



تحلیل ارتعاشات سیم برش در دستگاه وایرکات

وحید زارع^۱، عباس مزیدی^{۲*}، قاسم امیریان^۳

۱- فارغ التحصیل کارشناسی ارشد، دانشکده مهندسی مکانیک، دانشگاه یزد، یزد، ایران

۲- دانشیار، دانشکده مهندسی مکانیک، دانشگاه یزد، یزد، ایران

۳- استادیار، دانشکده مهندسی مکانیک، دانشگاه یزد، یزد، ایران

* ایمیل نویسنده مسئول: amazidi@yazd.ac.ir

اطلاعات مقاله

مقاله پژوهشی

دریافت: ۱۹ تیر ۱۴۰۲

پذیرش: ۲۸ مهر ۱۴۰۲

کلیدواژگان:

وایرکات

ارتعاشات سیم برش

سرعت سیم

ضخامت قطعه کار

چکیده

در این پژوهش عوامل مؤثر بر دامنه‌ی ارتعاشات سیم در دستگاه وایرکات با استفاده از معادلات ریاضی حاکم بر ارتعاشات سیم بررسی شده و راهکارهایی برای به حداقل رساندن دامنه‌ی این ارتعاشات در هنگام ماشین‌کاری ارائه شده است. در نتیجه‌ی کاهش دامنه‌ی ارتعاشات در هنگام ماشین‌کاری، دقت برش بالا می‌رود و می‌توان برش‌هایی با سطح نهایی صاف‌تر پدید آورد. سیم برش دستگاه وایرکات به صورت یک تیر دو سر گیردار اویلر-برنولی متحرک با سرعت ثابت در امتداد سیم مدل‌سازی شده است و معادلات حاکم بر ارتعاشات آن با استفاده از اصل همپلتون استخراج شده است. سیم تحت تأثیر نیروهای مختلفی از قبیل نیروی حجمی حاصل از تخلیه‌ی الکتریکی بار بین سیم برش و قطعه‌ی کار، میرایی حاصل از مایع دی‌الکتریک، نیروی ناشی از گرمای ایجاد شده در ناحیه‌ی ماشین‌کاری و نیروی کشش محوری سیم قرار دارد. معادلات دیفرانسیل پاره‌ای حاکم بر ارتعاشات سیم برش با روش گلرکین به معادلات دیفرانسیل معمولی تبدیل و سپس حل شده است. نتایج این پژوهش نشان داده است که با افزایش نیروی کشش محوری، کاهش فرکانس تخلیه‌ی بار الکتریکی، کاهش فاصله‌ی بین هادی‌ها، کاهش دمای ایجاد شده در سیم و کمتر کردن ضخامت قطعه کار می‌توان دامنه‌ی ارتعاشی سیم را در حین ماشین‌کاری کاهش داد. نتایج نشان می‌دهد که افزایش دما به میزان ۷۰ درجه در نیروی محوری ۱۷/۵ نیوتن می‌تواند منجر به افزایش ۶۰ درصدی دامنه ارتعاشات سیم شود.

Vibration analysis of the wire tool in wire-cut EDM

Vahid Zare¹, Abbas Mazidi^{2*}, Ghasem Amirian³

1- Graduate MSc, Department of Mechanical Engineering, Yazd University, Yazd, Iran

2- Associate Professor, Department of Mechanical Engineering, Yazd University, Yazd, Iran

3- Assistant Professor, Department of Mechanical Engineering, Yazd University, Yazd, Iran

* Corresponding Author's Email: amazidi@yazd.ac.ir

Article Information

Original Research Paper

Received: 10 July 2023

Accepted: 20 October 2023

Keywords:

WEDM

Wire-tool Vibration

Wire-tool Velocity

Workpiece Width

Abstract

Cutting with high accuracy is possible using wire electrical discharge machining or WEDM. Nonetheless, while machining parts, amplitude of vibration causes inaccuracy of cutting. The main topic of this research is investigating the factors affecting amplitude of vibration of the wire-tool in WEDM using mathematical governing equation of motion of wire electrode. Hence, machining and finding ways to reduce the amplitude of vibration is the main purpose of this research. The consequence of reducing amplitude of wire vibration is cutting with higher accuracy and having smoother finished surface. In this research, the governing equations of motion of the wire-tool vibration are obtained using the Euler-Bernoulli beam model, fixed at both ends and moving in axial direction. The wire undergoes different forces including the body force produced by electrical discharge, damping force caused by the dielectric fluid, thermal force produced in the machining area and the axial force. Thereafter, the partial differential equation of motion of the wire-tool is converted to an ODE equation using Galerkin's method and then it will be solved using fourth order Runge-Kutta method. The results of this research show that the amplitude of vibration can be decreased by increasing the axial force and the decreasing of electrical discharge frequency, wire length, temperature differences and reduction of the workpiece width. Also, the results show that increasing the temperature by 70 degrees in the axial force of 17.5N can lead to a 60% increase in the vibration amplitude of the wire. Also, the results show that increasing the temperature by 70 degrees in the axial force of 17.5N can lead to a 60% increase in the vibration amplitude of the wire.

Please cite this article using:

Zare V, Mazidi A, Amirian Gh. Vibration analysis of the wire tool in wire-cut EDM. Iranian Journal of Manufacturing Engineering. 2023 June 22;10(4):17-26. doi: 10.22034/IJME.2023.401485.1795 [In Persian]

برای ارجاع به این مقاله از عبارت ذیل استفاده نمایید:

۱- مقدمه

برش به وسیله‌ی دستگاه تخلیه‌ی الکتریکی بار با سیم یا وایرکات یک روش برش اجسام رسانا با دقت بالا است [۱]. در این روند که بین دو الکترود (یکی سیم متحرک و دیگری قطعه‌ی کار) رخ می‌دهد؛ براده‌ها به وسیله‌ی جریان متناوب فوق سریع از قطعه‌ی کار جدا می‌شوند. فاصله بین دو الکترود توسط مایع دی الکتریک پر می‌شود. وقتی ولتاژ بین دو الکترود بالا می‌رود، شدت میدان الکتریکی در فاصله‌ی میان الکترودها از مقاومت دی الکتریک بالاتر رفته که منجر به شکسته شدن مقاومت آن شده در نتیجه جریان الکتریکی بین الکترودها سرازیر می‌شود. در حین عمل تخلیه‌ی بار، دمای ناحیه‌ی براده برداری می‌تواند بین ۱۰۰۰ تا ۲۰۰۰۰ درجه‌ی سانتی‌گراد متغیر باشد. بنابراین، براده‌ها در آن ناحیه ذوب یا حتی تبخیر می‌شوند. باید توجه شود که با این حال هیچ‌گونه تماس مستقیمی بین قطعه‌ی کار و سیم برش وجود نخواهد داشت. مادامی که جریان الکتریکی قطع می‌شود، مایع دی الکتریک جدیدی به فاصله‌ی میان الکترودها جریان پیدا می‌کند تا علاوه بر پاک‌سازی براده‌ها، خاصیت دی‌الکتریکی آن را تجدید کند.

یکی از دغدغه‌های اصلی صاحبان صنایع در صنعت وایرکات و نیز پژوهشگران این زمینه، به ثمر رساندن سطحی صاف و صیقلی پس از ماشین‌کاری بر روی قطعات است. انجام این کار در حداقل زمان ممکن و بالاترین سرعت نیز از ملزومات این روش است. بنابراین لازم است که خطاها و ناهماهنگی‌ها به حداقل و حتی صفر رسانده شود. تحقیقاتی بر روی منابع مختلف ایجاد خطا در این سیستم برای به حداقل رساندن این خطاها انجام شده است. این منابع خطا شامل منبع تغذیه، حرکات محورهای دستگاه، حرکت سیم برش و اثر شستشوی مایع دی‌الکتریک هستند. موهری و همکاران رابطه‌ی میان فرکانس تخلیه‌ی الکتریکی بار با جابجایی عرضی سیم برش را به کمک آزمایش‌های تجربی اندازه‌گیری کردند [۲]. آندهر و جیتین ارتعاشات عرضی سیم را به عنوان ارتعاشات اجباری سیم نشات گرفته از جرقه‌ها حین ماشین‌کاری در نظر گرفتند. معادله‌ی حرکت بدست آمده در قالب معادله‌ی دیفرانسیل جزئی است که حل فرم بسته‌ی آن توسط نرم افزار متلب شبیه‌سازی شده است. هم چنین معادله دیفرانسیل جزئی به روش تفاضل محدود حل شده است و هم چنین ارتعاشات توسط پکیج اجزا محدود انسیس شبیه‌سازی شده است [۳]. یامادا و همکاران مقادیر اندازه‌گیری شده‌ی جابجایی‌های سیم‌برش در حالت ارتعاش طبیعی را مورد مطالعه قرار دادند. آن‌ها نیروی خارجی میانگین که در عمل بر روی سیم برش اثر می‌گذارد را موثر از جهت جابجایی سیم بر اثر حرکت ارتعاشی آن دانستند. آن‌ها دریافتند که تاخیر فاز^۱ بین نیروی خارجی موثر از تخلیه‌ی بار الکتریکی و مجموع جابجایی‌ها در کنترل ارتعاش سیم بسیار مهم است [۴]. حبیب و اکادا ارتعاشات سیم تنگستن در شرایطی که برای بار دوم مورد استفاده قرار گرفته است را مورد مطالعه قرار دادند. سپس آن‌ها دامنه‌ی ارتعاش و فرکانس سیم را بدست آوردند. سپس به وسیله‌ی یک دوربین سرعت بالا رفتار ارتعاشی سیم برش را ضبط کردند و تاثیرات احتمالی ارتعاش سیم بر روی متغیرهایی نظیر افست، سرعت و سطح ماشین‌کاری شده را سنجیدند. آن‌ها هم‌چنین فرکانس استخراج شده از شبیه‌سازی سیم برش در حین ماشین‌کاری را با فرکانس ایجاد شده در سیم برش در حین ماشین‌کاری در آزمایشگاه با هم مقایسه کردند [۵]. حبیب در مطالعه‌ی دیگر در راستای بهینه‌سازی متغیرهای ماشین‌کاری و حرکت ارتعاشی سیم‌برش، نیروهای وارده بر سیم را به سه گروه اصلی نیروی کششی، نیروی فلاشینگ و نیروهای حاصل از جرقه‌ها و تخلیه‌ی بار دسته‌بندی کرد. در نهایت نتیجه گرفت که ترکیب بهینه‌ی متغیرهای ماشین‌کاری از جمله تنش در سیم، سرعت سیم، نرخ جریان و متغیرهای خود تنظیم کن ولتاژ می‌تواند تاثیر بسیار زیادی در ارتعاش سیم برش و عرض شیار برش خورده داشته باشد [۶].

از نقطه نظر دینامیکی، حرکت سیم برش را می‌توان تحت تاثیر نیروهای داخلی و نیز خارجی بررسی کرد. سیم در دستگاه وایرکات هنگام ماشین‌کاری تحت تاثیر نیروهای مختلفی قرار می‌گیرد که این نیروها موجب به وجود آمدن ارتعاش در سیم برش می‌شوند. نیروهای عمده که بر روی سیم اثر می‌گذارند عبارتند از: نیروهای ناشی از حباب‌های گازی که توسط مواد مذاب در اثر براده برداری ایجاد می‌شوند، نیروهای هیدرولیکی که در اثر پمپاژ مایع دی‌الکتریک به وجود می‌آیند، نیروهای حجمی، نیروهای الکترواستاتیکی و نیروهای الکترودینامیکی و تاثیر نیروی به وجود آمده بر اثر جرقه‌ها که به صورت انرژی گرمایی در ارتعاشات سیم برش تاثیر می‌گذارد. این انرژی گرمایی به صورت اختلاف دمای به وجود آمده در سیم برش باعث انبساط طولی در سیم برش می‌شود که این انبساط به دلیل آنکه سیم برش دو سر گیردار است به صورت نیروی خلاف جهت نیروی کشش محوری بر سیم اثر می‌کند. وقتی که جرقه‌ها بین دو الکترود زده می‌شوند، نیروی این جرقه‌ها به انضمام نیروی کشش محوری که به سیم وارد می‌شوند باعث یک حرکت ارتعاشی

¹ Phase Lag

پیچیده می‌شود. بر اثر ارتعاش سیم، فاصله‌ی حاصل از منطقه‌ی ماشین‌کاری با سیم به صورت یکنواخت نخواهد بود که این حرکت ارتعاشی سبب کاهش دقت برش می‌شود. این امر باعث به وجود آمدن سطحی ناهموار و پارگی سیم می‌شود. سختی مدل کردن حرکت ارتعاشی سیم و همچنین انجام آزمایش‌ها برای اندازه‌گیری دامنه‌ی حرکت ارتعاشی سیم سبب پیچیدگی بررسی این امر گردیده است.

۲- بیان مسأله

برش به وسیله‌ی دستگاه وایرکات همانند دیگر دستگاه‌های برش دارای نواقصی است که یکی از آن‌ها به وجود آمدن ارتعاشات در سیم برش در هنگام ماشین‌کاری است. دامنه‌ی به وجود آمده حاصل از این ارتعاشات سبب کاهش دقت در هنگام برش قطعه‌ی کار می‌شود. به همین دلیل تحقیق و بررسی روی ارتعاشات ایجاد شده یک امر ضروری است که در این تحقیق به آن پرداخته شده است.

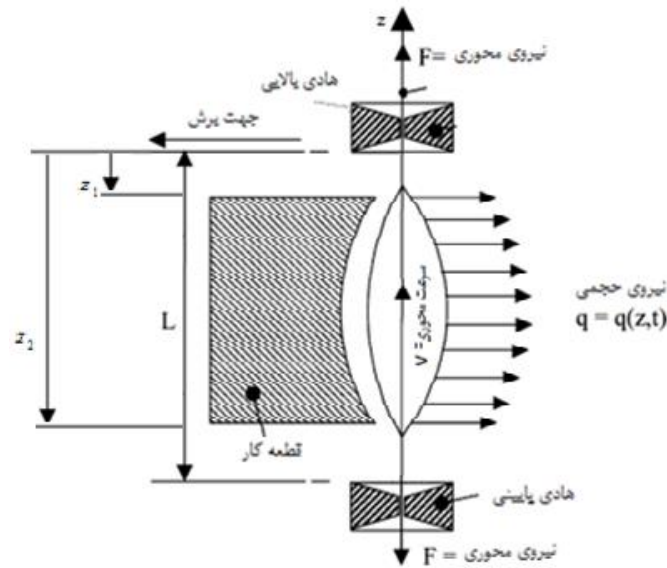
در این پژوهش، مدل سازی سیم برش به وسیله‌ی تئوری تیر اوپلر-برنولی ارائه شده است. یکی از کامل‌ترین تئوری‌ها در مدل سازی سیم برش تئوری تیر اوپلر-برنولی یا تیر نازک است که جنبه‌های مختلف فیزیکی را در ارتعاشات سیم برش بیان می‌کند. سیم برش به صورت یک تیر نازک (کابل) دو سر گیردار تحت نیروی محوری و متحرک در امتداد محور مدل‌سازی شده است. نیروی محوری خود شامل دو نیروی کششی و فشاری می‌باشد. نیروی فشاری حاصل از افزایش دمای سیم می‌باشد. افزایش دما در سیم باعث افزایش طول می‌شود. اما از آنجایی که سیم به صورت دو سر ثابت در نظر گرفته شده است، این افزایش طول به صورت یک نیروی فشاری بر سیم اعمال می‌شود و باعث می‌شود نیروی کششی سیم کاهش یابد. نیروی کششی نیز حاصل از کشش سیم به وسیله‌ی قرقره‌ها می‌باشد. همچنین نیروهای مختلفی شامل نیروهای حجمی ناشی از تخلیه‌ی الکتریکی بار بین سیم و قطعه کار، نیروی محوری و نیروی ناشی از میرایی مایع دی‌الکتریک به صورت کار نیروهای خارجی مدل سازی شده‌اند.

پس از استخراج معادلات حرکت، به حل این معادلات پرداخته خواهد شد و اثر تغییر پارامترهای مختلف روی ارتعاشات بررسی خواهد شد. این عوامل شامل اثر نیروی کشش محوری، اثر تخلیه‌ی الکتریکی بار، اثر سرعت محوری، اثر افزایش دمای ایجاد شده بر سیم برش، تاثیر فاصله‌ی هادی‌ها و ضخامت قطعه کار بر ارتعاشات و بیشینه دامنه در حین ماشین‌کاری می‌باشد. افزایش دما در منطقه‌ی ماشین‌کاری باعث افزایش دما در سیم برش می‌شود. از آنجا که سیم به صورت یک کابل دو سر گیردار در نظر گرفته شده است، این افزایش دما -که باعث افزایش طول سیم می‌شود- به صورت یک نیروی فشاری بر سیم وارد می‌آید. اگرچه پیش از این تحقیقاتی در خصوص میزان گرما در محل ماشین‌کاری و تاثیرات آن بر دقت برش انجام شده است اما در میان مقالات و پژوهش‌های در دسترس محققان، در نظر گرفتن اثرات افزایش دما در مدل سازی سیم برش و تاثیر آن بر دامنه‌ی ارتعاشی سیم برش انجام نشده است. همچنین از دیگر نوآوری‌های کار حاضر می‌توان به در نظر گرفتن یک مدل نیرویی جدید برای مدل سازی اثر تخلیه بار الکتریکی اشاره نمود. اضافه شدن تابع هویساید به مدل نیرویی باعث شده است تا بتوان اثر ضخامت قطعه کار را نیز در مدلسازی نیروها لحاظ نمود.

در نهایت، هدف از این پژوهش بررسی عوامل موثر بر بیشینه ارتعاشات سیم برش در دستگاه وایرکات می‌باشد. با شناسایی ارتعاشات به وجود آمده در دستگاه وایرکات و کنترل آن می‌توان به برشی با دقت بالا رسید.

۳- استخراج معادلات حاکم

معادلات حرکت حاکم بر ارتعاشات سیم برش وایرکات طبق شکل ۱ که در راستای محور z در حال حرکت است و تحت نیروی محوری F قرار دارد، بررسی می‌شود. سیم برش وایرکات تحت تاثیر نیروهای خارجی مانند نیروهای حجمی حاصل از تخلیه‌ی الکتریکی بار بین سیم و قطعه کار و نیروی حاصل از افزایش دمای ایجاد شده در سیم می‌باشد. همچنین سیم برش وایرکات تحت تاثیر میرایی ناشی از مایع دی‌الکتریک در محوطه‌ی ماشین‌کاری قرار می‌گیرد. برش در جهت محور x است که این محور به سمت بیرون صفحه می‌باشد. در این پژوهش سیم برش به صورت یک کابل دوسر گیردار فرض شد است که می‌توان معادلات آن را از تئوری تیر اوپلر-برنولی استخراج نمود [۷]. این حالت کامل‌ترین فرضیه برای مدل سازی یک سیم می‌باشد که می‌توان اثر همه‌ی نیروهای خمشی و پیچشی را در آن مشاهده نمود. در انتها به مدل سازی نیروی خارجی حاصل از تخلیه‌ی الکتریکی بار پرداخته می‌شود.



شکل ۱ ارتعاشات سیم برش در منطقه‌ی ماشین کاری

از اصل همیلتون می‌توان جهت استخراج معادلات حرکت برای سیستم‌های پیوسته‌ی انعطاف پذیر با شرایط مرزی معین استفاده نمود [۸]. در این حالت سیم برش را می‌توان به عنوان کابل در نظر گرفت که برای به دست آوردن معادلات حرکت آن، از تئوری ساده‌ی ارتعاشی تیر نازک تحت نیروی محوری استفاده می‌شود [۷].

اصل همیلتون بیان می‌کند که مجموع تغییرات انتگرال زمانی انرژی‌های وارده بر یک سیستم برابر با صفر است. یعنی:

$$\delta \int_{t_1}^{t_2} (T - \pi + W) dt = 0 \quad (1)$$

در این رابطه T بیانگر انرژی جنبشی، π بیانگر انرژی کرنشی و W بیانگر کار نیروهای خارجی است. همچنین باید به این نکته اشاره شود که به دلیل ناچیز بودن جرم سیم در حین ماشین کاری از انرژی پتانسیل گرانشی صرف نظر شده است. انرژی کرنشی سیستم به صورت زیر قابل بیان است.

$$\pi = \frac{1}{2} \int_0^L EI(z) \left(\frac{\partial^2 w}{\partial z^2} \right)^2 dz \quad (2)$$

در رابطه (۲) E نشانگر مدول الاستیسیته، I گشتاور لختی سطح مقطع، L طول سیم برش و w میزان جابه جایی عرضی در جهت محور y می‌باشد. انرژی جنبشی سیستم نیز که حاصل از سرعت سیم می‌باشد به صورت زیر قابل بیان است.

$$T = \frac{1}{2} \int_0^L \rho S(z) \left(\left(\frac{\partial w(z, t)}{\partial t} + v \frac{\partial w(z, t)}{\partial z} \right)^2 + v^2 \right) dz \quad (3)$$

در رابطه‌ی (۳)، ρ چگالی سیم برش، S مساحت سطح مقطع و v سرعت محوری سیم برش می‌باشد. کار نیروی خارجی نیز به صورت زیر تعریف می‌شود.

$$W = W_F + W_q + W_d = -\frac{1}{2} \int_0^L F(z, t) \left(\frac{\partial w}{\partial z} \right)^2 dz + \int_0^L q(z, t) w(z, t) dz + \int_0^L \beta \frac{\partial w}{\partial t} w(z, t) dz \quad (4)$$

در رابطه‌ی (۴)، W_F کار نیروی محوری با نیروی $F(z, t)$ ، W_q کار نیروی ناپایستار حجمی با نیروی $q(z, t)$ و W_d کار متناظر با نیروی میرا کننده‌ی مایع دی‌الکتریک با نیروی $\beta \frac{\partial w}{\partial t}$ می‌باشد. با جایگذاری ترم‌های ذکر شده‌ی روابط (۲)، (۳) و (۴) در رابطه‌ی (۱) معادلات حاکم بر ارتعاشات سیم برش به صورت زیر قابل بیان است.

$$F \frac{\partial^2 w}{\partial z^2} - EI \frac{\partial^4 w}{\partial z^4} = \rho_0 \left(\frac{\partial^2 w}{\partial t^2} + 2v \frac{\partial^2 w}{\partial t \partial z} + v^2 \frac{\partial^2 w}{\partial z^2} \right) + \beta \frac{\partial w}{\partial t} - q(z, t) \quad (5)$$

رابطه‌ی (۵) یک معادله دیفرانسیل پاره‌ای ناهمگن مرتبه چهارم می‌باشد. مدل سازی نیروی‌های خارجی متاثر از نیروی محوری و بار گسترده‌ی عرضی به صورت زیر قابل بیان است.

۳-۱- نیروی محوری سیم برش

نیروی محوری یکی از مهم‌ترین عوامل تاثیر گذار بر روی ارتعاشات عرضی سیم برش است. این نیرو همانگونه که پیش‌تر نیز بیان شد متشکل از یک نیروی کششی حاصل از قرقه‌ها و نیز نیروی ناشی از اختلاف دمای ایجاد شده بر سیم برش می‌باشد. از آنجا که سیم برش به صورت یک تیر دو سر گیردار مدل سازی شده است و افزایش طول در آن وجود ندارد، نیروی ناشی از اختلاف دما به صورت یک نیروی فشاری بر طول سیم اعمال می‌شود. بنابراین این نیرو در جهت خلاف نیروی کششی در نظر گرفته می‌شود.

$$F = F_A - F_T \quad (۶)$$

در رابطه‌ی (۶) F_A نشان دهنده‌ی نیروی کشش محوری و F_T نشان دهنده‌ی نیروی حاصل از اختلاف دمای ایجاد شده بر سیم می‌باشد [۹].

هر چند به دلیل محدودیت فیزیکی سیم برش تحت عوامل مختلف از جمله دما و ساختار خود سیم نمی‌توان نیروی کششی را از حدی بالاتر انتخاب نمود، به همین دلیل این نیرو بازه‌ای بین حدود ۵ تا ۲۵ نیوتن دارد. نیروی حاصل از اختلاف دما را به صورت زیر می‌توان بیان نمود [۱۰].

$$F_T = \gamma \Delta T E S \quad (۷)$$

در رابطه‌ی بالا γ ضریب انبساط گرمایی است که واحد آن $\frac{1}{\text{C}}$ می‌باشد. ΔT نیز نمایان‌گر اختلاف دمای ایجاد شده در سیم برش می‌باشد و واحد آن C می‌باشد. E بیانگر مدول الاستیسیته‌ی سیم و S مساحت سطح مقطع سیم می‌باشد. γ برای سیم‌های مختلف با جنس‌های گوناگون متفاوت است. ولی همانطور که پیش‌تر نیز بیان شد، غالب سیم‌های استفاده شده در دستگاه وایرکات از جنس برنج طلایی است. γ برای این جنس مقداری معادل $\frac{1}{\text{C}} \times 10^{-6} \times 19$ دارد [۱۰]. اختلاف دمای ایجاد شده نیز با توجه به آزمایش‌ها و اندازه‌گیری‌های انجام شده توسط کویانو و همکاران [۱۱] مقداری کمتر از ۱۰۰ درجه‌ی سانتی‌گراد دارد. در ادامه به معرفی یک رابطه‌ی قابل استفاده برای نیروی حجمی ناشی از تخلیه‌ی الکتریکی بار پرداخته می‌شود.

۳-۲- نیروی حجمی ناشی از تخلیه‌ی الکتریکی بار

هدف از این بخش مدل سازی و طرح یک رابطه‌ی قابل استفاده برای نیروی خارجی q است. هر چند که طرح یک معادله‌ی عمومی بسیار دشوار است، می‌توان از راه‌های تجربی و اندازه‌گیری‌های عملی برای بیان یک رابطه نزدیک به واقعیت استفاده کرد. آندهر و جیتین [۳] از یک مدل نیروی سینوسی موثر در یک نقطه به وسیله‌ی تابع دلتای کرونگر استفاده کردند. این مدل بر اساس مدل نیرویی استفاده شده در پژوهش وی و کائو [۱۲] است. این مدل نیرویی به صورت زیر قابل بیان است.

$$q(z, t) = Q = Q_0 \delta(z - z_0) \sin \omega t \quad (۸)$$

در رابطه‌ی (۸) Q_0 نشان دهنده‌ی مقدار نیروی عرضی خارجی و ω نشان دهنده‌ی فرکانس نیروی خارجی می‌باشد. تابع دلتای کرونگر یا $\delta(z - z_0)$ نیز به صورت زیر تعریف می‌شود.

$$\delta(z - z_0) = \begin{cases} 1 & \text{if } z = z_0 \\ 0 & \text{if } z \neq z_0 \end{cases} \quad (۹)$$

برای در نظر گرفتن نیروی خارجی در بازه‌ای گسترده‌تر از طول سیم برش می‌توان به جای استفاده از تابع دلتای کرونگر که فقط در یک نقطه قابل اعمال است، از تابع هویساید به صورت زیر استفاده نمود.

$$H(z - z_1)H(z_2 - z) = \begin{cases} 0 & \text{if } z < z_1 \\ 1 & \text{if } z_1 < z < z_2 \\ 0 & \text{if } z > z_2 \end{cases} \quad (۱۰)$$

که بازه z_1 تا z_2 از طول سیم در شکل ۱ قابل مشاهده است.

در نتیجه نیروی خارجی متاثر از فرکانس تخلیه‌ی بار الکتریکی به صورت زیر استخراج می‌شود.

$$q(z, t) = Q = Q_0 \sin \omega t H(z - z_1)H(z_2 - z) \quad (۱۱)$$

در نهایت معادله‌ی دیفرانسیل حاکم بر ارتعاشات سیم برش با در نظر گرفتن این مدل نیرویی به صورت زیر قابل بیان است.

$$F \frac{\partial^2 w}{\partial z^2} - EI \frac{\partial^4 w}{\partial z^4} = \rho_0 \left(\frac{\partial^2 w}{\partial t^2} + 2v \frac{\partial^2 w}{\partial t \partial z} + v^2 \frac{\partial^2 w}{\partial z^2} \right) + \beta \frac{\partial w}{\partial t} - Q \quad (۱۲)$$

۴- حل معادلات و ارائه نتایج

ابتدا معادله دیفرانسیل پاره‌ای حاکم بر ارتعاشات سیم برش یعنی معادله‌ی (۱۲) را می‌توان به یک معادله دیفرانسیل معمولی تبدیل نمود. برای این کار باید جابجایی عرضی سیم (یعنی $w(z,t)$) را به صورت حاصل ضرب یک تابع هندسی معلوم در یک تابع زمانی به صورت زیر بیان نمود.

$$w(z,t) = W(z)\lambda(t) \quad (13)$$

در رابطه‌ی (۱۳)، $W(z)$ تابع معلوم جابجایی است که به آن شکل مود خمش گفته می‌شود. $\lambda(t)$ نیز یک تابع مجهول بر حسب زمان t می‌باشد. وقتی که رابطه‌ی (۱۳) در رابطه‌ی (۱۲) با شرایط مرزی معین در دو انتها جایگذاری شود، نتیجه می‌شود:

$$\lambda(t)\rho_0 W(z) + \lambda(t) \left(2\rho_0 v \frac{dW(z)}{dz} + \beta W(z) \right) + \lambda(t) \left(EI \frac{d^4 W(z)}{dz^4} + (\rho_0 v^2 - F) \frac{d^2 W(z)}{dz^2} \right) - Q = 0, \quad 0 \leq z \leq L \quad (14)$$

حال حل معادله (یعنی $W(z)$) به صورت سری‌هایی از n تابع تطبیقی یا تابع مجاز $\phi_1(z), \phi_2(z), \dots, \phi_n(z)$ به صورت زیر در نظر گرفته می‌شود:

$$W(z) = \sum_{i=1}^n c_i \phi_i(z) \quad (15)$$

که هر تابع $\phi_i(z)$ تمام شرایط مرزی سیم برش را ارضا می‌کند. از آن جا که تابع انتخابی $W(z)$ معادله دیفرانسیل (۱۴) را به طور کامل ارضا نمی‌کند و در صورت قرار دادن این تابع در معادله دیفرانسل جواب صفر نخواهد شد، با تعریف باقی‌مانده و ضرب آن در توابع تطبیقی و انتگرال گیری از صفر تا L معادله دیفرانسیل معمولی درجه دوم به صورت زیر قابل بیان است.

$$\lambda(t) \sum_{i=1}^n m_{ij} + \lambda(t) \sum_{i=1}^n d_{ij} + \lambda(t) \sum_{i=1}^n k_{ij} = \int_0^L Q \phi_j(z) dz, \quad j = 1, 2, \dots, n \quad (16)$$

در رابطه‌ی (۱۶) m_{ij} ، d_{ij} و k_{ij} به ترتیب مولفه‌های ماتریس‌های جرم، میرایی و سختی هستند.

اکنون می‌توان با استفاده از تابع تطبیقی زیر و با استفاده از روش رانگ کوتای مرتبه‌ی چهارم با تعیین فاصله‌ی زمانی ۰.۰۵ ثانیه‌ای به حل معادله دیفرانسیل فوق پرداخت.

$$\phi_i = \cos\left(\frac{2i\pi z}{L}\right) - 1, \quad i = 1, 2, \dots, n \quad (17)$$

با محاسبه‌ی این مقادیر می‌توان جابجایی عرضی سیم برش را بدست آورد و نمودارهای پاسخ زمانی ارتعاشات آن را رسم نمود. باید از مختصات مکانی بیشینه دامنه‌ی ارتعاشاتی و هم‌چنین مود غالب ارتعاشاتی برای رسم این نمودارها استفاده شود. برای سیستم مورد مطالعه در این تحقیق که دو سر آن ثابت است، وسط طول سیم بیشترین دامنه‌ی ارتعاشاتی را دارد. به علاوه مود غالب ارتعاشاتی را نیز می‌توان مود اول آن در نظر گرفت. همچنین با بررسی‌های انجام شده مشخص شد که مقادیر فرکانس‌های تخلیه‌ی الکتریکی بار پایین‌تر از فرکانس طبیعی سیستم است. دامنه‌ی ارتعاشات در پژوهش حاضر مهمترین پارامتر مورد بررسی است که با پایین آمدن آن دقت برش بالا می‌رود. به منظور اعتبار سنجی از مقاله‌ی ارائه شده توسط آندهر و جیتین [۳] استفاده می‌شود. آن‌ها در تحقیق خود از یک مدل سیم برش متحرک در جهت محوری استفاده نموده‌اند. آن‌ها سیم برش را به صورت یک تار مدل‌سازی کردند و از اثر اختلاف دمای ایجاد شده در سیم برش صرف نظر نموده‌اند. پارامترهای استفاده شده توسط آن‌ها برای سیم در جدول ۱ آورده شده است.

جدول ۱ پارامترهای انتخابی جهت اعتبار سنجی تحقیق

متغیر	اندازه
چگالی (ρ)	8470 (kg/m^3)
مدول الاستیسیته (E)	10.3×10^{10} (N/m^2)
قطر سیم برش (d)	1.249×10^{-4} (m)
طول سیم برش (L)	0.06 (m)
ضریب میرایی (β)	8.14×10^{-2} (Ns/m)
نیروی کشش محوری (F)	15 (N)

0.1333 (m/s)	سرعت محوری (V)
0.7 (N)	نیروی عرضی خارجی (Q ₀)
3.6 (kHz)	فرکانس تخلیه‌ی الکتریکی بار (ω)
$19 \times 10^{-6} (\frac{1}{s})$	ضریب انبساط گرمایی (γ)
0°C	اختلاف دما (ΔT)
0.06 (m)	ضخامت قطعه کار

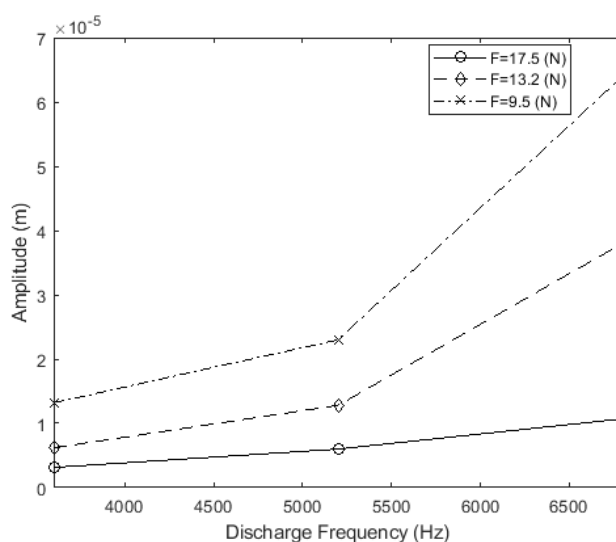
با استفاده از پارامترهای جدول ۱، بیشینه دامنه‌ی ارتعاشی و مقایسه‌ی آن با تحقیق آندهر و جیتین در جدول ۲ آورده شده است.

جدول ۲ مقایسه‌ی بین بیشینه دامنه‌ی تحقیق مرجع و تحقیق حاضر

مقدار خطا	تحقیق حاضر	مرجع	بیشینه دامنه
16%	$2.15 \times 10^{-6} (m)$	$2.5 \times 10^{-6} (m)$	

همانطور که دیده می‌شود نتایج تقریبا با مرجع همخوانی دارد. در مقاله‌ی مرجع مدل‌سازی سیم بر اساس یک تار دو سر گیردار انجام شده است. در تار اثرات مقاومت خمشی نادیده گرفته می‌شود. این در حالی است که در این پژوهش، سیم برش به صورت یک تیر دو سر گیردار مدل‌سازی شده است که در آن اثرات مقاومت خمشی لحاظ می‌شود. منشا خطای موجود نیز می‌تواند به همین ساده‌سازی مقاله‌ی مرجع مربوط باشد.

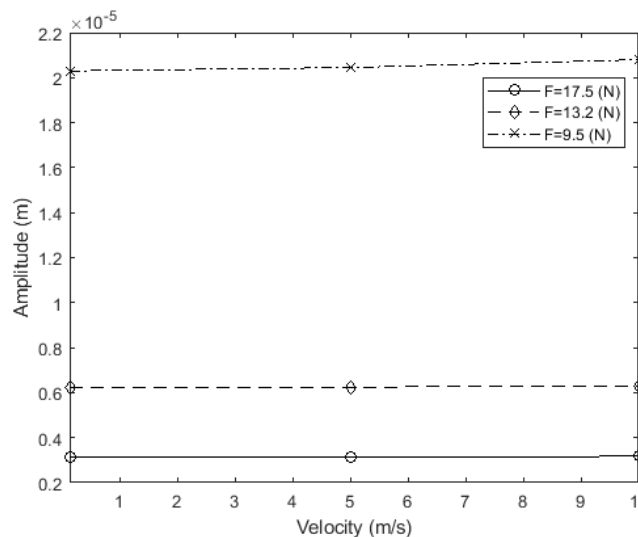
در ادامه تاثیر پارامترهای مختلف بر بیشینه دامنه‌ی ارتعاشات سیم برش بررسی خواهد شد. فرکانس تخلیه‌ی الکتریکی بار و کشش محوری سیم تاثیری مستقیم بر بیشینه دامنه‌ی ارتعاشات سیم برش دارد. بدین منظور تاثیر فرکانس‌های مختلف تخلیه‌ی بار الکتریکی در کشش‌های محوری ۱۷,۵، ۱۳,۲ و ۹,۵ نیوتن بر بیشینه دامنه‌ی ارتعاشات سیم برش در نمودار شکل ۲ قابل مشاهده است. جهت بررسی ارتعاشات به وجود آمده، مقدار پارامترهای مختلف طبق جدول ۱ در نظر گرفته می‌شود. با این تفاوت که فرکانس‌های تخلیه‌ی بار الکتریکی این بار متفاوت و برابر با ۳,۶، ۵,۲ و ۶,۸ کیلوهرتز، اختلاف دمایی ایجاد شده برابر با 70°C و ضخامت قطعه کار برابر ۰,۰۶ متر در نظر گرفته شده است.



شکل ۲ حداکثر دامنه‌ی ارتعاشات سیم در فرکانس‌های تخلیه‌ی بار الکتریکی و نیروهای کشش محوری متفاوت

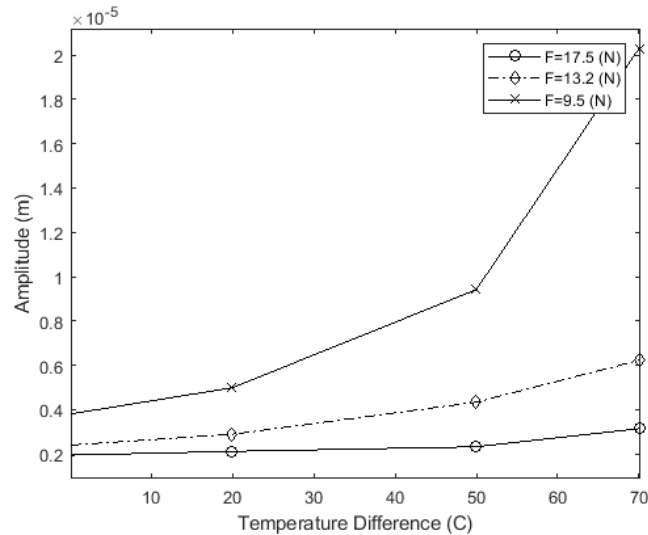
همانطور که مشاهده می‌شود با افزایش نیروی کشش محوری در سیم، دامنه ارتعاشات کاهش می‌یابد. همانطور که در معادلات حاکم مشخص است، افزایش نیروی کششی سیم باعث افزایش سفتی شده و در نتیجه بر اثر تحریک خارجی میزان دامنه ارتعاشات کاهش می‌یابد. فرکانس طبیعی سیستم با مشخصات ذکر شده برابر با ۹,۴۸ کیلوهرتز است که مقدار این فرکانس بالاتر از فرکانس‌های تخلیه‌ی الکتریکی بار می‌باشد. هر چقدر فرکانس تخلیه‌ی الکتریکی بار به فرکانس طبیعی سیستم نزدیک‌تر شود، انرژی ارتعاشات بالاتر رفته و سبب افزایش دامنه‌ی ارتعاشات سیم برش می‌شود. به همین دلیل در هر سه نیروی محوری مختلف با افزایش فرکانس تخلیه‌ی بار الکتریکی، دامنه‌ی ارتعاشی نیز افزایش می‌یابد. حال آن‌که این افزایش دامنه برای نیروهای کشش محوری پایین‌تر نسبت به نیروهای کششی بالاتر قابل توجه‌تر است. به طور مثال در نیروی محوری ۱۷,۵ نیوتن بیشینه دامنه‌ی ارتعاشات در فرکانس تخلیه‌ی بار الکتریکی ۳,۶ کیلوهرتز برابر با ۳,۱۵ میکرومتر و در نیروی محوری ۹,۵ نیوتن با فرکانس تخلیه‌ی بار مشابه ۱۳,۲ میکرومتر می‌باشد. این در حالی است که برای نیروهای محوری مشابه و فرکانس تخلیه‌ی بار الکتریکی ۶,۸ کیلوهرتز، بیشینه دامنه‌ی ارتعاشی به ترتیب ۱۰ و ۶۴ میکرومتر می‌باشد.

پارامتر بعدی که مورد بررسی قرار می‌گیرد سرعت محوری است. سیم در حال ماشین‌کاری دائماً در حال تعویض بین قرقره‌ها است و همین امر باعث به وجود آمدن یک سرعت ثابت محوری در سیم برش می‌شود. تاثیر سرعت‌های مختلف بر بیشینه دامنه‌ی ارتعاشات سیم برش در نیروهای کشش محوری متفاوت در نمودار شکل ۳ آورده شده است. در این حالت از همان اطلاعات جدول ۱ استفاده شده است. با این تفاوت که نیروی کشش محوری برابر با ۹,۵ نیوتن و اختلاف دمای ایجاد شده برابر با 70°C، و ضخامت قطعه کار ۰,۰۶ متر در نظر گرفته می‌شود.



شکل ۳ تاثیر سرعت بر بیشینه دامنه‌ی ارتعاشی سیم برش در نیروهای مختلف

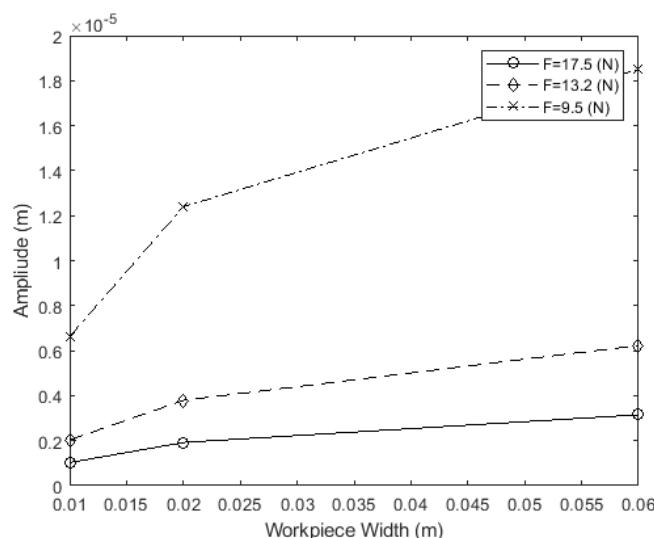
همانطور که مشاهده می‌شود اختلاف سرعت تاثیر بسزایی در بیشینه دامنه‌ی ارتعاشی سیم برش ندارد. به نظر می‌رسد عمود بودن جهت سرعت بر جهت ارتعاشات باعث شده است تاثیر سرعت سیم بر دامنه ارتعاشات آن ناچیز باشد. با این حال در نیروهای کشش محوری پایین‌تر اثر افزایش سرعت در بیشینه دامنه‌ی ارتعاشی سیم برش نمایان‌تر است. به طوری که بیشینه دامنه‌ی ارتعاشی برای نیروی کشش محوری ۱۷,۵ نیوتن در سرعت‌های ۰,۱۳۳ و ۱۰ متر بر ثانیه به ترتیب ۳,۱۴ و ۳,۱۷ میکرومتر می‌باشد. با این وجود در نیروی کشش محوری ۹,۵ نیوتن برای سرعت‌های مشابه بیشینه دامنه‌ی ارتعاشی به ترتیب ۲۰,۰۳ و ۲۰,۰۸ میکرومتر است. تاثیر اختلاف دمای ایجاد شده بر بیشینه دامنه‌ی ارتعاشی سیم برش در این بخش مورد بررسی قرار می‌گیرد. برای این کار نیروی کشش محوری، فرکانس تخلیه‌ی بار الکتریکی، سرعت محوری سیم برش ثابت و اختلاف دمای ایجاد شده متغیر در نظر گرفته می‌شود. تاثیر اختلاف دما بر بیشینه دامنه‌ی ارتعاشاتی سیم برش در نمودار شکل ۴ مشاهده می‌شود.



شکل ۴ تاثیر تغییر دما بر روی بیشینه دامنه ارتعاشی سیم برش در نیروهای کشش محوری متفاوت

با بررسی نمودار شکل ۴ می‌توان متوجه شد که تغییرات دما تاثیر مهمی بر روی بیشینه دامنه‌ی ارتعاشاتی سیم برش دارد. این تاثیر با کاهش نیروی کشش محوری بیش‌تر نمایان می‌شود. به صورتی که در نیروهای کشش محوری پایین‌تر اختلاف دما سبب افزایش بیش‌تر دامنه ارتعاشاتی سیم برش می‌شود. از آنجا که سیم به صورت یک کابل دو سر گیردار در نظر گرفته شده است، افزایش دما - که تمایل به افزایش طول سیم دارد - به صورت یک نیروی فشاری بر سیم وارد می‌آید و اثر آن در حالتی که نیروی کشش اولیه سیم کمتر باشد قابل ملاحظه‌تر خواهد بود. در این حالت در نیروی کشش محوری ۱۷,۵ نیوتن برای دماهای نزدیک به صفر و ۷۰ درجه‌ی سانتی‌گراد، بیشینه دامنه‌ی ارتعاشی سیم برش به ترتیب ۱,۹۵ و ۳,۱۵ میکرومتر است در حالی که این مقادیر برای مورد مشابه نیروی کشش محوری ۹,۵ نیوتن به ترتیب ۳,۸ و ۲۰ میکرومتر است.

می‌توان ضخامت قطعه کار را نیز در تحلیل‌ها مورد بررسی قرار داد. قطعات برای استفاده در صنایع دارای ضخامت‌های متفاوتی هستند. هم‌چنین ممکن است قطعه‌ی در حال برش در نقاط مختلف دارای ضخامت‌های متفاوتی باشد. از همین رو باید این مورد را نیز در تحلیل‌ها مورد بررسی قرار داد. برای این منظور با تغییر دادن پارامترهای Z_1 و Z_2 می‌توان ضخامت مورد نظر را برای سیستم تعریف کرد. بدین صورت که با کاهش Z_1 و افزایش Z_2 در محدوده‌ی فاصله‌ی بین هادی‌ها، ضخامت بیش‌تر می‌شود. بیشینه دامنه‌ی به وجود آمده با توجه به شرایط ذکر شده در جدول ۱ در ضخامت‌های مختلف در نمودار شکل ۵ با هم مقایسه شده‌اند.



شکل ۵ تاثیر ضخامت قطعه کار بر روی بیشینه دامنه ارتعاشی سیم برش در نیروهای کشش محوری متفاوت

با افزایش ضخامت قطعه‌ی کار نیروی حجمی حاصل از تخلیه‌ی الکتریکی بار بین سیم برش و قطعه‌ی کار افزایش پیدا می‌کند و همین افزایش نیرو سبب افزایش انرژی ارتعاشات و در نتیجه بالا رفتن بیشینه دامنه‌ی ارتعاشی می‌شود. مشاهده می‌شود که ضخامت قطعه کار در نیروهای کشش محوری پایین‌تر تاثیر بیشتری بر بیشینه دامنه‌ی ارتعاشی سیم برش دارد. این امر به این علت است که در نیروهای کشش کمتر، سفتی سیم کمتر است و لذا اثرگذاری آن از تحریکات خارجی شدیدتر است. در این حالت، به طور مثال برای نیروی کشش محوری ۱۷,۵ نیوتن و ضخامت‌های ۰,۰۱ و ۰,۰۶ متر، بیشینه دامنه‌ی ارتعاشی سیم برش به ترتیب ۱ و ۳,۱۵ میکرومتر خواهد بود. این در حالی است که در شرایط مشابه و با نیروی کشش محوری ۹,۵ نیوتن، بیشینه دامنه‌ی ارتعاشی سیم برش به ترتیب ۶,۶۳ و ۱۸ میکرومتر می‌شود. از همین رو انتخاب یک ضخامت مناسب برای استفاده در دستگاه وایرکات می‌تواند تا حد زیادی دقت برش را بالا ببرد.

۵- نتیجه گیری

در این مقاله مدل‌سازی و تحلیل ارتعاشات سیم دستگاه وایرکات مورد بررسی قرار گرفته است. سیم بصورت تیر اویلر-برنولی در نظر گرفته شده است و معادلات حاکم با استفاده از اصل همپلتون استخراج شده‌اند.

نتایج حل معادلات نشان می‌دهد با افزایش نیروی کشش محوری و کاهش اختلاف دمای ایجاد شده در سیم برش می‌توان دامنه‌ی ارتعاشات سیم برش را در هنگام ماشین‌کاری تا حد زیادی کاهش داد که در نتیجه می‌توان برشی با دقت بالاتر را داشت. همچنین، با کاهش فرکانس تخلیه‌ی بار الکتریکی، سرعت محوری سیم برش و ضخامت قطعه‌ی کار می‌توان دامنه‌ی ارتعاشات سیم برش را در هنگام ماشین‌کاری کاهش داد. اما باید توجه داشت تغییر بیش از حد هر کدام از این متغیرها امکان پذیر نمی‌باشد. به عنوان مثال با افزایش بیش از حد نیروی کشش محوری ممکن است که سیم برش پاره شود و یا کاهش بیش از حد فرکانس تخلیه‌ی الکتریکی بار باعث کاهش سرعت برش و همچنین افزایش اندازه‌ی براده‌های برداشته شده می‌شود. اثر اختلاف دمای ایجاد شده بر دامنه‌ی ارتعاشات برای اولین بار در این تحقیق مورد بررسی قرار گرفته است. نتایج نشان می‌دهد که افزایش دما به مقدار ۷۰ درجه‌ی سانتی‌گراد برای نیروی کشش محوری ۱۷,۵ نیوتن باعث افزایش ۶۰ درصدی دامنه‌ی ارتعاشات سیم می‌شود؛ این در حالی است که برای نیروی کشش محوری ۹,۵ نیوتن با افزایش دمای ذکر شده دامنه‌ی ارتعاشات سیم برش افزایش چهار برابری را تجربه خواهد کرد.

References

- [1] Mohri N, Fukuzawa Y, Tani T, Sata T. Some considerations to machining characteristics of insulating ceramics-towards practical use in industry. *CIRP Annals*. 2002 Jan 1;51(1):161-4. doi: 10.1016/S00078506(07)61490-5
- [2] Mohri N, Yamada H, Furutani K, Narikiyo T, Magara T. System identification of wire electrical discharge machining. *CIRP Annals*. 1998 Jan 1;47(1):173-6. doi: 10.1016/S0007-8506(07)62811-X
- [3] Andhare AB, Jithin EV. Analysis of wire vibration in wire electric discharge machining process. *Journal of Vibration Engineering & Technologies*. 2015 Oct 1;3(10):627-35.
- [4] Yamada H, Mohri N, Furutani K, Saito N, Magara T. Modal analysis of wire electrode vibration in wire-EDM. *Journal of The Japan Society of Electrical Machining Engineers*. 1997 Mar 31;31(66):1-7. doi: 10.2526/jseme.31.1
- [5] Habib S, Okada A. Study on the movement of wire electrode during fine wire electrical discharge machining process. *Journal of Materials Processing Technology*. 2016 Jan 1; 227:147-52. doi: 10.1016/j.jmatprotec.2015.08.015
- [6] Habib S. Optimization of machining parameters and wire vibration in wire electrical discharge machining process. *Mechanics of Advanced Materials and Modern Processes*. 2017 Dec; 3(1):1-9. doi: 10.1186/s40759-017-0017-1
- [7] Rao Singiresu S. *Vibration of continuous systems*. 2nd ed. New York: Wiley; 2007.
- [8] Meirovitch L. *Methods of analytical dynamics*. Courier Corporation; 2010.
- [9] De Lacalle NL, Mentxaka AL, editors. *Machine tools for high performance machining*. Springer Science & Business Media; 2008.
- [10] F. P. Beer, R. Johnston, J. Dewolf, D. Mazurek, *Mechanics of Materials*, 5th ed. New York: McGraw-Hill; 2013.
- [11] Koyano T, Takahashi T, Tsurutani S, Hosokawa A, Furumoto T, Hashimoto Y. Temperature measurement of wire electrode in wire EDM by two-color pyrometer. *Procedia CIRP*. 2018 Jan 1; 68:96-9. doi: 10.1016/j.procir.2017.12.029
- [12] Wei S, Kao I. Vibration analysis of wire and frequency response in the modern wiresaw manufacturing process. *Journal of Sound and vibration*. 2000;231(5):1383-95. doi: 10.1006/JSVL.1999.2471