



## مدل سازی فرایند شکل دهی حرارتی پلیمر پلی استایرن با قابلیت ضربه پذیری بالا

مجتبی خالقی<sup>1</sup>، محمد مشایخی<sup>2\*</sup>، پیمان مصدق<sup>3</sup>

1- دانشجو، دانشکده مهندسی مکانیک، دانشگاه صنعتی اصفهان، اصفهان  
 2- دانشیار، دانشکده مهندسی مکانیک، دانشگاه صنعتی اصفهان، اصفهان  
 3- استادیار، دانشکده مهندسی مکانیک، دانشگاه صنعتی اصفهان، اصفهان  
 \* اصفهان، کد پستی 84156-83111، mashayekhi@cc.iut.ac.ir

### چکیده

### اطلاعات مقاله

مقاله پژوهشی کامل

دریافت: 01 مرداد 1394

پذیرش: 25 مرداد 1394

ارائه در سایت: 05 اسفند 1394

کلید واژگان:

مدل سازی شکل دهی حرارتی

پلیمر گرمانرم

رفتار ویسکوالاستیک

فرایند شکل دهی حرارتی یکی از روش های متداول و کم هزینه برای شکل دهی پلیمرهای گرمانرم و تولید محصولاتی با کیفیت بالا است. از این روش برای تولید محصولات صنعتی و نیز محصولات بسته بندی مانند کارتن های مواد غذایی استفاده می شود. در این پژوهش فرایند شکل دهی حرارتی لغزش با هوا به روش اجزای محدود مدل سازی می شود و تاثیر پارامترهای مهم فرایند بر کیفیت محصول نهایی مورد بررسی قرار می گیرند. در این تحقیق شکل دهی یک قطعه مستطیلی شکل از جنس پلیمر گرمانرم پلی استایرن با قابلیت ضربه پذیری بالا در نرم افزار اجزای محدود آباکوس با در نظر گرفتن معادله متشکله ویسکوالاستیک ماکسول شبیه سازی شده است. معادلات ساختاری حاکم بر رفتار ماده با استفاده از یک زیر برنامه در نرم افزار پیاده سازی شده است. صحت سنجی زیر برنامه تدوین شده با شبیه سازی آزمون برش خالص در نرخ کرنش ثابت مورد بررسی قرار گرفته است. با انتخاب توزیع یکنواخت ضخامت محصول نهایی به عنوان معیار کیفیت محصول، تاثیر چهار پارامتر ضریب اصطکاک قطعه کار و قالب، سرعت قالب، ابعاد ورق و دمای ورق بر کیفیت قطعه نهایی مورد مطالعه قرار گرفته است. نتایج حاصل از شبیه سازی فرایند نشان می دهند ضریب اصطکاک بین قالب و قطعه کار بیشترین تاثیر را بر توزیع یکنواخت ضخامت قطعه نهایی دارد.

## Modeling of the thermoforming process of high impact polystyrene

Mojtaba khaleghi, Mohammad Mashayekhi\*, Peyman Mosadegh

Department of Mechanical Engineering, Isfahan University of technology, Isfahan, Iran.

\* P.O.B. 84156-83111 Isfahan, Iran, mashayekhi@cc.iut.ac.ir

### ARTICLE INFORMATION

Original Research Paper  
 Received 23 July 2015  
 Accepted 16 August 2015  
 Available Online 24 February 2016

#### Keywords:

Modeling of Thermoforming  
 Thermoplastic polymer  
 Viscoelastic behavior

### ABSTRACT

Thermoforming process is one of the common and low cost methods of forming thermoplastic polymers and producing high quality products. This method is used for producing industrial products and packaging products such as food storage containers. In this research, finite element modeling of the thermoforming process is carried out and the effects of process parameters on the quality of final product are investigated. In this research, Maxwell viscoelastic constitutive equation is adopted and simulation of a high impact polystyrene (HIPS) polymeric specimen with rectangular shape is carried out in ABAQUS finite element software. Constitutive equations of material behavior are implemented in a user defined material subroutine (UMAT). User subroutine verification is carried out by simulation of pure shear test in constant strain rate loading. Considering uniform thickness of the final product as criteria of product quality, the effects of four parameters namely, friction coefficient, plug velocity, sheet dimension and temperature on the quality of the final product are investigated. The results of process simulation shows that the friction coefficient between die and work piece has the most significant effects on the uniform thickness distribution of the final product.

### 1- مقدمه

بنابراین با حرارت دادن این مواد پیوندهای ضعیف بین مولکولی جدا شده و ماده در ابتدا به صورت خمیری شکل و نرم در می آید و در دماهای بالا یک سیال ویسکوز خواهد بود. با کاهش دما ماده مجدداً به شکل جامد در می آید. از این ویژگی مواد گرمانرم یعنی چرخه نرم شدگی به علت حرارت و سخت شدگی ناشی از سرد شدن در صنعت استفاده فراوان می شود. پلی اتیلن و پلی استایرن مثال هایی از مواد گرمانرم هستند. یک پلاستیک گرماسخت از طریق یک فرایند شیمیایی دو مرحله ای تولید می شود. در مرحله اول زنجیره های بلند مولکولی مشابه زنجیره هایی که در مواد گرمانرم وجود دارد ایجاد می شوند. در مرحله دوم واکنش، این

پلیمرها به دلیل مزایایی مانند سبکی، انعطاف پذیری، مقاومت در برابر سایش و شفافیت مورد توجه مهندسان و طراحان برای تولید قطعات مختلف قرار گرفته اند.

پلیمرها (پلاستیک ها) را می توان به دو دسته گرماسخت<sup>1</sup> (ترموست) و گرمانرم<sup>2</sup> (ترموپلاستیک) تقسیم کرد. در مواد گرمانرم زنجیره های بلند مولکولی به کمک نیروهای ضعیف واندروالسی کنار یکدیگر قرار گرفته اند؛

1. Thermoset  
 2. Thermoplastic

Please cite this article using:

M. khaleghi, M. Mashayekhi, P. Mosadegh, Modeling of the thermoforming process of high impact polystyrene, *Iranian Journal of Manufacturing Engineering*, Vol. 2, No. 2, pp. 31-38, 2015 (in Persian)

برای ارجاع به این مقاله از عبارت ذیل استفاده نمایید:

ثابت‌های ماده به دما برای مدل‌سازی رفتار پلیمرها در نظر گرفتند [8]. بررسی صحت رفتار هایپرالاستیک در فرایند شکل‌دهی حرارتی در پژوهش نام و همکاران در سال 2000 انجام شد. آن‌ها به شبیه‌سازی فرایند شکل‌دهی حرارتی خلائی و شکل‌دهی حرارتی به کمک پلاگ برای پلیمر ABS پرداختند و نتایج حاصل را با نتایج تجربی مقایسه نمودند. در این دو تحلیل برای انبساط آزاد یک ورق مستطیلی با ضخامت کم نتایج مشابهی برای اجزای پوسته و حجمی به دست آمد ولی با افزایش ضخامت نتایج در روش تفاوت زیادی داشت [9].

سالا و همکاران از روش‌های عددی و تجربی برای بهینه‌سازی شکل‌دهی حرارتی پلیمرها سود بردند. ایشان با انتخاب معادله متشکله ویسکوالاستیک برای توصیف رفتار ماده همراه با انجام آزمون‌های تجربی جهت تعیین پارامترهای ماده در دما و نرخ‌های کرنش مختلف، فرایند شکل‌دهی حرارتی بهینه را معرفی کردند [10].

ارچیکویی و همکاران فرایند شکل‌دهی حرارتی را به روش اجزای محدود شبیه‌سازی کردند. در این پژوهش تأثیر قوانین متشکله ویسکوالاستیک و هایپرالاستیک و همچنین تغییر توزیع بارگذاری ناشی از جریان هوا بر روی تغییرات ضخامت قطعه مدل شده بررسی شده است. نتایج حاصل، اهمیت مدل‌سازی نیروها را برحسب نرخ جریان هوا به جای فشار استاتیک بر روی پاسخ غشای گرمانرم برجسته ساخته است [11].

بررسی اثر پارامترهای فرایند بر کیفیت قطعه نهایی مورد توجه محققین در دهه اخیر قرار گرفته است. کانر و همکاران از یک مدل کوپل حرارتی و مکانیکی برای مدل‌سازی فرایند شکل‌دهی حرارتی به کمک قالب پلاگ<sup>6</sup> استفاده کردند. آن‌ها تغییرات توزیع ضخامت را در اثر تغییر پارامترهای مؤثر بر فرایند بررسی نموده و نشان دادند که بیشترین حساسیت مربوط به پارامترهایی است که اصطکاک بین ورق و پلاگ را کنترل می‌کنند [12].

در بسیاری از پژوهش‌ها جهت شبیه‌سازی فرایند شکل‌دهی حرارتی از معادلات متشکله هایپرالاستیک برای توصیف رفتار ماده استفاده شده است. رفتار هایپرالاستیک در فرایندهایی با نرخ کرنش بالا نتایج قابل قبولی را به همراه دارند ولی در نرخ کرنش پایین که رفتار پلیمرها به سمت ویسکوالاستیک تمایل دارد استفاده از معادلات متشکله ویسکوالاستیک در شبیه‌سازی فرایند شکل‌دهی پلیمر مناسب‌تر است [10].

در نرم‌افزار آباکوس مدل ویسکوالاستیک تعمیم‌یافته ماکسول برای تعریف رفتار ویسکوالاستیک در اختیار کاربر قرار دارد. این مدل برای توصیف رفتار جامدات ویسکوالاستیک یعنی مواد گرماستخت مناسب است ولی از آن-جا که در فرایند شکل‌دهی حرارتی، پلیمرهای گرمانرم به صورت سیال ویسکوالاستیک رفتار می‌کنند، لازم است رفتار ویسکوالاستیک مواد گرمانرم با تدوین یک زیربرنامه در نرم‌افزار آباکوس معرفی شود [13].

در این پژوهش فرایند شکل‌دهی حرارتی یک حباب مکعب شکل از جنس پلیمر گرمانرم HIPS با استفاده از نرم‌افزار آباکوس شبیه‌سازی شده و تأثیر ضریب اصطکاک، ابعاد ورق، دمای شکل‌دهی و سرعت قالب بر کیفیت قطعه نهایی بررسی می‌شود. از رفتار ویسکوالاستیک ماکسول برای توصیف رفتار ماده استفاده شده است و با استفاده از قابلیت پیاده‌سازی رفتار ماده در نرم‌افزار اجزای محدود آباکوس تلاش شده تا رفتار پلیمر در هنگام فرایند شکل‌دهی واقع‌بینانه‌تر مدل‌سازی شود.

مولکول‌ها تحت فشار و دمای بسیار بالا با اتصال ضربدری<sup>1</sup> به یکدیگر متصل می‌شود. پس از تشکیل این مواد، حرارت نمی‌تواند اتصال میان مولکول‌ها را از بین ببرد و موجب نرم شدن مجدد ماده شود.

فرایندهای متنوعی برای تولید قطعات پلیمری وجود دارد. انتخاب روش تولید قطعه به نوع پلیمر یعنی گرماستخت یا گرمانرم بودن آن و نیز پیچیدگی قطعه بستگی دارد. برخی از روش‌های رایج تولید قطعات پلیمری شامل اکستروژن، قالب‌گیری تزریقی و شکل‌دهی حرارتی است [1].

در فرایند شکل‌دهی حرارتی ورق‌های پلیمری گرمانرم، قطعه کار تا دمایی بالاتر از دمای گذار شیشه‌ای<sup>2</sup> تحت حرارت قرار می‌گیرد سپس با استفاده از نیروهای مکانیکی یا فشار هوا، قطعه کار در قالب شکل داده می‌شود. در این فرایند تلاش می‌شود قطعه با توزیع ضخامت یکنواخت و کیفیت مناسب با صرف کم‌ترین هزینه تولید شود. در گذشته از روش‌های سعی و خطا برای تولید قطعه مناسب استفاده می‌شد که فرایندی با زمان و هزینه بالا را به دنبال داشت. با توسعه روش‌های عددی مانند روش اجزای محدود شبیه‌سازی فرایند شکل‌دهی حرارتی به عنوان بخشی از مراحل طراحی مورد توجه قرار گرفت چراکه کاهش قابل توجه هزینه‌ها را به دنبال داشت. همچنین به کمک شبیه‌سازی فرایند شکل‌دهی می‌توان اثر پارامترهای مؤثر بر فرایند را بررسی نمود.

یکی از مشکلات متداول در فرایند شکل‌دهی حرارتی، نازک‌شدگی ضخامت قطعه در گوشه‌ها و نقاط حساس قطعه است که منجر به افت خواص مکانیکی قطعه در این نواحی می‌شود [2]. در پژوهش‌های انجام گرفته، توزیع یکنواخت ضخامت در محصول نهایی در فرایند شکل‌دهی حرارتی به عنوان معیاری برای سنجش کیفیت قطعه نهایی معرفی شده است. در برخی از پژوهش‌ها هدف تولید محصولی با کم‌ترین مواد مصرفی به همراه توزیع ضخامت مناسب در قطعه نهایی است به گونه‌ای که حداقل ضخامت در نواحی حساس مانند گوشه‌ها و نقاط تحمل بار از یک مقدار معین کمتر نشود [3,4]. از سویی دیگر در تولید برخی از قطعات پلیمری مانند شیشه کابین خلبان در فرایند شکل‌دهی حرارتی باید از عیوب انکساری در قطعه جلوگیری و ضخامت قطعه دارای توزیع یکنواخت باشد [5]. بنابراین در فرایندهای شکل‌دهی حرارتی می‌توان از توزیع یکنواخت ضخامت برای ارزیابی کیفیت قطعه نهایی استفاده نمود.

در تحقیقات اولیه در زمینه شبیه‌سازی فرایندهای شکل‌دهی حرارتی تنها هندسه‌های ساده با تقریب‌های متعدد ارائه شده‌اند. در این تحقیقات معمولاً از رفتار هایپرالاستیک<sup>3</sup> برای توصیف رفتار ماده استفاده شده است. اند و ساتو فرمول‌بندی اجزای محدود برای تحلیل جابه‌جایی‌های بزرگ و کرنش‌های محدود در غشاهای الاستیک به شکل نیم‌کره را توسعه دادند [6]. ویلیامز داده‌های تنش کرنش به‌دست‌آمده برای پلی متیل متاکریلات<sup>4</sup> در دمای 160 درجه را بر یک معادله متشکله هایپرالاستیک منطبق کرد. او برای سادگی قطعات متقارن مانند نیم‌کره را در نظر گرفت و توانست پروفیل و توزیع ضخامت قطعه را به دست آورد [7].

با ارائه نرم‌افزارهای اجزای محدود امکان شبیه‌سازی فرایندهای شکل‌دهی حرارتی برای هندسه‌های پیچیده و رفتار ترکیبی ماده مانند رفتار ویسکوالاستیک<sup>5</sup> فراهم گردید. بورگین و همکاران رفتار ویسکوالاستیک تحت شرایط کرنش و نرخ‌های کرنش بزرگ را همراه با در نظر گرفتن وابستگی

1. Cross linking  
2. Glass transition temperature  
3. Hyperelastic  
4. Poly methyl methacrylate  
5. Viscoelastic

6. Plug assisted thermoforming

## 2- مدل سازی رفتار پلیمر پلی استایرن

در این پژوهش مدل سازی رفتار پلیمر پلی استایرن به کمک معادله متشکله ویسکوالاستیک ماکسول انجام می شود. در این مدل، رفتار جسم ویسکوالاستیک در دراز مدت به سمت رفتار سیال ویسکوز سوق پیدا می کند. در این بخش معادله متشکله این مدل ارائه و پیاده سازی آن تبیین می شود.

برای مدل سازی رفتار ویسکوالاستیک بر مبنای مدل ماکسول از معادله متشکله مدل ویسکوالاستیک زهر سود برده می شود. این مدل از اتصال موازی مدل ماکسول با یک رفتار الاستیک خطی حاصل می شود (شکل 1).

در شکل 1 مقادیر  $K_{Me}$  و  $G_{Me}$  مدول های حجمی و برشی قسمت الاستیک جزء ماکسول،  $\eta_b$  و  $\eta_s$  ویسکوزیته های برشی و حجمی دمپر در جزء ماکسول و پارامترهای  $K_e$  و  $G_e$  مدول های حجمی و برشی جزء الاستیک موازی با جزء ماکسول هستند. در این مدل چنانچه مقادیر مدول های حجمی  $K_e$  و برشی  $G_e$  برابر صفر باشند مدل ویسکوالاستیک ماکسول بدست خواهد آمد.

معادله متشکله مدل ویسکوالاستیک زهر به صورت (1) بیان می شود [14].

$$\begin{aligned} & \left(1 + \frac{G_e}{G_{Me}}\right) \dot{\epsilon}_{ij} + \frac{1}{3} \left(\frac{K_e}{K_{Me}} - \frac{G_e}{G_{Me}}\right) \delta_{ij} tr(\dot{\epsilon}) + \frac{G_e}{\eta_s} \epsilon_{ij} \\ & + \frac{1}{3} \left(\frac{K_e}{\eta_b} - \frac{G_e}{\eta_s}\right) \delta_{ij} tr(\dot{\epsilon}) \\ & = \frac{\dot{\sigma}_{ij}}{2G_{Me}} + \frac{1}{3} \left(\frac{1}{3K_{Me}} - \frac{1}{2G_{Me}}\right) \delta_{ij} tr(\dot{\sigma}) + \frac{\sigma_{ij}}{2\eta_s} \\ & + \frac{1}{3} \left(\frac{1}{3\eta_b} - \frac{1}{2\eta_s}\right) \delta_{ij} tr(\dot{\sigma}) \end{aligned} \quad (1)$$

$\dot{\epsilon}_{ij}$  تانسور نرخ کرنش،  $tr(\cdot)$  رتبه تانسور،  $\epsilon_{ij}$  تانسور کرنش و  $\delta_{ij}$  دلتای کرونیگر،  $\dot{\sigma}_{ij}$  تانسور نرخ تنش، و  $\sigma_{ij}$  تانسور تنش کوشی است.

با توجه به عدم وجود رفتار ویسکوالاستیک ماکسول در نرم افزارهای اجزای محدود، در ادامه چگونگی پیاده سازی معادله متشکله در نرم افزار اجزای محدود آباکوس به کمک یک زیر برنامه بیان می شود.

سمت چپ رابطه (1) شامل عبارت های کرنش و سمت راست رابطه (1) شامل مقادیر تنش است بنابراین می توان دو طرف رابطه (1) را جداگانه بررسی نمود. برای در نظر گرفتن اثر کرنش های حرارتی مقادیر کرنش های مکانیکی  $\epsilon_{ij}^m$  در رابطه فوق برحسب تفاضل کرنش کل  $\epsilon_{ij}^t$  از کرنش حرارتی  $(T - T_0)\alpha$  جایگزین می شود. به این ترتیب می توان مقادیر طرف چپ رابطه (1) را با روابط (2) جایگزین نمود.

$$\begin{aligned} \epsilon_{ij}^m &= \epsilon_{ij}^t - \alpha \delta_{ij} (T - T_0) \\ tr(\epsilon^m) &= tr(\epsilon^t) - 3\alpha (T - T_0) \\ \dot{\epsilon}_{ij}^m &= \dot{\epsilon}_{ij}^t - \alpha \delta_{ij} \dot{T} \\ tr(\dot{\epsilon}^m) &= tr(\dot{\epsilon}^t) - 3\alpha \dot{T} \end{aligned} \quad (2)$$

این جایگزینی تنها برای مؤلفه های کرنش عمودی انجام می شود چراکه کرنش های حرارتی تنها بر کرنش های عمودی تأثیر گذارند. بنابراین سمت چپ رابطه (1) قابل بازنویسی به صورت (3) است.

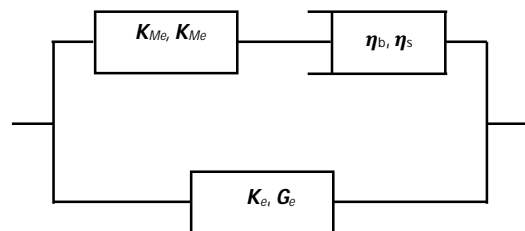


Fig. 1 Zener viscoelastic Model

شکل 1 مدل ویسکوالاستیک زهر [14]

$$\begin{aligned} strainTerm &= -\alpha \dot{T} \left(1 + \frac{K_e}{K_{Me}}\right) \delta_{ij} - \alpha \frac{K_e}{\eta_b} (T - T_0) \delta_{ij} + \frac{G_e}{\eta_s} \dot{\epsilon}_{ij}^t \\ &+ \frac{1}{3} \left(\frac{K_e}{\eta_b} - \frac{G_e}{\eta_s}\right) \delta_{ij} tr(\dot{\epsilon}^t) + \left(1 + \frac{G_e}{G_{Me}}\right) \dot{\epsilon}_{ij}^t \\ &+ \frac{1}{3} \left(\frac{K_e}{K_{Me}} - \frac{G_e}{G_{Me}}\right) \delta_{ij} tr(\dot{\epsilon}^t) \end{aligned} \quad (3)$$

با استفاده از روش تفاضل پس رو که یک روش پایدار است می توان نمو تنش در مسائل همبسته با دماری محاسبه نمود. برای یک نمو زمانی می توان رابطه (4) را نوشت:

$$\begin{aligned} \epsilon_{ij}(\tau) &= \epsilon_{ij}(t) + \Delta \epsilon_{ij} \\ tr(\epsilon(\tau)) &= tr(\epsilon(t)) + \Delta tr(\epsilon) \\ \dot{\epsilon}_{ij} &= \frac{\Delta \epsilon_{ij}}{\Delta t} \\ tr(\dot{\epsilon}) &= \frac{\Delta tr(\epsilon)}{\Delta t} \\ T(\tau) &= T(t) + \Delta T \\ \dot{T} &= \frac{\Delta T}{\Delta t} \end{aligned} \quad (4)$$

$t$ ، زمان در ابتدای گام،  $\Delta t$ ، نمو زمانی و  $\tau = t + \Delta t$  زمان در انتهای نمو زمانی است. با جایگزینی روابط (4) در رابطه (3)، رابطه (5) بدست می آید:

$$strainTerm \cdot \Delta t = A \Delta tr(\epsilon) \delta_{ij} + B \Delta \epsilon_{ij} + C \Delta T \delta_{ij} + \Delta t (T(t) - T_0) \delta_{ij} \theta_1 + \Delta t \delta_{ij} tr(\epsilon(t)) \lambda_1 + 2 \Delta t \epsilon_{ij}(t) \mu_1 \quad (5)$$

مقادیر  $A$ ،  $B$ ،  $C$ ،  $\theta_1$ ،  $\lambda_1$  و  $\mu_1$  ثابت رابطه، که بر حسب پارامترهای ویسکوزیته، مدول برشی و مدول حجمی نوشته قابل بیان هستند. در ادامه با اعمال روش تفاضل پس رو برای طرف راست رابطه (1) می توان رابطه (6) را نوشت:

$$\begin{aligned} \sigma_{ij}(\tau) &= \sigma_{ij}(t) + \Delta \sigma_{ij} \\ tr(\sigma(\tau)) &= tr(\sigma(t)) + \Delta tr(\sigma) \\ \dot{\sigma} &= \frac{\Delta \sigma}{\Delta t} \\ tr(\dot{\sigma}) &= \frac{\Delta tr(\sigma)}{\Delta t} \end{aligned} \quad (6)$$

با جایگزینی روابط (6) در سمت راست رابطه (1) و ساده سازی عبارت های آن، رابطه (7) بدست می آید:

$$stressTerm \cdot \Delta t = F \Delta \sigma_{ij} + D \Delta tr(\sigma) \delta_{ij} + \Delta t (\varphi_1 tr(\sigma(t)) \delta_{ij} + 2 \psi_1 \sigma_{ij}(t)) \quad (7)$$

پارامترهای  $F$ ،  $D$ ،  $\varphi_1$  و  $\psi_1$  مقادیر ثابت و برحسب پارامترهای ماده بیان می شوند. وجود عبارت  $\Delta tr(\sigma)$  در رابطه (7) بدست آوردن نمو تنش در هر نمو زمانی را با مشکل مواجه می سازد. بنابراین  $\Delta tr(\sigma)$  برحسب سایر کمیت ها جایگزین می شود:

$$\begin{aligned} \Delta tr(\sigma) &= \frac{1}{G} \left( H (tr(\epsilon) - 3\alpha \Delta t) \right. \\ &+ \Delta t (-\zeta_1 tr(\sigma) \\ &+ \omega_1 (tr(\epsilon) - 3\alpha (T - T_0))) \left. \right) \end{aligned} \quad (8)$$

با جایگزینی عبارت  $\Delta tr(\sigma)$  از رابطه (8) می توان گام تنش های عمودی را به صورت (9) نوشت:

$$\begin{aligned} \Delta \sigma_{ij} &= \frac{1}{F} \left[ \left( A - \frac{DH}{G} \right) \Delta tr(\epsilon) \delta_{ij} + B \Delta \epsilon_{ij} \right. \\ &+ \left( \lambda_1 - \frac{D\omega_1}{G} \right) tr(\epsilon(t)) \Delta t \delta_{ij} \\ &+ 2 \mu_1 \Delta t \epsilon_{ij}(t) \\ &- \left( \varphi_1 - \frac{D\xi_1}{G} \right) tr(\sigma(t)) \Delta t \delta_{ij} \\ &- 2 \psi_1 \Delta t \sigma_{ij}(t) + \left( C + \frac{3\alpha HD}{G} \right) \Delta T \delta_{ij} \\ &+ \left. \left( \theta_1 + \frac{3\alpha D\omega_1}{G} \right) (T(t) - T_0) \Delta t \delta_{ij} \right] \end{aligned} \quad (9)$$

نمو تنش های برشی با صفر قرار دادن مقدار  $\delta_{ij}$  در رابطه (1) مستقیماً بدست می آید.

$$\Delta \sigma_{ij} = \frac{B}{2F} \Delta \gamma_{ij} + \gamma_{ij}(t) \frac{\Delta t}{F} - 2 \psi_1 \sigma_{ij}(t) \frac{\Delta t}{F} \quad (10)$$

ماتریس ژاکوبین برای کرنش های عمودی از رابطه (9) و برای کرنش های

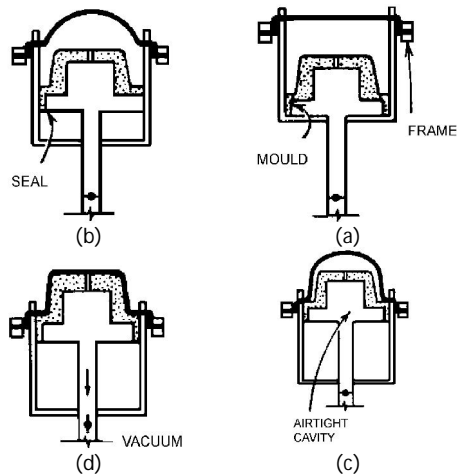


Fig. 3 Steps in Air slip forming. a-Clamping the work piece b-imposing of air pressure c- pulp assisted forming d-imposing vacuum in the mold

شکل 3 مراحل شکل‌دهی حرارتی به روش لغزش هوا. الف-مقید کردن قطعه کار ب-اعمال فشار هوا ج-شکل‌دهی به کمک قالب د- اعمال خلا در قالب [10]

به دلیل تقارن جسم یک چهارم قالب و ورق در نرم‌افزار مدل‌سازی شده است. هندسه قالب در شکل 4 و هندسه ورق در شکل 5 مشاهده می‌شود. دو مسیر a-a و b-b که در شکل 4 بر روی صفحات تقارن xy و zy معرفی شده‌اند، برای صحت‌سنجی نتایج تحلیل و برای اندازه‌گیری توزیع ضخامت مورد استفاده قرار می‌گیرند. همان‌طور که در شکل 5 مشاهده می‌شود ناحیه نگه‌دارنده ورق با رسم خطوطی به اندازه 5 میلی‌متر در کناره‌های ورق مدل‌سازی شده است. این ناحیه در شبیه‌سازی فرایند کاملاً مقید شده است. قیدهای متقارن محوری بر نواحی بالایی و سمت چپ ورق که بر روی محورهای تقارن قرار دارند اعمال شده است. ابعاد ورق 180 × 230 بر حسب میلی‌متر و دارای ضخامت 4.2 میلی‌متر است. شبیه‌سازی فرایند لغزش هوا در نرم‌افزار آباکوس نسخه 6.12.1 انجام شده است.

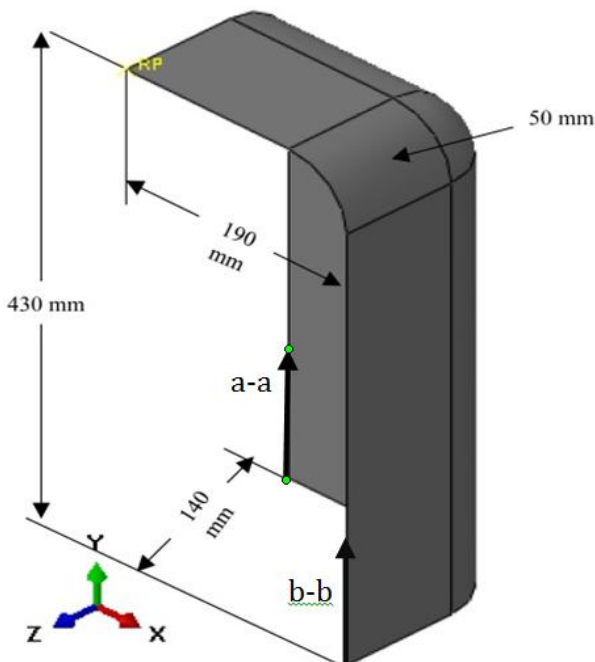


Fig. 4 A quarter of the mold in air slip forming process  
شکل 4 یک چهارم قالب شکل‌دهی در فرایند لغزش هوا

برشی از رابطه (10) قابل استخراج است.

$$DDSDDE = \frac{\partial \Delta \sigma_{ij}}{\partial \Delta \varepsilon_{ij}} = \left( \left( A - \frac{DH}{G} \right) / F \right) C + \frac{B}{F} I \quad (11)$$

$$DDSDDE = \frac{\partial \Delta \sigma}{\partial \Delta \varepsilon} = \frac{B}{2F} I \quad (12)$$

در روابط فوق C و I ماتریس‌های یکه و همانی هستند

برای پیاده‌سازی مدل ویسکوالاستیک ماکسول از نرم‌افزار اجزای محدود آباکوس استفاده شد. در این نرم‌افزار با تدوین یک زیربرنامه تحت عنوان UMAT مدل ارائه شده فوق پیاده‌سازی شد. الگوریتم این زیربرنامه در شکل 2 ارائه شده است.

### 3- شبیه‌سازی فرایند شکل‌دهی حرارتی

در این پژوهش، فرایند شکل‌دهی حرارتی به روش لغزش هوا مدل‌سازی می‌شود. مراحل شکل‌دهی به روش لغزش هوا در شکل 3 نشان داده شده است.

در این فرایند در ابتدا ورق پلیمری گرم شده و در قالب قرار می‌گیرد سپس با اعمال فشار هوا تغییر شکل اولیه به ورق داده می‌شود سپس قالب به سمت ورق حرکت می‌کند و ورق را شکل می‌دهد و در پایان با اعمال خلأ در قالب، ورق به قالب می‌چسبد.

در این فرایند پلیمر پلی استایرن با قابلیت ضربه‌پذیری بالا که یک پلیمر گرمانرم است از ورق مستطیل شکل به یک حباب مکعب شکل تبدیل می‌شود. از آن جا که شکل‌دهی قطعه در این فرایند در نرخ‌های کرنش پایین انجام می‌شود از معادله متشکله ویسکوالاستیک برای توصیف رفتار ماده استفاده شده و با توجه به رفتار پلیمر HIPS که گرمانرم است از معادله متشکله ویسکوالاستیک ماکسول سود برده می‌شود.

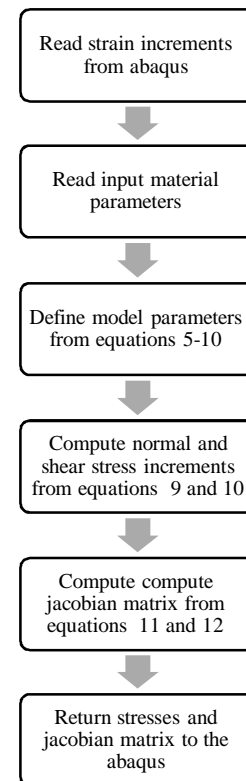


Fig. 2 Flowchart of calculation in the user subroutine in ABAQUS software  
شکل 2 روندنمای محاسبات انجام شده در زیربرنامه تدوین شده در نرم‌افزار آباکوس

پارامتر  $s$ ، موقعیت مکانی محاسبه ضخامت بر روی جسم است. کمیت  $s$  در امتداد دو مسیر  $a-a$  و  $b-b$  در شکل‌های 6 و 7 معرفی شده است. نمودار توزیع ضخامت ورق در شرایط دمایی ثابت 421 درجه کلوین و سرعت قالب 2 میلی‌متر بر ثانیه با صرف نظر از اصطکاک میان ورق و قالب در شکل‌های 8 و 9 مشاهده می‌شود.

جدول 1 پارامترهای ماده پلیمر پلی استایرن

Table 1 Polystyrene material parameters

مقدار	کمیت
10	$k$ (mW/mm.k)
$20.50 \times 10^6$	$C$ (mj/ton.k)
$1.04 \times 10^{-9}$	$\rho$ (ton/mm <sup>3</sup> )
2.524358	$K$ (Mpa)
0.050826	$G$ (Mpa)
1.29	$\eta_s$ (Mpa.s)

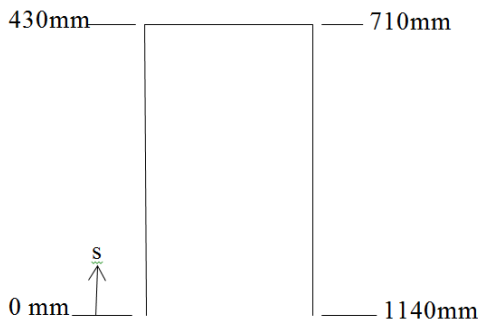


Fig. 6 Variation of the  $s$  parameter on a-a path

شکل 6 تغییرات پارامتر  $s$  در راستای مسیر  $a-a$

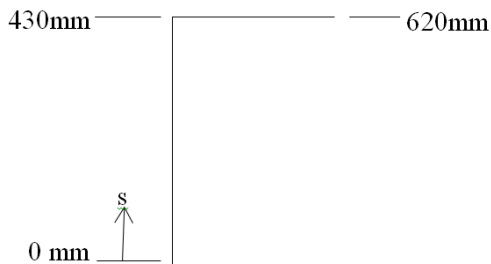


Fig. 7 variation of the  $s$  parameter on b-b path

شکل 7 کمیت  $s$  در راستای مسیر  $b-b$

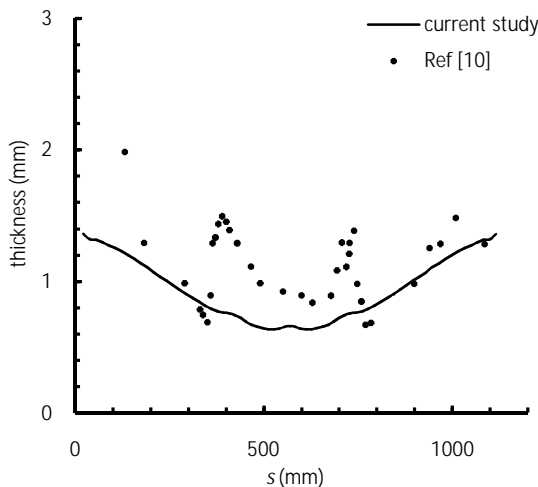


Fig. 8 Comparison of the simulation results with experimental data in ref [10] for thickness distribution on a-a path

شکل 8 مقایسه توزیع ضخامت حاصل از شبیه‌سازی با توزیع ضخامت تجربی در مرجع [10] در راستای مسیر  $a-a$

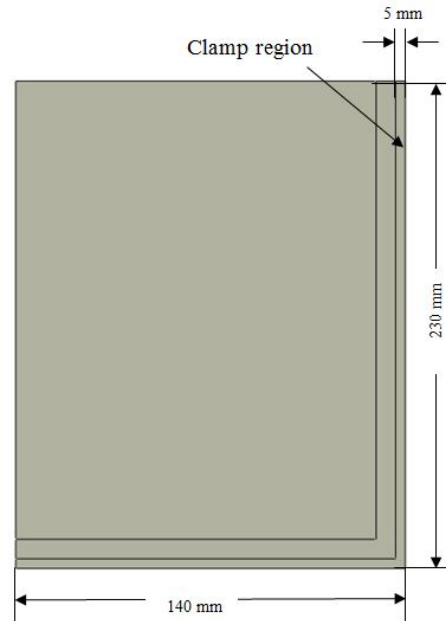


Fig. 5 Geometry of the sheet before thermoforming process

شکل 5 هندسه اولیه ورق قبل از شکل‌دهی حرارتی با فرایند لغزش هوا

مدل اجزای محدود در حلگر صریح نرم‌افزار و به صورت کوپل دما-تنش تدوین شده و از اجزای پوسته‌ای کوپل دما-جابجایی برای گسسته‌سازی هندسه ورق استفاده شد. برای رفتار ماده از زیربرنامه تدوین شده در نرم‌افزار استفاده شد. مقطع پوسته همگن با ضخامت 4.2 میلی‌متر در نظر گرفته شد. مقدار استحکام عرضی مقطع برای جزء پوسته برابر با 0.177 در زیربرنامه وارد شد. پارامترهای ماده برای پلیمر پلی استایرن مقاوم به ضربه در جدول 1 آمده است.

در جدول 1،  $k$  ضریب هدایت حرارتی،  $C$  ظرفیت گرمایی ویژه،  $\rho$  چگالی،  $K$  مدول بالک،  $G$  مدول برشی و  $\eta_s$  ویسکوزیته برشی است.

دمای ورق از طریق شرط مرزی دمایی برای پنج درجه آزادی دمایی در راستای ضخامت ورق اعمال شده است. فشار 0.002 مگا پاسکال با تعریف یک دامنه خطی در مرحله انبساط ورق اعمال شده و در مرحله حرکت قالب به سمت ورق فشار با یک دامنه خطی کاهشدهنده به صفر می‌رسد. قالب به صورت جسم صلب گسسته مدل‌سازی شده است.

شبیه‌سازی فرایند در پنج مرحله و به روش همبسته دما-جابجایی انجام گردید. در گام اول ورق با اعمال فشار 0.002 مگا پاسکال و در مدت زمان 0.5 ثانیه منبسط می‌شود. در مرحله دوم قالب با سرعت ثابت به سمت ورق حرکت می‌کند و ورق را شکل می‌دهد. در گام سوم با ایجاد خلأ ورق به قالب می‌چسبد. در گام چهارم با اعمال شرط مرزی انتقال حرارت جابه‌جایی ورق سرد می‌شود و در گام پنجم قالب از ورق خارج می‌گردد.

فرضیاتی که در شبیه‌سازی این فرایند در نظر گرفته شده است عبارت است از:

الف- دمای ورق در هنگام شکل‌دهی ثابت است.

ب- ورق و قالب با یکدیگر تبادل حرارتی ندارند.

ج- وابستگی پارامترهای مدل به نرخ کرنش در شبیه‌سازی لحاظ نشده است.

#### 4- نتایج

صحت‌سنجی شبیه‌سازی انجام شده با مقایسه توزیع ضخامت در راستای دو مسیر  $a-a$  و  $b-b$  بر روی قطعه نهایی، با توزیع ضخامت تجربی انجام گردید.

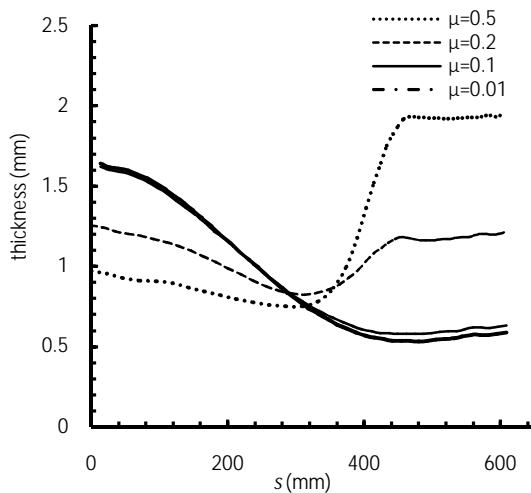


Fig. 10 Effect of friction coefficient on thickness distribution of the sheet along b-b path

شکل 10 اثر ضریب اصطکاک بر توزیع ضخامت ورق در راستای مسیر b-b

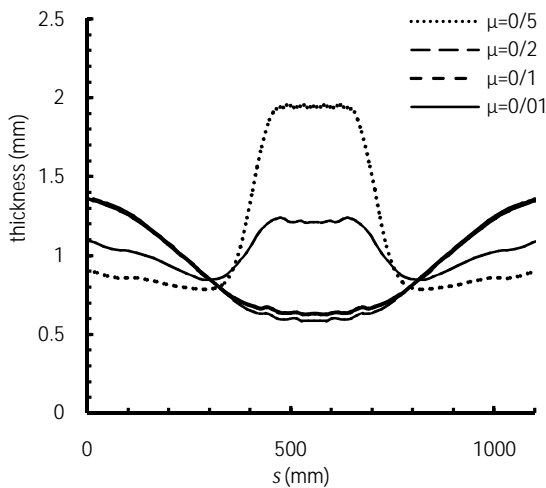


Fig. 11 Effects of friction coefficient on thickness distribution of the sheet along a-a path

شکل 11 اثر ضریب اصطکاک بر توزیع ضخامت ورق در راستای مسیر a-a

اثر دمای ورق با انجام شبیه‌سازی فرایند در دو دمای 400 و 420 درجه کلون بر بررسی شد. ابعاد ورق در هر دو فرایند  $230 \times 180$  میلی‌متر مربع، ضریب اصطکاک 0.2 و سرعت قالب 2 میلی‌متر بر ثانیه بود. نتایج در شکل‌های 12 و 13 قابل مشاهده است. شکل‌های 12 و 13 نشان می‌دهند با کاهش دما در ورق به دلیل سخت‌تر شدن ورق، ضخامت در ناحیه وسط ورق بیشتر و ضخامت در ناحیه نزدیک به نگاه‌دارنده کمتر است. با افزایش دما ضخامت ناحیه وسط ورق در مرحله انبساط ورق بیشتر کاهش می‌یابد و در ادامه در مرحله حرکت قالب به سمت ورق و تماس آن با ورق، ضخامت ناحیه وسط ورق کمتر است. در دماهای پایین‌تر به دلیل رفتار سخت‌تر ورق و همچنین اصطکاک میان ورق و قالب، ضخامت ناحیه وسط ورق کمتر تغییر می‌کند. در حقیقت این دو عامل مانع لغزش ورق و کاهش ضخامت ورق می‌شود و در اثر حرکت قالب ضخامت ورق در ناحیه نگاه‌دارنده بیشتر کاهش می‌یابد. در دماهای بالاتر، رفتار نرم‌تر ورق باعث می‌شود که در مرحله حرکت قالب به سمت ورق ضخامت در ناحیه وسط ورق بیشتر کاهش یابد و در نتیجه ضخامت در ناحیه نگاه‌دارنده بیشتر از ضخامت در دماهای پایین‌تر است.

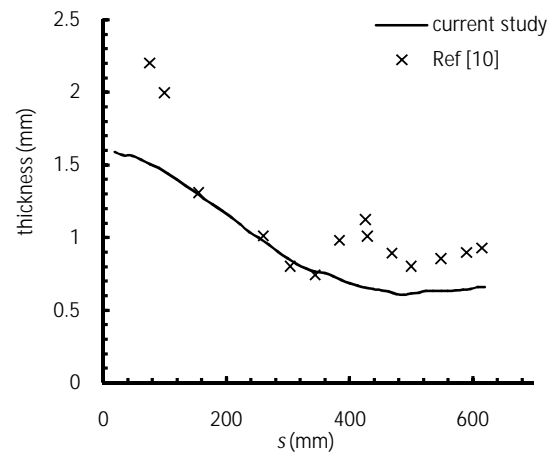


Fig. 9 Comparison of the simulation results with experimental data in ref [10] for thickness distribution on b-b path

شکل 9 مقایسه توزیع ضخامت حاصل از شبیه‌سازی با توزیع ضخامت تجربی در مرجع [10] در راستای مسیر b-b

همان‌طور که در شکل‌های 8 و 9 مشاهده می‌شود بیشترین اختلاف نتایج شبیه‌سازی با نتایج تجربی در ناحیه نزدیک به نگاه‌دارنده و ناحیه کف قطعه که در ابتدا ورق با قالب تماس پیدا می‌کند است. اختلاف موجود در ناحیه نزدیک به نگاه‌دارنده را می‌توان به عدم مدل‌سازی نگاه‌دارنده به صورت مجزا نسبت داد چرا که در اثر این تقریب، جریان ماده به داخل قالب مدل‌سازی نشده است. جریان ماده از ناحیه نگاه‌دارنده به سمت داخل ورق باعث می‌شود که ضخامت ورق در این ناحیه بزرگ‌تر از مقدار پیش‌بینی شده باشد [10]. اختلاف نتایج تجربی و شبیه‌سازی با تغییر ضریب اصطکاک، دمای ورق، سرعت قالب و ابعاد ورق کاهش می‌یابد.

#### 5- تأثیر پارامترهای فرایند شکل‌دهی بر توزیع ضخامت

در این پژوهش تأثیر چهار پارامتر ضریب اصطکاک، دمای ورق، سرعت قالب و ابعاد ورق بر فرایند شکل‌دهی بررسی شده و توزیع ضخامت حاصل از شبیه‌سازی با نتایج تجربی مقایسه شده است.

به‌منظور بررسی اثر ضریب اصطکاک بر توزیع ضخامت قطعه نهایی، شبیه‌سازی برای چهار ضریب اصطکاک مختلف انجام گرفت. در این فرایند دمای ورق 415 درجه کلون، سرعت قالب 2 میلی‌متر بر ثانیه و ابعاد ورق  $230 \times 180 \times 4.2$  برحسب میلی‌متر در نظر گرفته شده است. نمودارهای توزیع ضخامت در راستای محورهای تقارن در شکل‌های 10 و 11 آمده است. افزایش ضریب اصطکاک در دمای ثابت باعث جلوگیری از لغزش ورق بر روی قالب می‌شود در نتیجه ضخامت کف قطعه که در ابتدا با ورق تماس پیدا می‌کند به دلیل جلوگیری از لغزش ورق، نسبت به ضخامت نواحی اطراف قطعه که دیرتر با قالب تماس پیدا می‌کند بیشتر خواهد بود. علاوه بر این با افزایش ضریب اصطکاک ضخامت نواحی نزدیک به نگاه‌دارنده کاهش بیشتر می‌یابد، چرا که اصطکاک موجب درگیری بیشتر ورق با قالب شده و در اثر این پدیده قسمت‌هایی از ورق که با قالب در تماس نیستند دچار کاهش ضخامت می‌شوند. در ضریب اصطکاک 0.5، مقدار زیاد نیروی اصطکاک باعث ثابت ماندن تقریبی ضخامت ناحیه در وسط ورق هنگام شکل‌دهی شده است و مقدار ضخامت در این ناحیه با مقدار کاهش یافته هنگام منبسط شدن ورق برابر است. نمودارهای شکل 11 نشان می‌دهند در صورتی که ضریب اصطکاک در محدوده 0.01 تا 0.1 باشد توزیع ضخامت یکنواخت‌تر است.

ورق هنگام فرایند شکل‌دهی فضای بیشتری را برای انبساط ورق به وجود می‌آورد و کاهش ضخامت ورق کمتر خواهد شد. اختلاف نتایج شبیه‌سازی با نتایج تجربی در ورق با ابعاد کوچکتر بیشتر است.

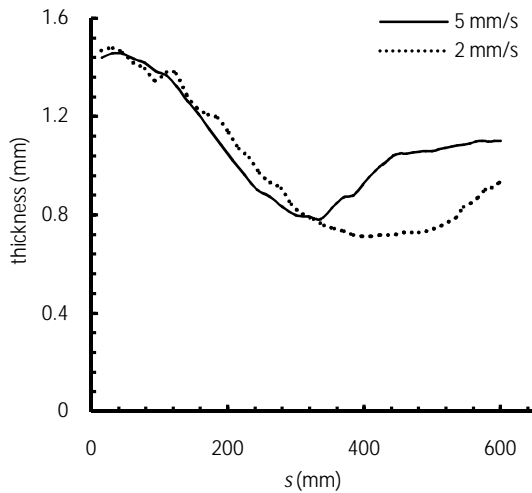


Fig. 14 Effect of plug speed on thickness distribution of the sheet along b-b path

شکل 14 اثر سرعت قالب بر توزیع ضخامت ورق در راستای مسیر b-b

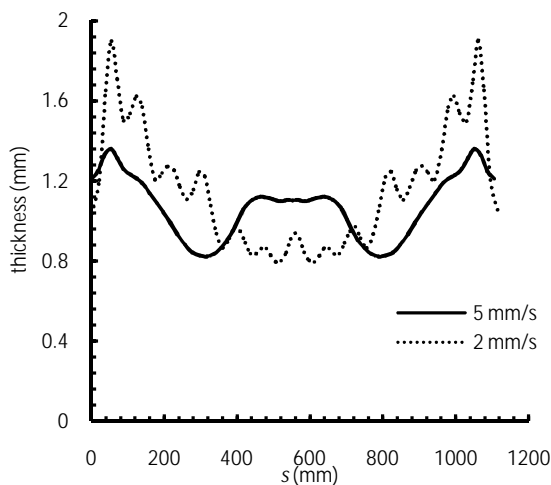


Fig. 15 Effect of plug speed on thickness distribution along a-a path

شکل 15 اثر سرعت قالب بر توزیع ضخامت در راستای مسیر a-a

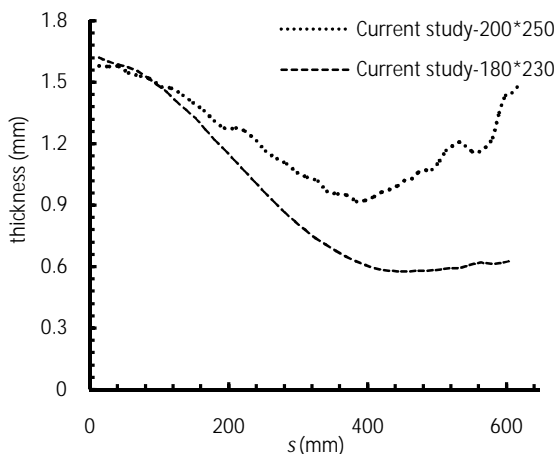


Fig. 16 Effect of sheet dimensions on thickness distribution along b-b path

شکل 16 اثر ابعاد ورق بر توزیع ضخامت ورق در راستای مسیر b-b

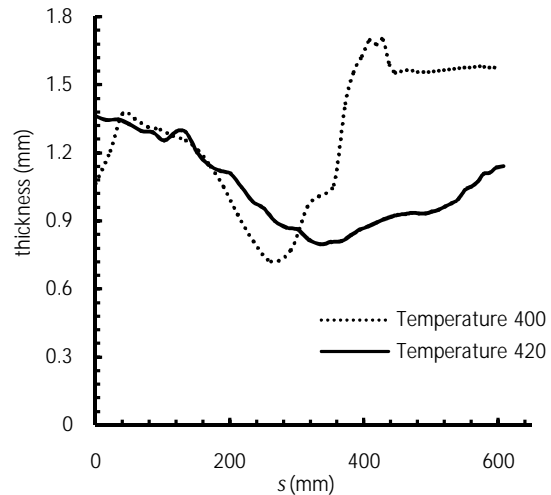


Fig. 12 Effect of temperature on thickness distribution of the sheet along b-b path

شکل 12 بررسی اثر دما بر توزیع ضخامت ورق در راستای مسیر b-b

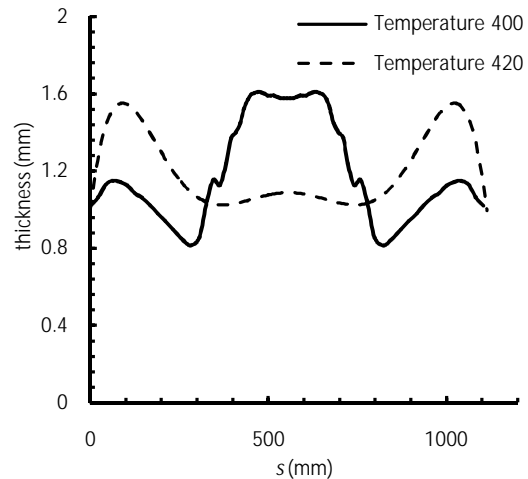


Fig. 13 Effect of temperature on thickness distribution of the sheet along a-a path

شکل 13 بررسی اثر دما بر توزیع ضخامت ورق در راستای مسیر a-a

به منظور بررسی اثر سرعت قالب بر فرایند شبیه‌سازی در دو سرعت 2 و 5 میلی‌متر بر ثانیه برای ورق با ابعاد  $230 \times 180$  میلی‌متر مربع، دمای ثابت 420 درجه کلوین و ضریب اصطکاک 0.1 انجام گرفت. نتایج در شکل‌های 14 و 15 مشاهده می‌شود.

سخت‌تر شدن ورق در ناحیه وسط ورق که در ابتدا با قالب تماس پیدا می‌کند می‌شود بنابراین ضخامت ورق در ناحیه وسط ورق در سرعت 5 mm/s بیشتر از ضخامت ورق در سرعت 2 mm/s است. بنابراین به دلیل سخت‌تر شدن رفتار ورق به دلیل افزایش سرعت قالب، ضخامت ورق در نواحی نزدیک به نگهدارنده بیشتر از نواحی وسط ورق کاهش می‌یابد. رفتار ورق با افزایش سرعت قالب سخت شدن ورق را به دنبال دارد و باعث افزایش ضخامت در ناحیه وسط ورق و کاهش ضخامت در نواحی نزدیک به نگهدارنده می‌شود.

تأثیر ابعاد ورق بر توزیع ضخامت ورق با شبیه‌سازی فرایند برای ورق با ابعاد  $230 \times 180$  میلی‌متر مربع و  $250 \times 200$  میلی‌متر مربع انجام گرفت. دمای ورق 415 درجه کلوین، ضریب اصطکاک 0.1 و سرعت قالب 2 میلی‌متر بر ثانیه در نظر گرفته شد. نتایج در شکل‌های 16 و 17 مشاهده می‌شود.

همان‌طور که در شکل‌های 16 و 17 قابل مشاهده است؛ افزایش ابعاد ورق باعث محدود کردن کاهش ضخامت ورق می‌شود چرا که افزایش ابعاد

- [2] M. Bellet, M.-H. Vantal, B. Monasse, Thermal effects in the numerical simulation of the thermoforming of multilayered polymer sheets, *International Polymer Processing*, Vol. 13, No. 3, pp. 299-308, 1998.
- [3] K. Kouba, O. Bartos, J. Vlachopoulos, Computer simulation of thermoforming in complex shapes, *Polymer Engineering & Science*, Vol. 32, No. 10, pp. 699-704, 1992.
- [4] M. O. Ghafur, B. Koziey, J. Vlachopoulos, *Simulation of Thermoforming and Blowmolding-Theory and Experiments*, NATO ASI Series in: J. A. Covas, J. F. Agassant, A. C. Diogo, J. Vlachopoulos, K. Walters, *Rheological Fundamentals of Polymer Processing*, Eds., pp. 321-383: Springer Netherlands, 1995.
- [5] T. Azdast, A. Doniavi, S. Rash Ahmadi, E. Amiri, Numerical and experimental analysis of wall thickness variation of a hemispherical PMMA sheet in thermoforming process, *The International Journal of Advanced Manufacturing Technology*, Vol. 64, No. 1-4, pp. 113-122, 2013.
- [6] J. T. Oden, T. Sato, Finite strains and displacements of elastic membranes by the finite element method, *International Journal of Solids and Structures*, Vol. 3, No. 4, pp. 471-488, 7, 1967.
- [7] J. G. Williams, A method of calculation for thermoforming plastics sheets, *The Journal of Strain Analysis for Engineering Design*, Vol. 5, No. 1, pp. 49-57, January 1, 1970, 1970.
- [8] P. Bourgin, I. Cormeau, T. Saint-Matin, A first step towards the modelling of the thermoforming of plastic sheets, *Journal of Materials Processing Technology*, Vol. 54, No. 1-4, pp. 1-11, 1995.
- [9] G. J. Nam, J. W. Lee, K. H. Ahn, Three-dimensional simulation of thermoforming process and its comparison with experiments, *Polymer Engineering & Science*, Vol. 40, No. 10, pp. 2232-2240, 2000.
- [10] G. Sala, L. Di Landro, D. Cassago, A numerical and experimental approach to optimise sheet stamping technologies: polymers thermoforming, *Materials & Design*, Vol. 23, No. 1, pp. 21-39, 2002.
- [11] F. Erchiqui, A. Gakwaya, M. Rachik, Dynamic finite element analysis of nonlinear isotropic hyperelastic and viscoelastic materials for thermoforming applications, *Polymer Engineering & Science*, Vol. 45, No. 1, pp. 125-134, 2005.
- [12] C. P. J. O'Connor, P. J. Martin, J. Sweeney, G. Menary, P. Caton-Rose, P. E. Spencer, Simulation of the plug-assisted thermoforming of polypropylene using a large strain thermally coupled constitutive model, *Journal of Materials Processing Technology*, Vol. 213, No. 9, pp. 1588-1600, 2013.
- [13] H. F. Brinson, L. C. Brinson, *Polymer engineering science and viscoelasticity: an introduction*, pp. 311-338: Springer Science & Business Media, 2007.
- [14] F. Richter, *Upsetting and viscoelasticity of vitreous SiO2: experiments, interpretation and simulation*, Thesis, Technischen Universität, Berlin, 2006.

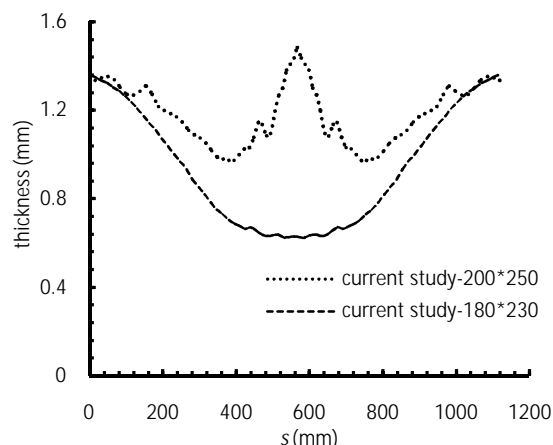


Fig. 17 Effect of sheet dimension on thickness distribution along a-a path

شکل 17 اثر ابعاد ورق بر توزیع ضخامت ورق در راستای مسیر a-a

## 6- نتیجه‌گیری

در این پژوهش فرایند شکل‌دهی حرارتی پلیمر پلی استایرن با قابلیت ضربه‌پذیری بالا به روش اجزای محدود شبیه‌سازی شد و از رفتار ویسکوالاستیک ماکسول برای توصیف رفتار این پلیمر در فرایند شکل‌دهی سود برده شد.

در این شبیه‌سازی تأثیر چهار پارامتر ضریب اصطکاک، ابعاد اولیه ورق، دمای شکل‌دهی ورق و سرعت قالب بر فرایند شکل‌دهی حرارتی ورق پلیمری بررسی گردید. نتایج پژوهش نشان می‌دهد افزایش ضریب اصطکاک کاهش بیشتر ضخامت ورق در ناحیه وسط حباب را به همراه دارد و ضریب اصطکاک در محدوده 0.01 تا 0.1، باعث توزیع یکنواخت‌تر ضخامت می‌شود. افزایش ابعاد اولیه ورق، کاهش دمای شکل‌دهی و افزایش سرعت قالب نیز کاهش بیشتر ضخامت ورق در ناحیه وسط حباب را به دنبال دارد.

## 7- مراجع

- [1] R. J. Crawford, R. J. Crawford, *Plastics Engineering*, pp. 41-167: Butterworth-Heinemann, 1998.