



مطالعه اثر انحناهای سطح تندیس‌وار بر نیروهای فرزکاری

محمد قربانی¹، محمدرضا موحدی^{2*}

1- دانشجوی دکتری، مهندسی مکانیک، دانشگاه صنعتی شریف، تهران

2- استاد، مهندسی مکانیک، دانشگاه صنعتی شریف، تهران

* تهران، صندوق پستی 11155-11365، movahhed@sharif.edu

چکیده

اطلاعات مقاله

در فرایند فرزکاری قطعات با سطوح تندیس‌وار، انحناهای سطح به‌عنوان یکی از بارزترین ویژگی‌های هندسی آن می‌تواند بر نیروهای فرزکاری و در نتیجه بر دقت ابعادی قطعه نهایی تأثیرگذار باشد. در این تحقیق با ارائه مدلی تحلیلی برای استخراج ناحیه درگیری ابزار فرز انگشتی سرکروی و سطح تندیس‌وار، به‌گونه‌ای که فرم صریح انحناهای سطح را در بر داشته باشد، به مطالعه اثر انحناها بر نیروهای فرزکاری پرداخته می‌شود. به این منظور، ابتدا نیروهای فرزکاری با استفاده از مدل مکانیستیک و با به‌کارگیری روش تبدیل از حالت متعامد به مایل برای محاسبه ضرایب برشی مدل‌سازی می‌شوند. سپس، با مقایسه نتایج حاصل از مدل با نتایج موجود در مراجع معتبر به صحت‌گذاری آن پرداخته می‌شود. در ادامه با انجام مطالعات پارامتریک، اثر انحناهای سطح و عمق درگیری بر نیروهای فرزکاری بررسی می‌شود. نتایج به‌دست‌آمده نشان می‌دهد که در عمق درگیری ثابت، انحناهای سطح در نواحی مقعر بیشترین تأثیر، در نواحی زینی شکل حالت میانی و در نواحی محدب کمترین تأثیر را بر نیروها دارند. همچنین، در مقادیر مشخص از انحناهای سطح، اثر انحناها بر نیروهای فرزکاری با کاهش عمق درگیری افزایش می‌یابد. به‌عبارت دیگر، با کاهش عمق درگیری، صرف‌نظر کردن از انحناهای سطح خطای نسبی بزرگتری را در نتایج وارد می‌کند. همچنین، نتایج به‌دست‌آمده نشان می‌دهند که انحناهای سطح در صفحه عمود بر مسیر حرکت ابزار اثر بزرگتری بر نیروهای فرزکاری نسبت به انحناهای سطح در امتداد مسیر دارد.

مقاله پژوهشی کامل
دریافت: 15 دی 1397
پذیرش: 28 فروردین 1398
ارائه در سایت: آبان 1398

کلیدواژگان:

سطح تندیس‌وار
فرز انگشتی سرکروی
انحناهای سطح
فرزکاری

Investigating the effect of sculptured surface curvatures on milling forces

Mohammad Ghorbani, Mohammad Reza Movahhedy*

Department of Mechanical Engineering, Sharif University of Technology, Tehran, Iran

* P.O.B. 11365-11155 Tehran, Iran, movahhed@sharif.edu

Article Information

Original Research Paper
Received 5 January 2019
Accepted 17 April 2019
Available October 2019

Keywords:

Sculptured Surface
Ball-end Mill
Surface Curvatures
Milling

Abstract

In the milling of sculptured surfaces, cutting forces and the final part accuracy can be affected by surface curvatures. In this paper, an analytical formulation containing the explicit form of the principal curvatures of surface is developed for extracting the engagement boundaries between a ball-end mill and a sculptured surface, and the effect of surface curvatures on the milling forces is investigated. To this end, first, a mechanistic cutting force model is presented for calculating the milling forces acting on a ball-end tool. Orthogonal to oblique cutting technique is used to calculate the cutting force coefficients, and the model is verified by comparing the predicted milling forces with the existing ones in the literature. Then, parametric studies are performed to investigate the effects of cutting depth and surface curvatures on the milling forces. The results show that at a constant cutting depth, the milling forces are more influenced by the surface curvatures at the concave and saddle regions of the surface in comparison with the convex regions. Furthermore, for constant values of curvatures, the effect of surface curvatures on the milling forces increases as the cutting depth decreases. In other words, as the cutting depth decreases, neglecting the effect of surface curvatures results in more relative error in the calculated milling forces. Furthermore, the obtained results show that the surface curvature perpendicular to the feed direction has more influence on the milling forces than the curvature in the feed direction.

1- مقدمه

اتومبیل و هوافضا مثال‌هایی از قطعات با سطوح تندیس‌وار هستند. در ساخت این قطعات و از جمله در مرحله پرداخت کاری آنها، فرایندهای فرزکاری سه و پنج‌محوره به‌کمک ابزار فرز انگشتی سرکروی² به‌طور گسترده به‌کار گرفته می‌شود

سطوح ایجادکننده بسیاری از قطعات صنعتی سطوح تندیس‌وار¹ نامیده می‌شوند. پره‌های کمپرسورها و توربین‌ها، قالب‌ها، قطعات پزشکی جهت بازسازی‌های آناتومیکی و بدنه‌سازها در صنعت

² Ball-end mill¹ Sculptured surface

Please cite this article using:

M. Ghorbani, M.R. Movahhedy, Investigating the effect of sculptured surface curvatures on milling forces, Iranian Journal of Manufacturing Engineering, Vol. 6, No. 6, pp. 34-43, 2019 (in Persian)

برای ارجاع به این مقاله از عبارت ذیل استفاده نمایید:

در بخش دوم پژوهش‌های پیشین، مدل‌سازی نیروهای فرزکاری به‌همراه پارامترهای هندسی مؤثر در فرایند مانند مسیره‌های ابزار منحنی شکل، جهت‌گیری ابزار نسبت به سطح قطعه‌کار، فرزکاری سطوح شیب‌دار و سطوح با شکل دلخواه مورد توجه بوده‌است. ایکوا⁶ و همکاران در مطالعه خود به مدل‌سازی تحلیلی فرزکاری سطوح استوانه‌ای محدب و مقعر پرداختند و روابط هندسی محاسبه ضخامت براده تغییر شکل نیافته را برای حالت‌های مختلف حرکت ابزار سرکروی روی یک سطح استوانه‌ای ارائه کردند [7]. کائو و همکاران نیز به مدل‌سازی نیروها در فرزکاری چندمحوره سطوح انحنا‌دار با تقریب سطح با استفاده از یک سطح کروی پرداختند [8]. در مرجع [9] ضخامت لحظه‌ای براده و مرزهای ناحیه درگیری ابزار و قطعه‌کار در فرزکاری سه‌محوره سطوح تندیس‌وار یکنواخت⁷ و در مطالعات [10، 11] مدل‌سازی و بهینه‌سازی فرایند فرزکاری پنج‌محوره با ابزار فرز انگشتی سرکروی انجام شده‌است.

همان‌طور که قبلاً اشاره شد، انحناهای سطح تندیس‌وار به‌طور مستقیم بر ناحیه درگیری ابزار و قطعه‌کار و در نتیجه بر نیروهای فرزکاری تأثیرگذارند. نمونه‌ای از داده‌های تجربی نشان‌دهنده این تأثیر برای یک شرایط خاص از هندسه ابزار و قطعه‌کار در مرجع [8] ارائه شده‌است. به‌دلیل اینکه در بسیاری از مدل‌های موجود برای محاسبه ناحیه درگیری از انحناهای سطح صرف‌نظر شده و یا اینکه به‌طور ضمنی در روابط وارد شده‌اند، انجام مطالعات پارامتریک توسط این مدل‌ها با محدودیت‌هایی مواجه است. هرچند مطالعات متعددی در زمینه مدل‌سازی نیروها برای فرایند فرزکاری سطوح تندیس‌وار وجود دارد، اما طبق بررسی نویسندگان، مطالعه‌ای پارامتریک بر روی اثر انحناهای سطح تندیس‌وار و همچنین بررسی اثرات متقابل انحناها با عمق درگیری بر روی نیروهای فرزکاری وجود ندارد. در این مقاله با ارائه یک مدل تحلیلی برای استخراج مرزهای ناحیه درگیری ابزار و قطعه‌کار که در آن انحناهای اصلی⁸ سطح و عمق درگیری به‌طور صریح در روابط وارد می‌شوند، به مطالعه اثرات مذکور پرداخته می‌شود. در حالت کلی، به‌دلیل پیچیدگی‌های هندسی که در فرایند فرزکاری سطوح تندیس‌وار با ابزار فرز سرکروی وجود دارد، مدل‌سازی نیروها با وارد کردن جزئیات هندسی سطح قطعه‌کار مانند انحناهای آن موجب پیچیدگی روند مدل‌سازی می‌شود. مطالعه پارامتریک حاضر می‌تواند میزان خطایی که صرف‌نظر کردن از انحناهای سطح در

[1]. مدل‌سازی این فرایند و بررسی پارامترهای مؤثر بر آن می‌تواند به انتخاب پارامترهای برشی مناسب و افزایش دقت محصول نهایی کمک کند. مهمترین گام در مدل‌سازی فرایندهای ماشین‌کاری، مدل‌سازی نیروهاست. نیروهای فرزکاری برای ابزار فرز انگشتی سرکروی از عواملی مانند جنس قطعه‌کار، جنس ابزار و پوشش آن، هندسه لبه‌های برشی ابزار، میزان عمق درگیری¹ (ضخامت ماده برداشته‌شده در راستای نرمال سطح)، فاصله مسیره‌های مجاور حرکت ابزار، سرعت پیشروی و هندسه محلی سطح قطعه‌کار در ناحیه تماس با ابزار تأثیر می‌پذیرند [2]. پس از انتخاب ابزار مناسب برای فرزکاری یک قطعه‌کار با جنس مشخص، سایر عواملی که بر نیروهای ماشین‌کاری تأثیرگذار هستند در ناحیه درگیری ابزار و قطعه‌کار² جمع می‌شوند. انحناهای سطوح تندیس‌وار به‌عنوان بارزترین ویژگی ظاهری این سطوح، از جمله عواملی هستند که به‌طور مستقیم بر ناحیه درگیری ابزار و قطعه‌کار و در نتیجه بر نیروهای فرزکاری تأثیرگذارند. مطالعه اثر انحناهای سطح بر نیروهای فرزکاری و همچنین بررسی اثرات متقابل آنها با عمق درگیری می‌تواند راه‌کارهایی کاربردی برای تولید مسیر حرکت ابزار و برنامه‌ریزی نرخ پیشروی در نواحی مختلف سطوح تندیس‌وار (نواحی محدب، مقعر و زینی‌شکل) را در اختیار قرار دهد.

پژوهش‌های پیشین در حوزه مدل‌سازی نیروها برای ابزار فرز سرکروی را می‌توان به دو بخش تقسیم‌بندی کرد. در بخش اول، مکانیک فرز انگشتی سرکروی از دیدگاه هندسه ابزار، ضخامت براده تغییر شکل نیافته، اثرات خروج از مرکزیت ابزار و نحوه محاسبه ضرایب نیروی برشی مورد توجه محققین بوده است. به‌عنوان نمونه، لی و آلتینتاش³ در مطالعه خود با تقسیم‌بندی ابزار به المان‌های دیفرانسیلی کوچک در راستای محوری و استفاده از فرض تراش مایل بر روی هر المان، ضرایب برشی برای مدل نیروی مکانیستیک⁴ را با استفاده از داده‌های تراش متعامد و به‌کارگیری روابط تبدیل از حالت متعامد به مایل محاسبه کردند [2]. در مرجع [4] یک مدل مکانیستیک برای محاسبه نیروهای وارده به ابزار فرز سرکروی دارای تیغچه الماسه و در مرجع [5] اثرات نفوذ ابزار در قطعه‌کار بر نیروهای برشی با در نظر گرفتن تغییر شکل الاستو-پلاستیک ماده ارائه شده است. کائو⁵ و همکاران نیز مدلی برای محاسبه نیروهای فرزکاری با در نظر گرفتن اثرات خروج از مرکزیت ابزار ارائه کردند [6].

¹ Cutting depth

² Cutter-workpiece engagement (CWE)

³ Lee and Altintas

⁴ Mechanistic

⁵ Cao

⁶ Iku

⁷ Monotonic

⁸ Principal curvatures

شرایط مختلف در نتایج وارد می‌کند را تعیین کند.

2- هندسه فرایند

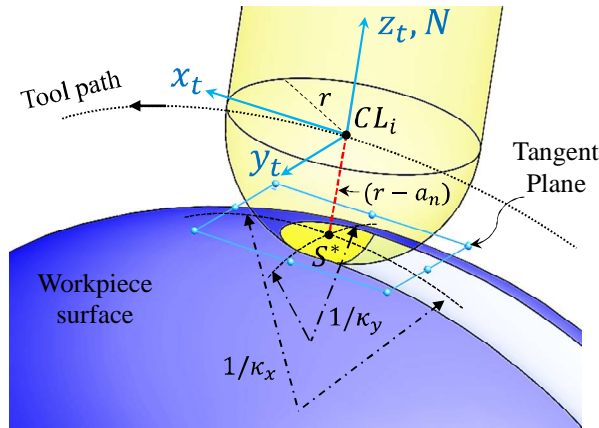


Fig. 1 Illustration of the geometry of the process and used parameters

شکل 1 هندسه فرایند و پارامترهای مورد استفاده در مدل‌سازی

3- استخراج ناحیه درگیری ابزار و قطعه‌کار

ناحیه درگیری ابزار و قطعه‌کار (با نماد اختصاری CWE) به همراه مرزهای آن به صورت بزرگنمایی شده در شکل 2 نمایش داده شده‌است. مطابق شکل‌های 1 و 2، مرز B_1 فصل مشترک سطح قطعه‌کار و سطح پیرامونی بخش کروی ابزار است. بنابراین، معادله توصیف‌کننده این مرز را می‌توان با یافتن تقاطع دو سطح زیر در دستگاه مختصات ابزار به‌دست آورد:

$$z = \frac{1}{2}\kappa_x x^2 + \frac{1}{2}\kappa_y y^2 - (r - a_n) \quad (2)$$

$$x^2 + y^2 + z^2 = r^2 \quad (3)$$

با حذف z از معادلات (2) و (3)، معادله مرتبه چهار (4) به‌دست می‌آید:

$$\begin{aligned} a_4 x^4 + a_2 x^2 + a_0 &= 0, \quad a_4 = \kappa_x^2 \\ a_2 &= 2\kappa_x \kappa_y y^2 - 4\kappa_x (r - a_n) + 4 \\ a_0 &= \kappa_y^2 y^4 + 4y^2 - 4\kappa_y y^2 (r - a_n) \\ &\quad + 4a_n^2 - 8ra_n \end{aligned} \quad (4)$$

به ازای هر مقدار y ، چهار ریشه معادله (4) را می‌توان با استفاده از حل تحلیلی معادلات مرتبه چهار به‌کمک رادیکال‌ها به‌دست آورد [13]. برای تعیین اینکه کدام یک از این ریشه‌ها مرز B_1 را تشکیل می‌دهند، روند زیر دنبال می‌شود: مقدار y در بازه $[-r, +r]$ جاروب شده و چهار ریشه معادله (4) و همچنین مقادیر z متناظر با این ریشه‌ها با استفاده از رابطه (2) محاسبه می‌شوند. سپس از میان چهار نقطه به‌دست‌آمده برای هر مقدار y ، نقاط حقیقی که مختصه x آنها در شرط رابطه (5) صدق کند مرز B_1 را تشکیل می‌دهند.

$$x \geq 0 \quad (5)$$

نقاط انتهایی مرز B_1 که در شکل 2 با M_1 و M_2 نشان داده شده‌اند، متناظر با حالت تساوی در رابطه (5) هستند. نام‌گذاری

ارتباط بین پارامترهای فرایند و هندسه سطح با نیروهای فرزکاری از طریق ناحیه درگیری ابزار و قطعه‌کار برقرار می‌شود. برای مطالعه اثر انحناهای سطح و عمق درگیری بر روی نیروهای فرزکاری به‌طور مستقل، لازم است شرایطی که سایر عوامل یعنی فاصله مسیره‌های مجاور حرکت ابزار و موقعیت ناحیه درگیری بر روی بخش کروی ابزار در آن دخیل نباشند مدنظر قرار گیرد. به همین منظور، مطابق شکل 1 فرایند شیارزنی یک سطح تندیس‌وار هنگامی که محور ابزار در راستای بردار نرمال سطح قرار دارد (معادل با زاویه‌های هادی¹ و انحراف² صفر در فرزکاری پنج‌محوره) در نظر گرفته می‌شود. در شکل 1، شعاع r ابزار، a_n میزان عمق درگیری در راستای نرمال سطح CL_i, N نقطه مرکز کروی ابزار که نقطه‌ای بر روی مسیر حرکت و متناظر با موقعیت تحت بررسی و نهایتاً S^* تصویر نقطه CL_i بر روی سطح قطعه‌کار در راستای بردار نرمال سطح است. همچنین κ_x و κ_y بیان‌گر انحناهای اصلی سطح قطعه‌کار در نقطه S^* هستند [12]. دستگاه x_t, y_t, z_t دستگاه مختصات ابزار نامیده می‌شود که محور x_t آن مماس بر مسیر حرکت ابزار در نقطه CL_i و محور z_t آن در راستای بردار نرمال سطح قرار دارد. لازم به‌ذکر است که مسیر حرکت ابزار در راستای یکی از انحناهای اصلی سطح در نظر گرفته شده‌است و بنابراین محورهای x_t و y_t با راستاهای اصلی سطح در نقطه S^* موازی هستند. چنانچه جهت خم‌شدن سطح به‌طرف بردار نرمال N باشد، علامت انحناهای اصلی متناظر مثبت و در غیر این صورت، علامت آن منفی در نظر گرفته می‌شود. برای استخراج مرزهای ناحیه درگیری نیاز به توصیف ریاضی سطح قطعه‌کار در حوالی نقطه S^* است. به این منظور، از یک توصیف محلی مرتبه دو برحسب انحناهای اصلی سطح به‌صورت زیر استفاده می‌شود [12]:

$$z = \frac{1}{2}\kappa_x x^2 + \frac{1}{2}\kappa_y y^2 - (r - a_n) \quad (1)$$

لازم به‌ذکر است که این توصیف در دستگاه مختصات ابزار نشان‌دهنده در شکل 1 بیان شده است و ترکیب‌های مختلف از انحناهای اصلی κ_x و κ_y می‌تواند سطوح محدب، مقعر و زینی‌شکل را توصیف کند (طبق قرارداد اگر علامت هر دو انحناهای اصلی سطح منفی باشد، سطح محدب نامیده می‌شود).

¹ Lead

² Tilt

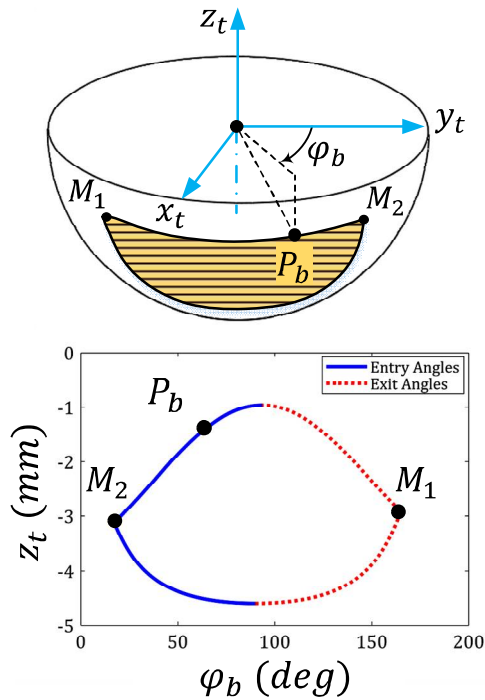


Fig. 3 A schematic view of the CWE region (top figure) and its map on the $z_t \phi_b$ diagram (bottom figure)

شکل 3 نمایی از یک ناحیه درگیری نمونه (شکل بالا) و نگاشت آن بر نمودار دوبعدی $z_t \phi_b$ (شکل پایین)

در این مدل مؤلفه‌های دیفرانسیلی نیرو که به یک المان از لبه‌های برشی ابزار وارد می‌شوند را می‌توان به صورت رابطه (8) بیان کرد [8]:

$$\begin{cases} dF_{r_j}(\varphi_j(z)) = K_{re}dS + K_{rc}h_j(\varphi_j(z))db \\ dF_{t_j}(\varphi_j(z)) = K_{te}dS + K_{tc}h_j(\varphi_j(z))db \\ dF_{a_j}(\varphi_j(z)) = K_{ae}dS + K_{ac}h_j(\varphi_j(z))db \end{cases} \quad (8)$$

در رابطه (8)، dF_{r_j} ، dF_{t_j} و dF_{a_j} به ترتیب مؤلفه‌های دیفرانسیلی نیروی شعاعی، مماسی و محوری وارده به لبه برشی زام بر حسب نیوتون؛ K_{re} ، K_{te} و K_{ae} ضرایب لبه‌ای شعاعی، مماسی و محوری بر حسب نیوتون بر متر؛ و K_{rc} ، K_{tc} و K_{ac} ضرایب برشی شعاعی، مماسی و محوری بر حسب نیوتون بر متر مربع هستند. همچنین، $h_j(\varphi_j(z))$ ضخامت براده تغییر شکل نیافته در راستای نرمال سطح ابزار، dS طول المان دیفرانسیلی از لبه برشی ابزار در امتداد لبه برشی و db طول تصویر المان دیفرانسیلی لبه برشی ابزار در امتداد عمود بر سرعتی برشی لبه ابزار و به عبارت دیگر بیان گر عرض براده تغییر شکل نیافته است. در شکل 4 مؤلفه‌های دیفرانسیلی نیروی وارده به یک المان از لبه برشی ابزار نشان داده شده است.

این نقاط نیز به گونه‌ای است که شرط $y_{M_1} \leq y_{M_2}$ برای توصیف این نقاط در دستگاه مختصات ابزار صادق باشد.

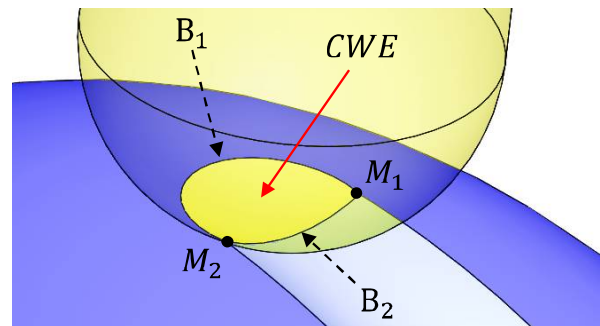


Fig. 2 A schematic view of the CWE region and its boundaries

شکل 2 ناحیه درگیری ابزار و قطعه کار و نحوه نام‌گذاری مرزهای آن

مرز B_2 در حالت کلی از تقاطع دو سطح کروی متوالی در امتداد مسیر حرکت ابزار که مراکز آنها به ترتیب در نقاط CL_{i-1} و CL_i قرار دارند به دست می‌آید. در حالتی که محور ابزار در راستای بردار نرمال سطح باشد، این مرز در صفحه $y_t z_t$ قرار گرفته و نقطه سر ابزار را در بر می‌گیرد (شکل‌های 1 و 2). در این حالت می‌توان معادله این مرز را در دستگاه مختصات ابزار به صورت رابطه (6) بیان کرد:

$$z = -(r^2 - y^2)^{\frac{1}{2}}, \quad y_{M_1} \leq y \leq y_{M_2} \quad (6)$$

برای محاسبه نیروهای وارده به ابزار در هر لحظه، نیاز به داشتن زاویه‌های درگیری ورودی و خروجی در هر ارتفاع نسبت به نقطه سر ابزار است. به این منظور، باید نقاط محاسبه شده بر روی مرزهای ناحیه درگیری به یک نمودار دوبعدی که محور قائم آن همان محور z_t و محور افقی آن زاویه درگیری φ_b است، نگاشته شوند. در شکل 3، یک ناحیه درگیری نمونه و نگاشت مرزهای آن بر روی صفحه $z_t \phi_b$ نمایش داده شده است.

برای نگاشت مرزهای ناحیه درگیری از دستگاه مختصات ابزار به نمودار $z_t \phi_b$ از رابطه (7) استفاده می‌شود:

$$\tan \varphi_b = \frac{x_{P_b}}{y_{P_b}}, \quad \varphi_b \in [0, 2\pi) \quad (7)$$

که در رابطه (7)، x_{P_b} و y_{P_b} مؤلفه‌های نقاط بر روی مرزهای ناحیه درگیری (به عنوان نمونه نقطه P_b در شکل 3) و توصیف شده در دستگاه مختصات ابزار هستند. مبنای سنجش زاویه φ_b نیز جهت مثبت محور y_t است.

4- مدل سازی نیروها برای ابزار فرز انگشتی سرکروی

یکی از متداول ترین مدل‌ها برای محاسبه نیروهای فرزکاری، مدل نیروی مکانیستیک است.

اندازه‌گیری می‌شود، به موقعیت زاویه‌ای $\varphi_j(z)$ ، میزان پیشروی به ازای دندانه و راستای بردار پیشروی نسبت به بردار نرمال سطح ابزار بستگی دارد. چنانچه f بیان‌گر بردار پیشروی در امتداد مسیر حرکت در دستگاه مختصات ابزار باشد، ضخامت براده تغییر شکل نیافته را می‌توان به صورت رابطه (12) محاسبه کرد:

$$h_j(\varphi_j(z)) = f \cdot n_{sphere} \quad (12)$$

که n_{sphere} بردار نرمال سطح پیرامونی ابزار در محل المان دیفرانسیلی مورد بررسی است که در دستگاه مختصات ابزار به صورت زیر توصیف می‌شود:

$$n_{sphere} = \frac{1}{r} [r_l(z) \sin \varphi_j(z) \hat{i} + r_l(z) \cos \varphi_j(z) \hat{j} + z \hat{k}] \quad (13)$$

با استفاده از روابط اخیر، کلیه عبارتهای موجود در رابطه (8) قابل بیان برحسب مختصه z و طول دیفرانسیلی dz هستند. با توجه به اینکه راستای بردارهای نیروی دیفرانسیلی شعاعی، مماسی و محوری در امتداد لبه برشی ابزار متغیر است، برای محاسبه کل نیروی وارده به ابزار در هر لحظه باید تصویر این مؤلفه‌ها در دستگاه مختصات ابزار را به دست آورد. با توجه به شکل 4، ارتباط بین مؤلفه‌های نیرو در دستگاه مختصات ابزار و راستاهای شعاعی، مماسی و محوری به صورت زیر بیان می‌شود:

$$\begin{Bmatrix} dF_{x_j} \\ dF_{y_j} \\ dF_{z_j} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} -S_\theta S_{\varphi_j(z)} & -C_{\varphi_j(z)} & -C_\theta S_{\varphi_j(z)} \\ -S_\theta C_{\varphi_j(z)} & S_{\varphi_j(z)} & -C_\theta C_{\varphi_j(z)} \\ C_\theta & 0 & -S_\theta \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} dF_{r_j} \\ dF_{t_j} \\ dF_{a_j} \end{Bmatrix} \quad (14)$$

که در رابطه (14)، S و C به ترتیب بیان‌گر توابع سینوس و کسینوس هستند. همچنین مطابق شکل 4، زاویه θ به صورت زیر محاسبه می‌شود:

$$\theta = \sin^{-1} \left(\frac{r_l(z)}{r} \right) \quad (15)$$

حال با انتگرال‌گیری از مؤلفه‌های دیفرانسیلی نیرو بر روی بخش درگیر از لبه‌های برشی ابزار با قطعه‌کار و سپس تکرار این عمل برای تمامی لبه‌های برشی، می‌توان نیروهای کل که در راستای محورهای دستگاه مختصات ابزار در هر لحظه به ابزار وارد می‌شوند را به صورت رابطه (16) محاسبه کرد:

$$F_q = \sum_{j=1}^{N_f} \int_{z_{min_j}}^{z_{max_j}} dF_{q_j}(\varphi_j(z)), \quad q: x, y, z \quad (16)$$

که در رابطه (16)، z_{max_j} و z_{min_j} به ترتیب مختصه z نقاط مرزی پایین و بالای درگیری لبه برشی زام ابزار با قطعه‌کار است.

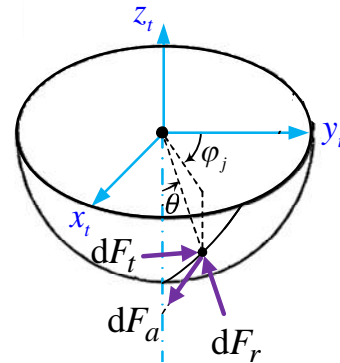


Fig. 4 Differential cutting forces acting on an element of the cutting edges

شکل 4 مؤلفه‌های دیفرانسیلی نیروی وارده به یک المان از لبه‌های برشی ابزار

موقعیت زاویه‌ای المان دیفرانسیلی مورد بررسی از لبه برشی ابزار، یعنی زاویه $\varphi_j(z)$ در رابطه (8) و شکل 4، به صورت رابطه (9) محاسبه می‌شود [8]:

$$\varphi_j(z) = \frac{2\pi}{60} \Omega_s t + (j-1) \frac{2\pi}{N_f} - \tan \beta_0 \left(1 + \frac{z}{r} \right) \quad (9)$$

که در رابطه بالا اندیس j بیان‌گر شماره لبه‌های برشی است و از عدد یک تا تعداد کل لبه‌های برشی یعنی N_f شماره‌گذاری می‌شود. همچنین Ω_s سرعت دوران اسپیندل برحسب دور بر دقیقه، t زمان بر حسب ثانیه و β_0 زاویه ماریج ابزار در بخش استوانه‌ای است. نیروی کل وارد بر یک لبه برشی ابزار در هر لحظه، با انتگرال‌گیری از مؤلفه‌های دیفرانسیلی نیرو بر روی قسمتی از لبه برشی که در درگیری با قطعه‌کار است به دست می‌آید. با توجه به اینکه در بخش قبل زاویه‌های درگیری ورودی و خروجی برحسب مختصه z محاسبه شدند، مناسب است ابتدا مؤلفه‌های نیرو برحسب المان دیفرانسیلی dz بیان شده و سپس انتگرال‌گیری برحسب z انجام شود. به همین منظور، عرض براده تغییر شکل نیافته db را می‌توان به صورت رابطه (10) بیان کرد:

$$db = \frac{r}{r_l(z)} dz, \quad r_l(z) = (r^2 - z^2)^{\frac{1}{2}} \quad (10)$$

که در رابطه بالا $r_l(z)$ شعاع محلی ابزار در بخش کروی و در محل المان دیفرانسیلی با مختصه محوری z است. طول المان دیفرانسیلی dS در امتداد لبه برشی ابزار را نیز می‌توان با استفاده از رابطه (11) به دست آورد:

$$dS = (r_l^2(z) + r_l^2(z) \dot{\varphi}_j^2(z) + 1)^{\frac{1}{2}} dz \quad (11)$$

که در رابطه (11) علامت $\dot{\varphi}_j$ بیان‌گر مشتق نسبت به z است و $\varphi_j(z)$ و $r_l(z)$ به ترتیب در روابط (9) و (10) ارائه شده‌اند. ضخامت براده تغییر شکل نیافته $h_j(\varphi_j(z))$ که در هر نقطه بر روی لبه‌های برشی در راستای بردار نرمال سطح پیرامونی ابزار

5- ارائه نتایج و بحث

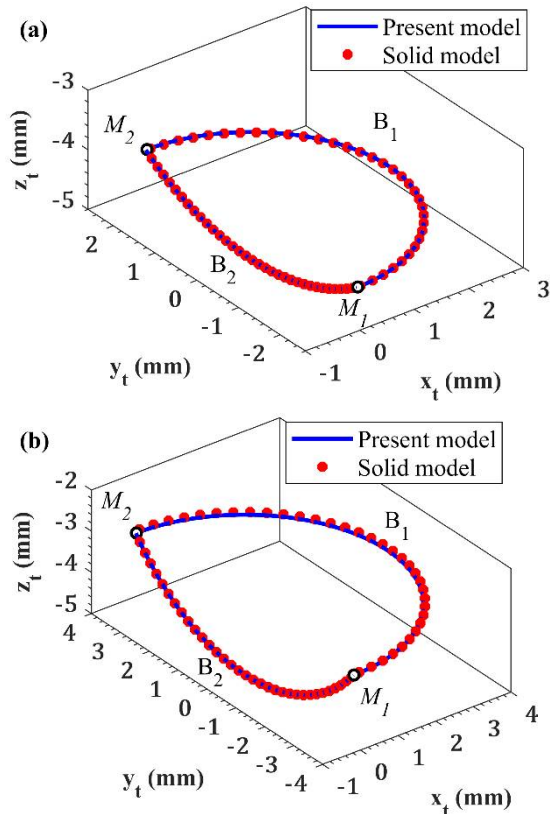


Fig. 5 Comparison of the CWE boundaries calculated by the proposed analytical model and solid modeling method for a spherical surface: (a) convex, (b) concave

شکل 5 مقایسه مرزهای ناحیه درگیری محاسبه‌شده با استفاده از مدل تحلیلی ارائه شده و مدل‌سازی صلب‌گونه برای یک سطح کروی: (a) محدب، (b) مقعر

$$e_{RMS} = \frac{\sqrt{\sum_{i=1}^n \sum_{q=x,y,z} (F_{qi}^p - F_{qi}^a)^2}}{\sqrt{\sum_{i=1}^n \sum_{q=x,y,z} F_{qi}^a^2}} * 100\% \quad (17)$$

که در رابطه (17)، n بیان‌گر تعداد کل داده‌ها در بازه مورد نظر، بالانویس p نشان‌گر مقادیر پیش‌بینی شده و بالانویس a نشان‌گر مقادیر موجود در مرجع [2] است. با استفاده از رابطه بالا، مقدار خطا برابر با 2/86% به‌دست آمد که نشان می‌دهد برای مثال مورد بررسی تطابق خوبی بین نتایج وجود دارد و بنابراین می‌توان از صحت کدنویسی و فرمول‌بندی ارائه شده برای محاسبه نیروها اطمینان حاصل کرد. کمیت‌های عددی مورد استفاده در مرحله صحت‌گذاری و همچنین مرحله مطالعات پارامتریک در جدول 1 ارائه شده‌اند.

در ادامه به مطالعه پارامتریک اثر انحناهای سطح تندیس‌وار بر نیروهای فرزکاری پرداخته می‌شود. طبق روابط (2) تا (6)، برای یک ابزار با هندسه مشخص، کمیت‌های اصلی تأثیرگذار بر ناحیه درگیری ابزار و قطعه‌کار و در نتیجه بر نیروهای فرزکاری پارامترهای κ_x ، κ_y و a_n هستند.

طبق رابطه (8)، برای محاسبه نیروهای وارده به ابزار، ابتدا باید ضرایب برشی و ضرایب لبه‌ای تعیین شوند. ضرایب برشی اساساً به جنس قطعه‌کار، هندسه لبه‌های برشی ابزار و جنس ابزار بستگی دارند. با توجه به تغییر هندسه لبه‌های برشی در قسمت کروی ابزار، این ضرایب نسبت به ارتفاع از نقطه سر ابزار متغیر هستند. در اینجا ضرایب برشی با استفاده از روابط تبدیل از حالت متعامد به مایل که می‌تواند تغییرات مذکور را در بر گیرد و با بهره‌گیری از داده‌های تجربی تراش متعامد برای ماده Ti_6Al_4V موجود در مرجع [2]، محاسبه شده‌اند. ضرایب لبه‌ای معمولاً مستقل از زاویه براده و سرعت برشی هستند و در امتداد لبه‌های برشی ابزار ثابت در نظر گرفته می‌شوند.

برای استخراج مرزهای ناحیه درگیری و محاسبه نیروهای فرزکاری، از کدنویسی در محیط نرم‌افزار متلب¹ استفاده شده‌است. قبل از انجام مطالعات پارامتریک بر روی اثر انحناهای سطح، به اعتبارسنجی و صحت‌گذاری بر روابط ارائه شده و کدنویسی انجام‌شده پرداخته می‌شود. به همین منظور، ابتدا برای دو سطح کروی محدب و مقعر با شعاع $R = 10 \text{ mm}$ ، ابزار فرز سرکروی با شعاع $r = 5 \text{ mm}$ برای عمق درگیری $a_n = 1 \text{ mm}$ ، مرزهای ناحیه درگیری ابزار و قطعه‌کار با استفاده از مدل‌سازی صلب‌گونه² در نرم‌افزار سالی‌دورکس استخراج و با نتایج حاصل از مدل ارائه شده مقایسه گردید. شکل 5 نتایج به‌دست‌آمده را نشان می‌دهد. مطابق این شکل، نتایج حاصل از مدل ارائه شده با دقت خوبی بر نتایج حاصل از مدل‌سازی صلب‌گونه منطبق شده‌اند. ماکزیمم خطا بین نتایج حاصل از دو روش مربوط به سطح مقعر و برابر با $0/034 \text{ mm}$ است که در مقایسه با عمق درگیری مقدار کوچکی می‌باشد.

در ادامه بحث صحت‌سنجی، فرایند شیارزنی یک سطح مسطح افقی توسط ابزار فرز انگشتی سرکروی در نظر گرفته می‌شود. در شکل 6، نیروهای فرزکاری برای عمق درگیری $a_n = 1.27 \text{ mm}$ محاسبه شده و با نتایج متناظر موجود در مرجع [2] مقایسه شده‌اند. مطابق این شکل، نتایج حاصل از مدل ارائه شده با دقت خوبی بر نتایج موجود در این مرجع منطبق است. به‌منظور کمی‌سازی دقت مدل ارائه شده در محاسبه نیروها، خطا را می‌توان به‌صورت رابطه (17) تعریف کرد [1].

¹ Matlab

² Solid modeling

مقادیر RMS ارائه شده در شکل 7 نشان‌دهنده تأثیر قابل توجه انحناهای سطح قطعه‌کار بر روی نیروهای فرزکاری است. مطابق نمودارهای این شکل، اثر انحناهای سطح تندیس‌وار بر روی مؤلفه‌های F_x و F_y نیروها بیشتر از اثر آنها بر مؤلفه F_z است. همچنین، انحناهای یک سطح با هندسه مقعر و یا زینی‌شکل اثر بزرگتری بر روی نیروهای فرزکاری نسبت به یک سطح با هندسه محدب دارد. این امر به دلیل تأثیر بیشتر انحناها بر روی ناحیه درگیری ابزار و قطعه‌کار در این هندسه‌ها است.

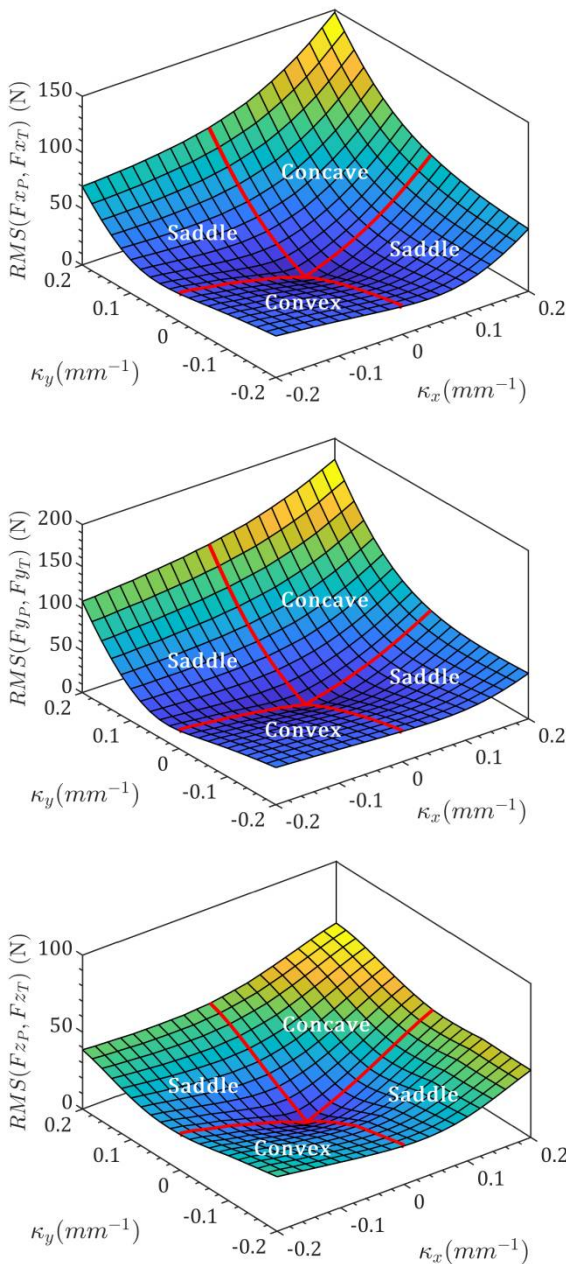


Fig. 7 RMS between the calculated milling forces by the present and tangent plane models

شکل 7 مقادیر RMS بین نیروهای محاسبه شده با استفاده از مدل ناحیه درگیری ارائه شده و مدل صفحه مماس

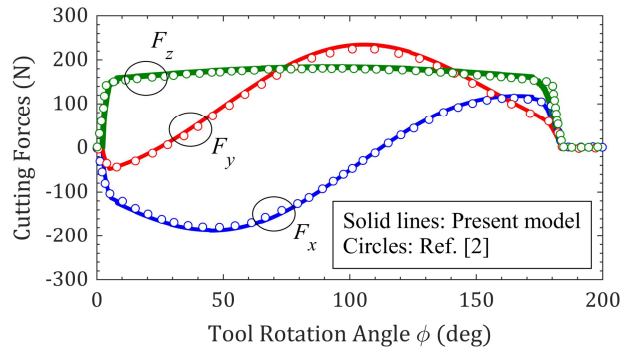


Fig. 6 Cutting forces in slot milling operation with the cutting depth of $a_n = 1.27$ mm

شکل 6 نیروهای فرزکاری در فرایند شیارزنی با عمق $a_n = 1.27$ mm

جدول 1 کمیت‌های عددی استفاده شده در شبیه‌سازی‌ها

Table 1 Numerical parameters used in the simulations

مقدار	واحد	کمیت (نماد)	مطالعه پارامتریک
5	mm	شعاع ابزار (r)	9/525
10	degree	زاویه براده نرمال ابزار (α_n)	0
30	degree	زاویه مارپیچ ابزار (β_0)	30
2	-	تعداد لبه‌های برشی (N_f)	1
1000	rev/min	سرعت دوران اسپیندل (Ω_s)	269
0/05	mm/tooth	پیشروی به ازای دندانه (f)	0/0508

در مرحله اول، مقدار عمق درگیری برابر با $a_n = 1$ mm در نظر گرفته شده و با تغییر پارامترهای κ_x و κ_y ، تغییرات نیروهای فرزکاری مطالعه می‌شود. طبق جدول 1، شعاع ابزار برابر با $r = 5$ mm در نظر گرفته شده است و بنابراین انحناهای اصلی سطح از مقدار صفر تا $\kappa_{x,y} = \pm 1/r = \pm 0.2$ mm⁻¹ جاروب شده و تغییرات جذر متوسط مربعات (RMS) بین نیروهای محاسبه شده با استفاده از مدل ارائه شده و مدل صفحه مماس بررسی می‌گردد. منظور از مدل صفحه مماس مدلی است که در آن برای استخراج مرزهای ناحیه درگیری ابزار و قطعه‌کار، سطح تندیس‌وار با استفاده از صفحه مماس بر آن تقریب زده شود (به Tangent Plane در شکل 1 توجه شود). در شکل 7، مقادیر RMS محاسبه شده برای مؤلفه‌های F_x ، F_y و F_z نیروها با تغییر انحناهای اصلی κ_x و κ_y رسم شده‌اند. لازم به ذکر است برای محاسبه این مقادیر، ابتدا تاریخچه زمانی نیروها با استفاده از مدل ناحیه درگیری ارائه شده و مدل صفحه مماس در یک دور چرخش ابزار استخراج گردیده و سپس مقدار RMS بین این دو مدل محاسبه شده است.

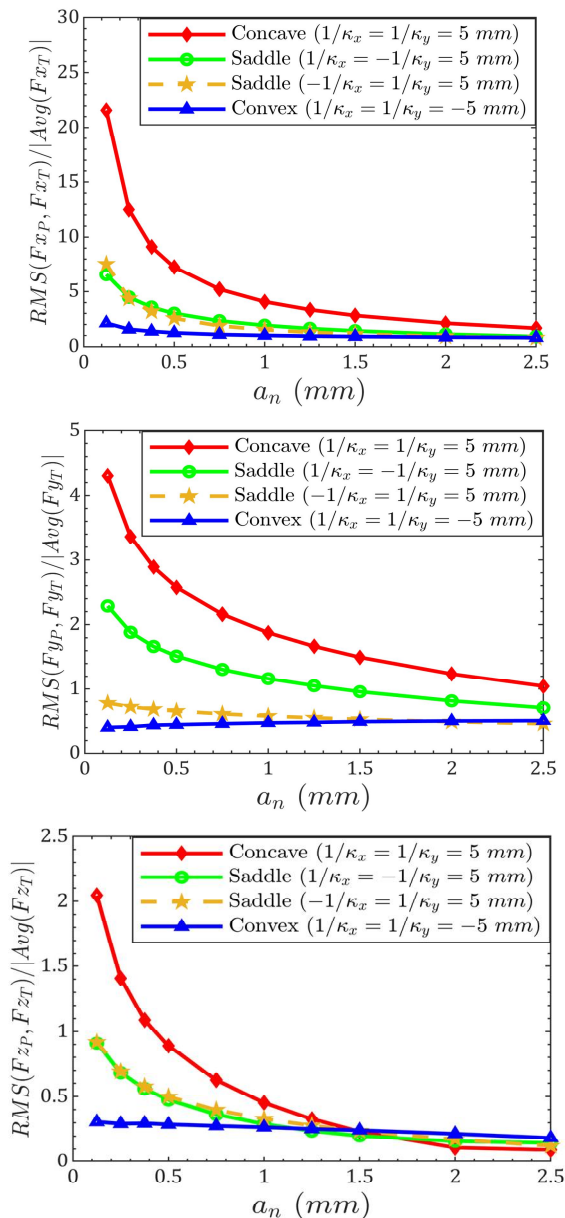
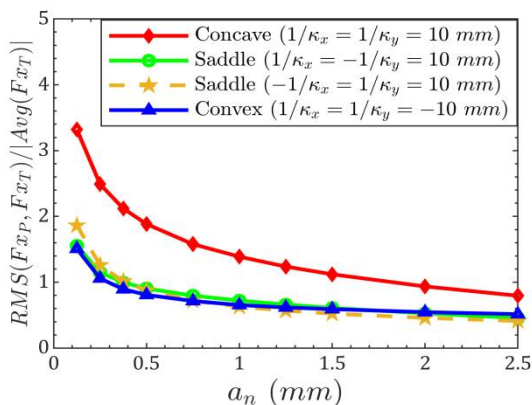


Fig. 8 RMS per Avg. value of milling forces vs. cutting depth (surface curvature radius is equal to the tool radius)

شکل 8 نسبت RMS بر مقدار متوسط نیروهای فرزکاری در مقابل عمق درگیری (شعاع انحنا سطح برابر با شعاع ابزار)



قربانی و موحدی [14] اثرات انحناهای سطح قطعه‌کار را بر روی ناحیه درگیری بررسی کردند. آنها نشان دادند که انحناهای یک سطح در نواحی مقعر و زینی‌شکل اثر بزرگتری بر روی ناحیه درگیری نسبت به سطوح محدب دارد که این امر تصدیق‌کننده نتیجه اشاره شده در بالا است.

مطابق شکل 1، κ_x انحناهای سطح قطعه‌کار در صفحه مسیر حرکت ابزار و κ_y انحناهای سطح در صفحه عمود بر مسیر حرکت ابزار است. بر اساس نتایج ارائه شده در شکل 7، انحناهای κ_y یعنی انحناهای سطح قطعه‌کار عمود بر مسیر حرکت ابزار، تأثیر بزرگتری بر نیروهای فرزکاری نسبت به انحناهای κ_x دارد. کائو و همکاران [15] با انجام تست‌های تجربی بر روی سطوح استوانه‌ای نیز نتایج مشابهی را گزارش کردند.

برای عمق‌های درگیری مختلف a_n الگوی کلی RMS نیروها همانند شکل 7 است، اما به دلیل هندسه کروی سر ابزار و تغییرات غیرخطی ضرایب نیروی برشی و ناحیه درگیری با افزایش عمق، مقادیر RMS نیروها با افزایش عمق درگیری به صورت غیرخطی تغییر می‌کند. در ادامه، به منظور مطالعه اثرات متقابل انحناهای سطح و عمق درگیری بر نیروهای فرزکاری، تغییرات نسبت مقدار RMS بر قدرمطلق مقدار متوسط نیروها، برای سطوح با هندسه‌ها و انحناهای مختلف مطالعه می‌شود. در شکل‌های 8 و 9، برای هندسه‌های محدب، مقعر و زینی‌شکل، نسبت RMS بر مقدار متوسط مؤلفه‌های F_x ، F_y و F_z نیروها در مقابل عمق درگیری برای دو نسبت مختلف از انحناهای سطح به انحناهای ابزار رسم شده‌اند. نتایج ارائه شده در این شکل‌ها نشان می‌دهد که برای یک سطح با هندسه محدب، اثر انحناهای سطح بر نیروهای فرزکاری برای عمق‌های درگیری مختلف تقریباً ثابت است، اما برای هندسه‌های زینی‌شکل و مقعر، با کاهش عمق درگیری این اثرات افزایش می‌یابد.

به طور خلاصه، نتایج شکل‌های 8 و 9 نشان می‌دهند که در فرایندهای فرزکاری با ابزار فرز انگشتی سرکروی که در آنها عمق درگیری کوچک است، مانند فرایندهای پرداخت کاری، در مقایسه با فرایندها با عمق درگیری بزرگتر، انحناهای سطح تأثیر نسبی بزرگتری بر نیروهای فرزکاری دارند. بنابراین، برای دستیابی به دقت مناسب در پیش‌بینی نیروهای فرزکاری در این فرایندها، لازم است اثرات انحناهای سطح در مدل‌سازی ناحیه درگیری و نیروهای فرزکاری وارد شوند.

توجه به تأثیر مستقیم نیروهای فرزکاری بر دقت ابعادی قطعه نهایی در فرایندهای پرداخت‌کاری که در آنها عمق درگیری معمولاً مقداری کوچک است، در نظر گرفتن انحناهای سطح برای محاسبه دقیق نیروها امری ضروری است.

7- مراجع

- [1] S. Wojciechowski, The estimation of cutting forces and specific force coefficients during finishing ball end milling of inclined surfaces, *International Journal of Machine Tools and Manufacture*, Vol. 89, pp. 110-123, 2015.
- [2] P. Lee, Y. Altintas, Prediction of ball-end milling forces from orthogonal cutting data, *International Journal of Machine Tools and Manufacture*, Vol. 36, pp. 1059-1072, 1996.
- [3] J. Gradisek, M. Kalveram, K. Weinert, Mechanistic identification of specific force coefficients for a general end mill, *International Journal of Machine Tools and Manufacture*, Vol. 44, pp. 401-414, 2004.
- [4] M. Milfelner, F. Cus, Simulation of cutting forces in ball-end milling, *Robotics and Computer-Integrated Manufacturing*, Vol. 19, pp. 99-106, 2003.
- [5] O. Tuysuz, Y. Altintas, H.Y. Feng, Prediction of cutting forces in three and five-axis ball-end milling with tool indentation effect, *International Journal of Machine Tools and Manufacture*, Vol. 66, pp. 66-81, 2013.
- [6] Q. Cao, J. Zhao, Y. Li, L. Zhu, The effects of cutter eccentricity on the cutting force in the ball-end finish milling, *The International Journal of Advanced Manufacturing Technology*, Vol. 69, pp. 2843-2849, 2013.
- [7] B.W. Ikua, H. Tanaka, F. Obata, S. Sakamoto, Prediction of cutting forces and machining error in ball end milling of curved surfaces-I theoretical analysis, *Precision Engineering*, Vol. 25, pp. 266-273, 2001.
- [8] Q. Cao, D. Xue, J. Zhao, Y. Li, A cutting force model considering influence of radius of curvature for sculptured surface machining, *International Journal of Advanced Manufacturing Technology*, Vol. 54, pp. 821-835, 2011.
- [9] B. Ozturk, I. Lazoglu, Machining of free-form surfaces. Part I: Analytical chip load, *International Journal of Machine Tools and Manufacture*, Vol. 46, pp. 728-735, 2006.
- [10] E. Ozturk, E. Budak, Modeling of 5-axis milling processes, *Machining Science and Technology*, Vol. 11, pp. 287-311, 2007.
- [11] X. Zhang, J. Zhang, X. Zheng, B. Pang, W. Zhao, Tool orientation optimization of 5-axis ball-end milling based on an accurate cutter/workpiece engagement model, *CIRP Journal of Manufacturing Science and Technology*, Vol. 19, pp. 106-116, 2017.

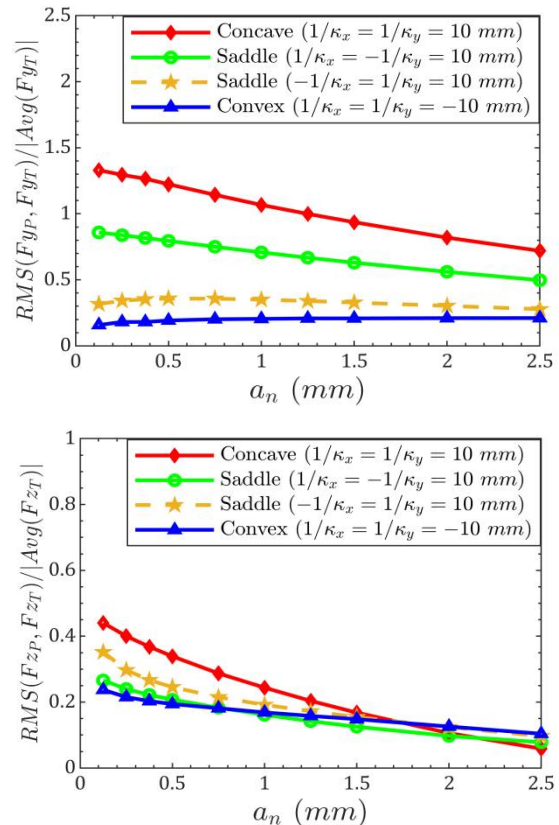


Fig. 9 RMS per Avg. value of milling forces vs. cutting depth (surface curvature radius is twice of the tool radius)

شکل 9 نسبت RMS بر مقدار متوسط نیروهای فرزکاری در مقابل عمق درگیری (شعاع انحناهای سطح دو برابر شعاع ابزار)

6- نتیجه‌گیری

در این مقاله به مطالعه اثر انحناهای سطح تندیس‌وار بر نیروهای فرزکاری پرداخته شد. بدین منظور ابتدا یک مدل تحلیلی برای استخراج مرزهای ناحیه درگیری ابزار و قطعه‌کار که در آن انحناهای سطح به‌طور صریح در روابط ظاهر می‌شوند، ارائه شد. سپس روابط محاسبه نیروهای وارد به ابزار فرز انگشتی سرکروی با استفاده از مدل مکانیستیک بیان شد.

با مقایسه نتایج به‌دست آمده از مدل ارائه شده با نتایج موجود در مراجع معتبر، از صحت روابط و محاسبات انجام‌شده اطمینان حاصل شد.

در ادامه، مطالعات پارامتریک در دو مرحله شامل مطالعه اثر انحناهای سطح بر نیروهای فرزکاری در عمق درگیری ثابت و بررسی اثرات متقابل انحناهای سطح و عمق درگیری بر نیروهای فرزکاری انجام شد. نتایج حاصل از مرحله اول نشان‌دهنده تأثیر قابل توجه انحناهای سطح بر نیروهای فرزکاری، به‌خصوص برای هندسه‌های مقعر و زینی‌شکل است. نتایج حاصله از مرحله دوم نیز نشان می‌دهد که با کاهش عمق درگیری، اثر نسبی انحناهای سطح بر نیروهای فرزکاری به‌طور قابل توجه افزایش می‌یابد. با

- The International Journal of Advanced Manufacturing Technology*, Vol 102, pp. 1635–1657, 2019.
- [15] Q. Cao, J. Zhao, L. Zhu, The effect of curvature radius of sculptured surface on finish milling tool path selection. *The International Journal of Advanced Manufacturing Technology*, Vol. 89, pp. 1-9, 2016.
- [12] B. O'Neill, *Elementary differential geometry*, pp. 202-221, Amsterdam: Elsevier, 2006.
- [13] S.L. Shmakov, A universal method of solving quartic equations, *International Journal of Pure and Applied Mathematics*, Vol. 71, No. 2, pp. 251-259, 2011.
- [14] M. Ghorbani, M.R. Movahhedy, An analytical model for cutter-workpiece engagement calculation in ball-end finish milling of doubly curved surfaces,