتقال توان هیدرولیکی

برای ارزیابی تجربی و بررسی درستی نتایج حاصل از حل مدل ریاضی برای تعیین راندمان‌های حجمی و کل موتور هیدرولیکی با ساختار دنده‌ای، مدل M25MF، سامانه‌ی انتقال توان هیدرولیکی نشان داده شده در شکل ۳، طراحی و ساخته می‌شود. در این سامانه‌ی انتقال توان، پمپ دنده خارجی جابجایی ثابت، با حجم جابجایی $30 \text{ cm}^3/\text{rev}$ وظیفه‌ی ایجاد جریان روغن را بر عهده دارد. در ضمن، به منظور ارسال حجم روغن معینی به مجرای ورودی موتور هیدرولیکی، مستقل از بار خارجی، در خروجی پمپ هیدرولیکی، از سوپاپ کنترل جریان شامل جبران‌کننده‌ی فشار مدل GFG2PKC3 استفاده شده است. همچنین، فشار روغن در مجرای ورودی موتور هیدرولیکی، در سطح معینی، توسط سوپاپ فشارشکن تناسبی، مدل VBY064A06، تنظیم و تثبیت می‌گردد. از سوی دیگر، به منظور امکان تغییر بار وارد بر محور خروجی موتور هیدرولیکی دنده‌ای، مدل M25MF، از واحد بارگذاری شامل ترمزکفشکی، حسگر گشتاور و حسگر سرعت دورانی، استفاده شده است. از سوی دیگر، حسگرهای PAA21Y-C و VHZO-020GA، به ترتیب، وظیفه‌ی اندازه‌گیری فشار و دبی روغن، در مجاری ورودی و خروجی موتور هیدرولیکی، را بر عهده دارند. برای ارزیابی تجربی کمیت‌های مرتبط با کارایی موتور هیدرولیکی دنده‌ای، مدل M25MF، از روغن هیدرولیک بهران HL32، در سامانه‌ی انتقال توان هیدرولیکی نشان داده شده در شکل ۳، استفاده می‌شود. جریان الکتریکی خروجی از حسگرهای فشار و دبی به واحد دریافت و نمایش کمیت‌های فیزیکی

مدل MC3300 منتقل می‌گردد. در نهایت، پس از ثبت و تحلیل متغیرهای فیزیکی در رایانه، امکان مقایسه نتایج حاصل از حل مدل ریاضی راندمان‌های حجمی و کل موتور هیدرولیکی دنده‌ای، مدل M25MF، با نتایج تجربی و ارزیابی دقت عمل آن، فراهم می‌شود.



الف: ساختار سامانه‌ی انتقال توان هیدرولیکی



ب: سامانه‌ی انتقال توان هیدرولیکی پس از ساخت و راه‌اندازی اولیه

شکل ۳ سامانه‌ی انتقال توان هیدرولیکی شامل موتور با ساختار دنده‌ای، مدل M25MF

۲-۴- مدل ریاضی تلفات انرژی در موتور هیدرولیکی دنده‌ای، مدل M25MF

به منظور ارائه‌ی مدل ریاضی برای تعیین راندمان حجمی موتور دنده‌ای جابجایی ثابت مدل M25MF، مطابق شکل ۱، اندازه‌گیری راندمان حجمی در چهار گره مشخص در دو فشار متفاوت (۱۷۰ و ۳۴۵ بار)، ضرورت دارد. نتایج حاصل از اندازه‌گیری و محاسبه‌ی راندمان حجمی موتور هیدرولیکی دنده‌ای M25MF، در سامانه‌ی انتقال توان هیدرولیکی نشان داده شده در شکل ۳، در چهار نقطه کاری معین، در جدول ۱ آمده است.

جدول ۱ نتایج حاصل از اندازه‌گیری راندمان حجمی موتور هیدرولیکی دنده‌ای در چهار نقطه‌ی کاری مشخص

B($\Delta p^* = 1$)		گره	A($\Delta p^* = 0.49$)		گره
η_v	ω^*		η_v	ω^*	
۰/۸۷	۰/۱۲۵	۳	۰/۹۴	۰/۱۲۵	۱
۰/۹۲۵	۱	۴	۰/۹۶۲	۱	۲

بر اساس تئوری بیان شده در بخش روش انجام پژوهش، مراحل کار استخراج مدل ریاضی راندمان حجمی موتور هیدرولیکی M25MF، به شرح زیر است:

- ۱- تعیین مقدار عددی کمیت Φ متناظر با هر گره مشخص بر روی منحنی راندمان حجمی موتور هیدرولیکی دنده‌ای M25MF: کمیت Φ متناظر با هر گره، پس از جای‌گذاری کمیت‌های متناظر با هر گره در رابطه ۴، به دست می‌آیند. لازم به ذکر است که، نسبت اختلاف فشار (Δp^*) مربوط به منحنی‌های متناظر با فشار ۱۷۰ بار و ۳۴۵ بار، به ترتیب برابر با $0.49 (= 170 \div 345)$ و $1 (= 345 \div 345)$ تعیین می‌گردند. بدین ترتیب، کمیت Φ متناظر با هر چهار گره تعریف شده‌ی ۱، ۲، ۳ و ۴، به ترتیب برابر با ۰/۰۱۸، ۰/۰۸۱، ۰/۰۱۶ و ۰/۰۸ به دست می‌آیند.
- ۲- با جای‌گذاری مقادیر $\Phi_1^A, \Phi_2^A, \Phi_3^B, \Phi_4^B$ در رابطه ۸ و حل معادلات خطی، ضرایب ثابت $a_0^A, a_1^A, a_0^B, a_1^B$ به ترتیب برابر با ۰/۰۰۷، ۰/۰۷۳۱، ۰/۰۰۹۷ و ۰/۰۷۱۳ تعیین می‌شوند.
- ۳- سپس، با جای‌گذاری ضرایب ثابت محاسبه شده در مراحل ۱ و ۲ در رابطه ۱۲، ضرایب b_0, b_1, b_2, b_3 محاسبه می‌شوند. همچنین، با جای‌گذاری ضرایب b_0, b_1, b_2, b_3 در رابطه ۱۱، رابطه کلی کمیت Φ بر حسب سرعت نسبی (ω^*) و اختلاف فشار نسبی (Δp^*) برای موتور هیدرولیکی دنده‌ای M25MF، به دست می‌آید:

$$\phi_{pump} = 0.0044 + 0.0748\omega^* + 0.0053\Delta p^* - 0.0035\omega^*\Delta p^* \quad (27)$$

- ۴- در نهایت، با جای‌گذاری مقادیر عددی حاصل از رابطه ۲۷ در رابطه ۳، راندمان حجمی موتور هیدرولیکی متناظر با شرایط کاری مفروض به دست می‌آید. بدین ترتیب، روابط ۳ و ۲۷، مجموعه روابط ریاضی لازم برای تخمین راندمان حجمی موتور هیدرولیکی دنده‌ای M25MF، به حساب می‌آیند.

به منظور ارائه‌ی مدل ریاضی برای تعیین راندمان کل موتور هیدرولیکی دنده‌ای مدل M25MF، در دو اختلاف فشار متفاوت (۱۷۰ بار و ۳۴۵ بار)، اندازه‌گیری راندمان کل آن، در چهار سرعت معین، ضرورت دارد. به بیانی دیگر، برای دستیابی به مدل ریاضی راندمان کل موتور هیدرولیکی دنده‌ای مفروض، بر روی هر منحنی فشار ثابت در نمودار راندمان کل، چهار گره در نظر گرفته می‌شود (منحنی A، متناظر با نسبت فشار ۰/۴۹ و منحنی B، متناظر با نسبت فشار ۱). در جدول ۲، نتایج حاصل از اندازه‌گیری راندمان کل موتور هیدرولیکی دنده‌ای M25MF، در چهار نقطه‌ی کاری معین، آمده است.

جدول ۲ مختصات گره‌های واقع بر منحنی‌های فشار ثابت راندمان کل موتور هیدرولیکی دنده‌ای M25MF

B ($\Delta p^* = 1$)		گره	A ($\Delta p^* = 0.49$)	
η	ω^*		η	ω^*
۰/۸۸۱	۰/۱۲۵	۰/۸۴۵	۰/۱۲۵	۱
۰/۸۸۵	۰/۳۹	۰/۸۸۵	۰/۳۹	۲
۰/۸۷۵	۰/۶۲	۰/۸۸۶	۰/۶۲	۳
۰/۸۵۴	۱	۰/۸۷۵	۱	۴

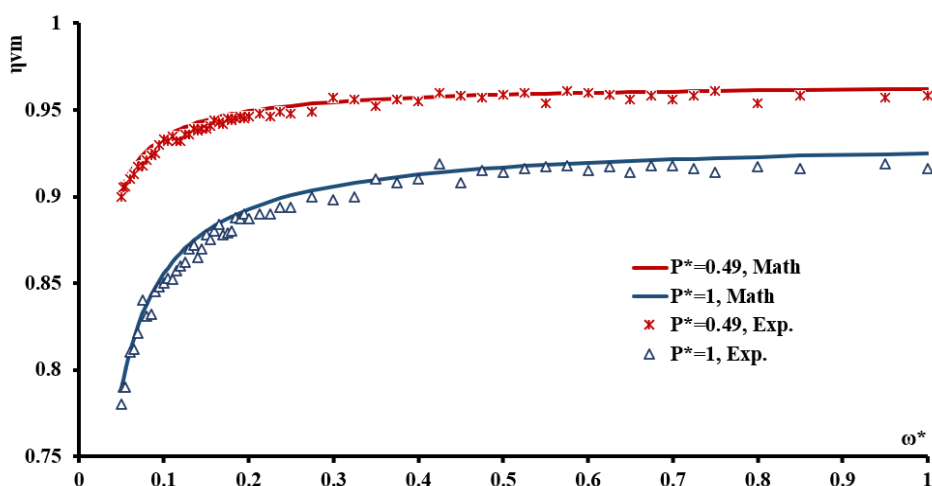
مجموعه روابط لازم برای مدل‌سازی ریاضی راندمان کل موتور هیدرولیکی دنده‌ای M25MF، بر اساس داده‌های موجود در جدول ۲ و همچنین، روند ارائه شده در بخش روش انجام پژوهش، در جدول ۳، به طور خلاصه آمده است.

جدول ۳ مجموعه روابط ریاضی لازم برای تعیین راندمان کل موتور هیدرولیکی دنده‌ای مدل M25MF بر اساس داده‌های مندرج در جدول ۲

روابط ریاضی برای تخمین راندمان موتور M25MF	کمیت
$\phi_{\omega A} = -0.1373 + 0.2135\omega^* - 0.0954(\omega^*)^2$	$\phi_{\omega A} \cdot \phi_{fA}$
$\phi_{fA} = 0.0638$	
$\phi_{\omega B} = 0.2987 - 0.3367\omega^* + 0.1597(\omega^*)^2$	$\phi_{\omega B} \cdot \phi_{fB}$
$\phi_{fB} = 0.045$	
$\phi_{\omega} = \phi_{\omega A} + (\Delta p^* - 0.49) \left(\frac{\phi_{\omega B} - \phi_{\omega A}}{0.507} \right)$	$\phi_{\omega} \cdot \phi_f$
$\phi_f = \phi_{fA} + (\Delta p^* - 0.49) \left(\frac{\phi_{fB} - \phi_{fA}}{0.507} \right)$	
$\eta = \eta^v \left(1 + \phi_{\omega} \left(\frac{\omega^*}{\Delta p^* D^*} \right) + \frac{\phi_f}{\Delta p^* D^*} \right)$	η

۳- نتایج و بحث

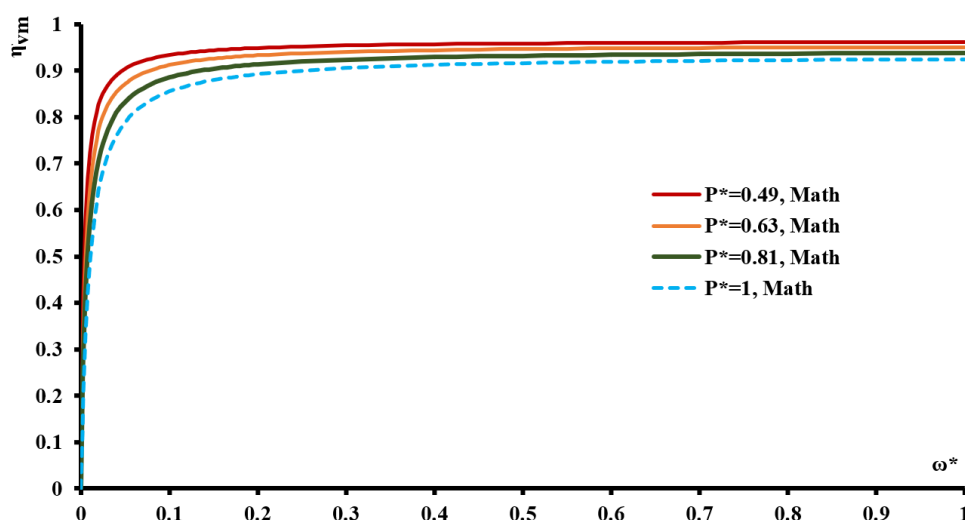
در شکل ۴، روند تغییرات راندمان حجمی موتور هیدرولیکی دنده‌ای، مدل M25MF، بر حسب نسبت سرعت دورانی محور خروجی آن، در نسبت‌های فشار ۰/۴۹ و ۱، نشان داده شده است. در شکل ۴، علاوه بر نتایج حاصل از حل مجموعه روابط ریاضی برای تخمین راندمان حجمی موتور دنده‌ای، مدل M25MF، نتایج حاصل از اندازه‌گیری‌های تجربی نیز آمده است.



شکل ۴ روند تغییرات راندمان حجمی موتور دنده‌ای، مدل M25MF بر حسب سرعت دورانی محور خروجی آن در نسبت‌های فشار ۰/۴۹ و ۱

مطابق شکل ۴، نتایج حاصل از حل مجموعه روابط ریاضی، با نتایج تجربی در نسبت‌های فشار ۰/۴ و ۱، به طور متوسط در حدود ۳/۹ و ۴/۱ درصد اختلاف دارند. در مجموع، نتایج مربوط به اندازه‌گیری‌های تجربی راندمان حجمی موتور هیدرولیکی دنده‌ای، مدل M25MF، اندکی پایین‌تر از نتایج حاصل از حل مدل ریاضی، قرار دارند. در واقع، نشت محدود روغن از لقی میان اجزای ثابت و متحرک موتور (فاصله‌ی میان رویه‌ی خارجی دنده‌های موتور با سطح داخلی پوسته‌ی موتور) و همچنین، وجود حجم محدودی از روغن در فضای میان دنده‌ها و به میزان بسیار کمتری، تراکم‌پذیری روغن، موجب اختلاف میان نتایج حاصل از حل مدل ریاضی با نتایج حاصل از اندازه‌گیری‌های تجربی راندمان حجمی موتور می‌گردد. پاندی و همکاران [۱۵]، اختلاف میان نتایج حاصل از حل مدل ریاضی راندمان حجمی یک موتور پیستونی محور خمیده را با نتایج تجربی، در حدود، ۵/۲ درصد گزارش کردند. آن‌ها، دلیل اختلاف میان نتایج تجربی و تحلیلی را برای راندمان حجمی در موتور پیستون محوری خمیده، نشت روغن در لقی موجود بین مجموعه‌ی پیستون‌ها و حفره‌های مرتبط با آن‌ها و همچنین، لقی میان صفحه‌ی مجاری موتور، بیان کردند. در پژوهش‌های دیگر نیز، اختلاف میان نتایج تجربی و تحلیلی مربوط به تخمین راندمان حجمی موتورهای هیدرولیکی، با ساختارهای مختلف، را در حدود ۴ تا ۶ درصد

گزارش نمودند [۳، ۵، ۷]. بر این اساس، مدل ریاضی ارائه شده در این پژوهش، از دقت قابل قبولی، برای تخمین راندمان حجمی در موتور هیدرولیکی، دنده‌ای مدل M25MF، برخوردار است. لازم به ذکر است که لقی میان اجزای ثابت و متحرک در ساختار موتورهای دنده‌ای، به مراتب کمتر از لقی‌های موجود در ساختار موتورهای پیستونی می‌باشد. بدین ترتیب، اختلاف میان نتایج تحلیلی و تجربی، برای تخمین راندمان حجمی در موتورهای دنده‌ای، کمتر از موتورهای پیستونی، با ساختارهای مستقیم و خمیده، پیش‌بینی می‌گردد. پس از تایید دقت مدل ریاضی ارائه شده برای تخمین راندمان حجمی موتور هیدرولیکی، دنده‌ای مدل M25MF، در شکل ۵، روند تغییرات راندمان حجمی آن، در نسبت‌های فشار ۰/۴۹، ۰/۶۳، ۰/۸۱ و ۱، بر حسب نسبت سرعت دورانی محور خروجی، نشان داده شده است.



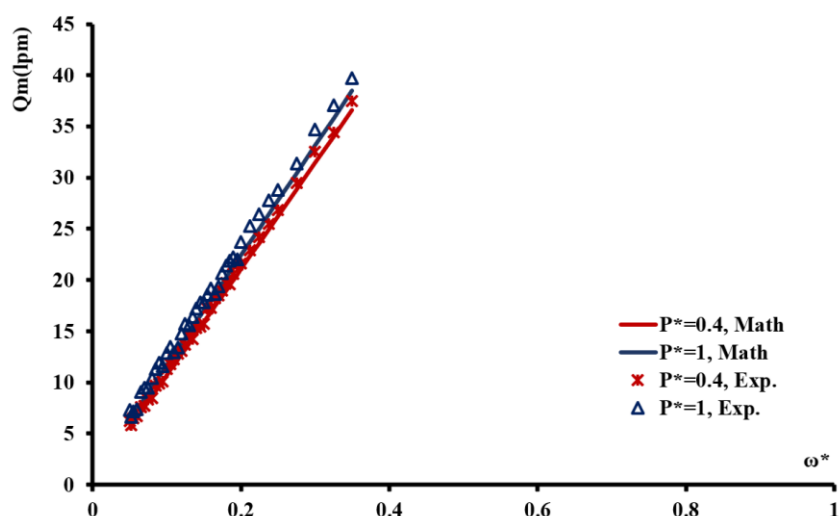
شکل ۵ روند تغییرات راندمان حجمی موتور هیدرولیکی مدل M25MF بر حسب نسبت سرعت دورانی محور خروجی آن در نسبت‌های فشار مختلف

مطابق شکل ۵، منحنی راندمان حجمی موتور هیدرولیکی دنده‌ای، مدل M25MF، بر خلاف پمپ‌های هیدرولیکی با ساختار مشابه، همواره از مبدا آغاز می‌گردد (راندمان حجمی موتور در سرعت دورانی صفر، برابر با صفر است). به عبارت دیگر، ناحیه بی‌اثر در منحنی راندمان حجمی موتور هیدرولیکی دنده‌ای، مدل M25MF، وجود ندارد (ناحیه بی‌اثر، شامل محدوده‌ای از سرعت دورانی محور خروجی موتور هیدرولیکی است که راندمان حجمی آن برابر با صفر تعیین می‌گردد). بررسی‌های بیشتر نیز نشان می‌دهد که با افزایش اختلاف فشار روغن در مجاری ورودی و خروجی موتور هیدرولیکی دنده‌ای، مدل M25MF، ناحیه بی‌اثر، در روند تغییرات راندمان حجمی آن، ظاهر نمی‌گردد. بدین ترتیب، در شرایط توقف محور خروجی موتور هیدرولیکی، مدل M25MF، روغن ورودی به موتور از سوی واحد تولید جریان روغن، به طور کامل، به صورت نشت، از محفظه‌ی آن، خارج می‌گردد. بر اساس رابطه‌ی ۲، کمینه راندمان حجمی موتور هیدرولیکی، مدل M25MF، در وضعیت توقف محور خروجی، به شرح زیر تایید می‌گردد:

$$\lim_{\omega_m^* \rightarrow 0} (\eta_m^v) = \lim_{\omega_m^* \rightarrow 0} \left(\frac{D_m \omega_m^* \omega_r}{D_m \omega_m^* \omega_r + q_{ml}} \right) = \frac{0}{0 + q_{ml}} = 0 \quad (28)$$

همچنین، در هر فشار معین روغن، در مجرای ورودی موتور دنده‌ای، با افزایش دبی روغن ورودی به موتور و افزایش سرعت دورانی محور خروجی آن، راندمان حجمی موتور، به دلیل رشد بیشتر دبی روغن ورودی به موتور نسبت به نشت روغن در محفظه‌ی آن، با شیب قابل توجهی، افزایش می‌یابد. این در حالی است که در سرعت‌های بالاتر محور خروجی موتور هیدرولیکی، راندمان حجمی آن، تغییرات اندکی خواهد داشت. از سوی دیگر، با افزایش فشار روغن در مجرای ورودی موتور هیدرولیکی، شیب روند تغییرات راندمان حجمی آن، به دلیل افزایش حجم روغن نشتی در محفظه‌ی موتور، کاهش می‌یابد. به همین ترتیب، افزایش فشار روغن در مجرای ورودی موتور هیدرولیکی، در هر سرعت معین محور خروجی، کاهش راندمان حجمی آن را به دلیل افزایش تلفات ناشی از نشت روغن به همراه دارد.

در شکل ۶، روند تغییرات دبی روغن ورودی به موتور دنده‌ای، مدل M25MF، در نسبت‌های فشار ۰/۴۹ و ۱، بر حسب سرعت دورانی محور خروجی، حاصل از حل مدل ریاضی، به همراه نتایج حاصل از اندازه‌گیری‌های تجربی، نشان داده شده است. مطابق شکل ۶، به منظور افزایش سرعت دورانی محور خروجی موتور دنده‌ای، مدل M25MF، دبی روغن ورودی به آن، بایستی به طور خطی، افزایش یابد. در ضمن، به دلیل نشت روغن در ساختار درونی این موتور هیدرولیکی، نتایج حاصل از اندازه‌گیری‌های تجربی دبی روغن ورودی، اندکی بیشتر از نتایج حاصل از حل مدل ریاضی خواهند بود. به عبارت دیگر، برای دستیابی به یک سرعت مشخص بار خارجی وارد بر محور خروجی موتور هیدرولیکی، مدل M25MF، دبی روغن ورودی به موتور بایستی اندکی بیشتر از دبی روغن تعیین شده توسط مدل ریاضی باشد. همچنین، با افزایش فشار روغن ورودی به موتور، اختلاف میان نتایج تجربی با نتایج حاصل از حل مدل ریاضی، به دلیل نشت بیشتر روغن، افزایش می‌یابد. بررسی‌های بیشتر نشان می‌دهد که در نسبت‌های فشار ۰/۴ و ۱، اختلاف میان نتایج تجربی با نتایج حاصل از حل مدل ریاضی، در شکل ۶، به طور متوسط ۳/۱ و ۳/۶ درصد تعیین می‌گردد.

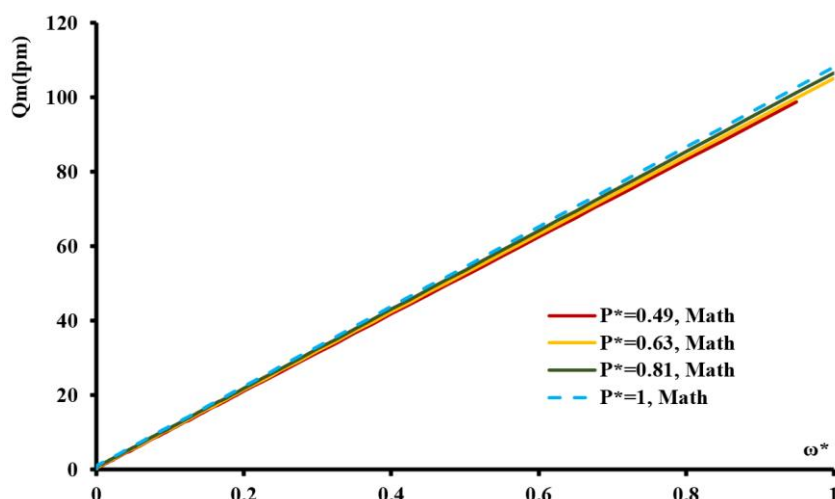


شکل ۶ روند تغییرات دبی روغن ورودی به موتور دنده‌ای مدل M25MF بر حسب سرعت دورانی محور آن در نسبت‌های فشار ۰/۴۹ و ۱

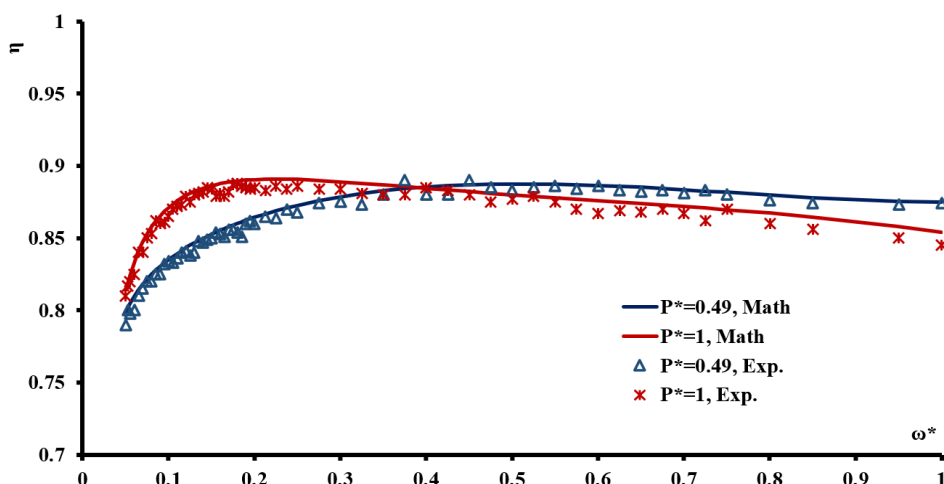
پس از بررسی دقت عمل مدل ریاضی ارائه شده، برای تعیین دبی روغن مورد نیاز موتور هیدرولیکی دنده‌ای، مدل M25MF، برای دستیابی به یک سرعت معین محور خروجی آن، در شکل ۷، روند تغییرات دبی روغن ورودی بر حسب سرعت محور ورودی موتور، در نسبت‌های فشار ۰/۴۹، ۰/۶۳، ۰/۸۱ و ۱ نشان داده شده است. مطابق شکل ۷، نسبت فشار، بر روند تغییرات دبی روغن ورودی به موتور هیدرولیک دنده‌ای، مدل M25MF، بر حسب سرعت محور خروجی آن، تاثیر قابل توجهی ندارد. در واقع، با افزایش فشار روغن در مجرای ورودی، حجم روغن نشتی در محفظه‌ی درونی موتور هیدرولیکی دنده‌ای، مدل M25MF، با افزایش همراه می‌شود. بدین ترتیب، در موتور هیدرولیکی مفروض، با افزایش نسبت فشار، برای دستیابی به یک سرعت معین، به حجم روغن ورودی بیشتری نیاز است. بر این اساس، افزایش اختلاف فشار روغن در مجاری موتور هیدرولیکی، با ساختار دنده‌ای مفروض، موجب افزایش اندک شیب روند تغییرات دبی روغن ورودی بر حسب سرعت دورانی محور خروجی و بار خارجی وارد بر آن، می‌گردد.

بر اساس مجموعه روابط ریاضی مندرج در جدول ۳، روند تغییرات راندمان کل موتور هیدرولیکی، مدل دنده‌ای M25MF، بر حسب سرعت دورانی محور متحرک آن، در نسبت‌های فشار ۰/۴۹ و ۱، در شکل ۸ نشان داده شده است. به منظور ارزیابی دقت مجموعه روابط ریاضی مندرج در جدول ۳، در شکل ۸، نتایج حاصل از اندازه‌گیری راندمان کل موتور M25MF نیز در کنار نتایج حاصل از حل مدل ریاضی، آمده است. بررسی‌ها نشان می‌دهد که نتایج حاصل از حل مدل ریاضی، با نتایج تجربی در نسبت‌های فشار ۰/۴۹ و ۱، به طور متوسط ۴/۸ و ۵/۱ درصد اختلاف دارند. لازم به ذکر است که با افزایش فشار روغن در مجرای ورودی موتور دنده‌ای مفروض، نشت روغن میان اجزای ثابت و متحرک آن افزایش می‌یابد. از این رو، افزایش فشار روغن موجب افزایش اختلاف میان نتایج تجربی و نتایج حاصل از حل مدل ریاضی می‌گردد. از سوی دیگر، افزایش سرعت دورانی محور متحرک موتور هیدرولیک در هر نسبت فشار ثابت، ضمن کاهش فیلم روغن میان اجزای ثابت و متحرک آن، موجب افزایش گشتاور مقاوم در برابر حرکت دورانی و تلفات مکانیکی

می‌گردد. بدین ترتیب، در شرایطی که اختلاف فشار روغن در مجاری موتور هیدرولیکی برابر با مقدار ثابتی باشد، افزایش سرعت دورانی محور متحرک موتور، موجب افزایش اختلاف میان نتایج تجربی و نتایج حاصل از حل مجموعه روابط ریاضی مرتبط با راندمان کل موتور می‌گردد. پاندي و همکاران [۱۵، ۱۸] اختلاف میان نتایج حاصل از حل مدل ریاضی راندمان کل یک موتور پیستونی محور خمیده را با نتایج تجربی، در حدود ۶/۴ درصد گزارش کردند. آن‌ها، دلیل اختلاف میان نتایج تجربی و تحلیلی را برای راندمان کل در موتور پیستون محوری خمیده، را علاوه بر نشت روغن از فضای خالی میان اجزای ثابت و متحرک موتور و همچنین درزبندها، تلفات اصطکاکی ناشی از حرکت نسبی میان اجزای ثابت و متحرک و کاهش فیلم روغن میان آن‌ها، بیان کردند. در پژوهش‌های دیگر نیز، اختلاف میان نتایج تجربی و تحلیلی مربوط به تخمین راندمان حجمی موتورهای هیدرولیکی، با ساختارهای مختلف، را در حدود ۵ تا ۶ درصد گزارش نمودند [۵، ۷]. از آنجایی که لقی میان اجزای ثابت و متحرک در ساختار موتورهای دنده‌ای، به مراتب، کمتر از لقی‌های موجود در ساختار موتورهای پیستونی می‌باشد، اختلاف میان نتایج تحلیلی و تجربی، برای تخمین راندمان کل در موتورهای دنده‌ای، کمتر از موتورهای پیستونی، پیش‌بینی می‌گردد. بدین ترتیب، تخمین راندمان کل در موتور هیدرولیکی، دنده‌ای مدل M25MF، بر اساس مجموعه روابط ریاضی ارائه شده در این پژوهش، از دقت قابل قبولی، برخوردار است.

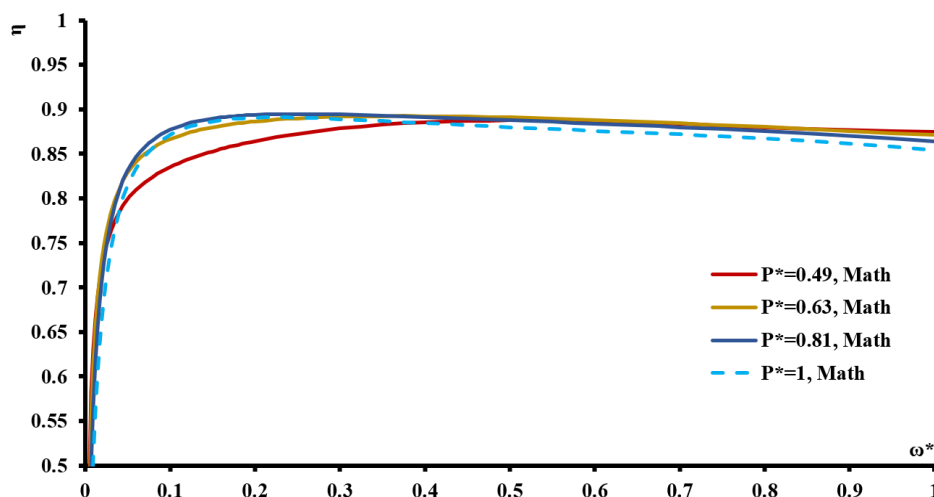


شکل ۷ روند تغییرات دبی روغن ورودی به موتور دنده‌ای مدل M25MF بر حسب سرعت دورانی محور متحرک در نسبت‌های فشار مختلف



شکل ۸ روند تغییرات راندمان کل موتور هیدرولیکی دنده‌ای مدل M25MF بر حسب سرعت دورانی محور متحرک در نسبت‌های فشار ۰/۴ و ۱

پس از تایید دقت مدل ریاضی ارائه شده، روند تغییرات راندمان کل موتور هیدرولیکی دنده‌ای، مدل M25MF بر حسب سرعت دورانی محور متحرک آن، در نسبت‌های فشار ۰/۴۹، ۰/۶۳، ۰/۸۱ و ۱، در شکل ۹، نشان داده شده است.



شکل ۹ روند تغییرات راندمان کل موتور هیدرولیکی دنده‌ای مدل M25MF بر حسب سرعت دورانی محور خروجی در نسبت‌های فشار ۰/۴ و ۱

مطابق شکل ۹، در هر نسبت فشار معین، با افزایش سرعت دورانی محور متحرک موتور هیدرولیکی، راندمان کل آن، در مرحله‌ی اول، افزایش و سپس، به دلیل رشد نرخ تلفات اصطکاکی، کاهش می‌یابد. از این رو، روند تغییرات راندمان کل موتور دنده‌ای، مدل M25MF، در محدوده‌ی معینی از سرعت محور متحرک، بیشینه خواهد بود. بررسی‌های بیشتر نشان می‌دهد که با افزایش اختلاف فشار روغن در مجاری موتور دنده‌ای مفروض، راندمان کل، در سرعت‌های پایین‌تری، بیشینه خواهد بود. از سوی دیگر، در شرایطی که سرعت دورانی محور متحرک موتور دنده‌ای از سرعت دورانی متناظر با بیشینه راندمان کل فراتر رود، به دلیل کاهش کیفیت روانکاری میان اجزای ثابت و متحرک ناشی از کاهش ضخامت فیلم روغن، و در نتیجه‌ی آن، افزایش گشتاور مقاوم در برابر حرکت محور متحرک موتور، راندمان کل، کاهش می‌یابد. لازم به ذکر است که با افزایش نسبت فشار روغن در موتور هیدرولیک دنده‌ای، مدل M25MF، روند کاهشی راندمان کل پس از نقطه‌ی بیشینه، به دلیل حجم بالاتر روغن نشتی در محفظه‌ی موتور، با شیب بیشتری، ادامه می‌یابد. بر اساس آنچه که در شکل ۹، مشاهده می‌گردد، ناحیه‌ی بی‌اثر، در روند تغییرات راندمان کل موتور هیدرولیکی با ساختار دنده‌ای، مدل M25MF بر حسب نسبت سرعت، وجود ندارد (ناحیه‌ی بی‌اثر، شامل محدوده‌ای از سرعت دورانی محور خروجی موتور هیدرولیکی است که راندمان کل آن برابر با صفر برآورد می‌گردد). این در حالی است که در پمپ‌های هیدرولیکی روند تغییرات راندمان کل بر حسب سرعت دورانی محور ورودی همواره شامل یک ناحیه بی‌اثر، می‌باشد.

۴- نتیجه‌گیری

تلفات انرژی در موتورهای هیدرولیکی به کار رفته در ساختار سامانه‌های انتقال توان هیدرولیکی، تاثیر قابل توجهی بر مصرف سوخت، آلودگی محیط زیست و کارایی بسیاری از ماشین‌های ثابت و متحرک در صنعت و کشاورزی دارد. برای این منظور، در این پژوهش، مدلی ریاضی برای پیش‌بینی تلفات انرژی در موتورهای هیدرولیکی، در شرایط کاری مختلف، ارائه گردید. برای ارزیابی دقت عمل مدل ریاضی ارائه شده در این پژوهش، طراحی و ساخت سامانه‌ی انتقال توان هیدرولیکی، شامل موتور هیدرولیکی جابجایی ثابت با ساختار دنده‌ای، در دستور کار قرار گرفت. در زیر به برخی از یافته‌های این پژوهش اشاره شده است:

- نتایج حاصل از حل مجموعه روابط ریاضی، برای تخمین راندمان حجمی موتور دنده‌ای، مدل M25MF، با نتایج تجربی در نسبت‌های فشار ۰/۴ و ۱، به طور متوسط در حدود ۳/۹ و ۴/۱ درصد اختلاف دارند.
- نتایج حاصل از اندازه‌گیری راندمان کل موتور M25MF، در نسبت‌های فشار ۰/۴۹ و ۱، به طور متوسط در حدود ۴/۸ و ۵/۱ درصد با نتایج حاصل از حل مدل ریاضی، اختلاف دارند.
- در نسبت‌های فشار ۰/۴ و ۱، اختلاف میان روند تغییرات دبی روغن ورودی به موتور هیدرولیکی دنده‌ای مدل M25MF، حاصل از حل مدل ریاضی و اندازه‌گیری‌های تجربی، به طور متوسط در حدود ۳/۱ و ۳/۶ درصد تعیین گردید.
- با توجه به دقت قابل قبول مدل ریاضی ارائه شده در این پژوهش، امکان تخمین تلفات انرژی در موتورهای

- هیدرولیکی، با هر نوع ساختار، با حجم‌های جابجایی متفاوت و تحت فشارهای کاری مختلف، به سادگی وجود دارد.
- روند تغییرات راندمان‌های حجمی و کل موتور هیدرولیکی دنده‌ای بر حسب سرعت دورانی محور ورودی، بر خلاف پمپ‌های هیدرولیکی با ساختار مشابه، در نسبت‌های فشار مختلف، شامل ناحیه‌ی بی‌اثر نمی‌باشد.

References

- [1] Nikandish P. Presenting the mathematical model of the variable flow rate axial piston pump with the displacement control valve. *Iranian Journal of Manufacturing Engineering*. 2023 Jun 22;10(4):1-6. doi: [10.22034/IJME.2023.398687.1783](https://doi.org/10.22034/IJME.2023.398687.1783) [In Persian]
- [2] Vacca A. Energy efficiency and controllability of fluid power systems. *Energies*. 2018 May 7;11(5):1169. doi: [10.3390/en11051169](https://doi.org/10.3390/en11051169)
- [3] Chiavola O, Frattini E, Palmieri F, Fioravanti A, Marani P. On the efficiency of mobile hydraulic power packs operating with new and aged eco-friendly fluids. *Energies*. 2023 Jul 28;16(15):5681. doi: [10.3390/en16155681](https://doi.org/10.3390/en16155681)
- [4] Mahato AC, Ghoshal SK. Energy-saving strategies on power hydraulic system: An overview. *Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers, Part I: Journal of Systems and Control Engineering*. 2021 Feb;235(2):147-69. doi: [10.1177/095965182093162](https://doi.org/10.1177/095965182093162)
- [5] Rituraj R, Vacca A, Rigosi M. Modeling and validation of hydro-mechanical losses in pressure compensated external gear machines. *Mechanism and Machine Theory*. 2021 Jul 1;161:104310. doi: [10.1016/j.mechmachtheory.2021.104310](https://doi.org/10.1016/j.mechmachtheory.2021.104310)
- [6] Devendran RS, Vacca A. A novel design concept for variable delivery flow external gear pumps and motors. *International Journal of Fluid Power*. 2014 Sep 2;15(3):121-37. doi: [10.1080/14399776.2014.977699](https://doi.org/10.1080/14399776.2014.977699)
- [7] Kumar N, Dasgupta K, Ahmad F. Analysis of leakage flow characteristics in bent axis motors. In: *Proceedings of the 1st International and 16th National Conference on Machines and Mechanisms (iNaCoMM2013)*; 2013 Dec 18; Roorkee, India. p. 318-23. doi: [10.13140/RG.2.1.4079.9846](https://doi.org/10.13140/RG.2.1.4079.9846)
- [8] Strmčnik E, Majdič F. The pressure and efficiency characteristic of hydraulic gerotor motor with the floating outer ring. *Tehnički vjesnik*. 2018 Apr 21;25(2):609-15. doi: [10.17559/TV-20161201093324](https://doi.org/10.17559/TV-20161201093324)
- [9] Banaszek A. Identification of optimal efficiency exploitation conditions of axial-piston hydraulic motor A2FM type using Artificial Neural Network algorithms. *Procedia Computer Science*. 2021 Jan 1;192:1532-40. doi: [10.1016/j.procs.2021.08.157](https://doi.org/10.1016/j.procs.2021.08.157)
- [10] Wang Z, Wu S, Gao D, Wang S. Distribution performance analysis and experimental research on the port plate pairs of low speed high torque seawater hydraulic motor. *Chinese Journal of Mechanical Engineering*. 2019 Dec;32(1):108. doi: [10.1186/s10033-019-0422-y](https://doi.org/10.1186/s10033-019-0422-y)
- [11] Sliwinski P, Patrosz P. The influence of water and mineral oil on pressure losses in hydraulic motor. In: *International Scientific-Technical Conference on Hydraulic and Pneumatic Drives and Control*; 2020 Oct 21-23; Staniszow, Poland. Cham: Springer International Publishing; 2020. p. 112-22.
- [12] Sliwinski P. Determination of the theoretical and actual working volume of a hydraulic motor. *Energies*. 2020 Nov 13;13(22):5933. doi: [10.3390/en13225933](https://doi.org/10.3390/en13225933)
- [13] Sliwinski P. Determination of the theoretical and actual working volume of a hydraulic motor—Part II (The method based on the characteristics of effective absorbency of the motor). *Energies*. 2021 Mar 16;14(6):1648. doi: [10.3390/en14061648](https://doi.org/10.3390/en14061648)
- [14] Vardhan A, Pandey AK, Singh AP. Effect of various operating parameters on the steady-state performance of the bent axis motor. *Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers, Part E: Journal of Process Mechanical Engineering*. 2022 Jun;236(3):1034-46. doi: [10.1177/09544089211054400](https://doi.org/10.1177/09544089211054400)
- [15] Pandey AK, Kumar A, Kumar N. Analysis on the Steady-state Performance and Losses of a Bent-axis Type Hydraulic Motor Used in Heavy Earth Moving Machinery. *International Journal of Fluid Power*. 2021 Jul 10:293-330. doi: [10.13052/ijfp1439-9776.2231](https://doi.org/10.13052/ijfp1439-9776.2231)
- [16] Śliwiński P. The influence of pressure drop on the working volume of a hydraulic motor. *Maintenance & Reliability/Eksplatacja i Niezawodność*. 2022 Oct;24(4):747-57. doi: [10.17531/ein.2022.4.15](https://doi.org/10.17531/ein.2022.4.15)
- [17] Novaković B, Radovanović L, Zuber N, Radosav D, Đorđević L, Kavalić M. Analysis of the influence of hydraulic fluid quality on external gear pump performance. *Maintenance & Reliability/Eksplatacja i Niezawodność*. 2022 March;24(2):260-8. doi: [10.17531/ein.2022.2.7](https://doi.org/10.17531/ein.2022.2.7)
- [18] Pandey AK, Kumar A, Tripathi JP, Hasan ME. Analysis of a high speed low-torque variable displacement hydro-motor efficiency at different displacement conditions. *Materials Today: Proceedings*. 2023 Jan 1;79:247-9. doi: [10.1016/j.matpr.2022.11.114](https://doi.org/10.1016/j.matpr.2022.11.114)
- [19] Pawar A, Manne VH, Vacca A, Rigosi M. Analysis of torque efficiency of External Gear Machines considering gear teeth roughness. *Mechanism and Machine Theory*. 2024 Sep 1;199:105675. doi: [10.1016/j.mechmachtheory.2024.105675](https://doi.org/10.1016/j.mechmachtheory.2024.105675)