



بررسی تأثیر خواص مکانیکی مواد در حل مسئله معکوس شناسایی به وسیله الگوریتم‌های بهینه‌سازی

محمدحسین مظفری^{۱*}، مهدی زارع مهرجردی^۲

۱- استادیار، گروه مهندسی مکانیک، دانشگاه فنی و حرفه‌ای، تهران، ایران

۲- دانشیار، گروه مهندسی مکانیک، دانشگاه اردکان، اردکان، ایران

* یزد، صندوق پستی ۸۹۱۶۹۷۶۶۳، mhmozaffari@tvu.ac.ir

اطلاعات مقاله

مقاله پژوهشی

دریافت: ۲۲ اسفند ۱۴۰۱

داوری اولیه: ۹ خرداد ۱۴۰۲

پذیرش: ۲۱ خرداد ۱۴۰۲

کلیدواژگان:

الگوریتم رقابت استعماری

جسم ناهمگن

روش المان‌های مرزی

روش بهینه‌سازی سیمپلکس

شناسایی مرزها

چکیده

تعیین ساختار داخلی اجسام مانند شناسایی ناخالصی‌ها، تعیین خواص مکانیکی و شناسایی مرزهای داخلی و حفره‌ها، یکی از موضوعات مهم در صنایع می‌باشد. در این مقاله، تأثیر خواص مکانیکی مواد و تأثیر محل مرز مشترک آن‌ها در حل مسئله معکوس شناسایی مرزهای داخلی یک جسم ناهمگن، متشکل از دو جسم همگن به همراه تخمین هم‌زمان مدول الاستیسیته و ضریب پواسون مواد تشکیل‌دهنده آن، مورد بررسی قرار گرفته است. حل مسئله معکوس شناسایی با استفاده از ترکیب روش عددی المان‌های مرزی به همراه روش بهینه‌سازی الگوریتم رقابت استعماری به‌عنوان روش بهینه‌سازی همگانی و روش سیمپلکس به‌عنوان روش بهینه‌سازی محلی انجام شده است. از نتایج به دست آمده می‌توان به کارایی روش بهینه‌سازی رقابت استعماری و روش سیمپلکس در تخمین خواص مکانیکی دو ماده به همراه شناسایی مرز بین آن‌ها پی برد. همچنین از نتایج به دست آمده مشاهده می‌شود که با نزدیک شدن مرز به قسمت پایینی ماده و نزدیک شدن خواص مکانیکی مواد تشکیل‌دهنده جسم، میزان خطای تخمین مرز برای مثال‌های حل شده تا ۸/۶۵٪ افزایش می‌یابد که باز نشان‌دهنده توانایی این روش برای تخمین مرز می‌باشد. همچنین در بررسی اثر خطاهای غیرقابل‌اجتناب در اندازه‌گیری جابجایی‌ها، با افزایش درصد خطا، همگرایی به مرز واقعی کمتر شده به طوری که برای خطای ۵٪ به بالا هندسه مرزهای داخلی به مرزهای غیرواقعی همگرا شده و دیگر اعتباری به محاسبات نیست.

Investigation the effect of mechanical properties of materials in solving the inverse identification problem by means of optimization algorithms

Mohammad Hossien Mozaffari^{1*}, Mehdi Zare Mehrjardi²

1- Department of Mechanical Engineering, Technical and Vocational University (TVU), Tehran, Iran

2- Department of Mechanical Engineering, Ardakan University, Ardakan, Iran

* P.O.B. 8916997663 Yazd, Iran, mhmozaffari@tvu.ac.ir

Article Information

Original Research Paper

Received: 13 March 2023

First Decision: 30 May 2023

Accepted: 11 June 2023

Keywords:

Imperialist Competitive Algorithm (ICA)

Non-homogeneous Body

Boundary Elements Method (BEM)

Simplex Optimization Method

Identification of Boundaries

Abstract

Determining the internal structure of objects such as identification of impurities, estimation of mechanical properties and identification of internal boundaries and cavities is one of the important issues in industries. Objective of the present article is to investigate the effect of the mechanical properties and the effect of the location of the interfacial boundary in solving the inverse problem of identifying the internal boundaries of a Non-homogeneous body, consisting of two homogeneous bodies, along with the estimation of the modulus of elasticity and Poisson's ratio of its components. The solution has been done using the combination of the numerical method of boundary elements method along with the optimization method of the Imperialist Competitive Algorithm (ICA) and the simplex method. The obtained results, show the effectiveness of the ICA optimization and the simplex method in estimating the mechanical properties and identifying the interfacial boundary configurations. But, as the boundary approaches the lower part of the material and the mechanical properties approach, the boundary estimation error increases to 8.65% for the solved examples, which again indicate the strength of this method to estimate the boundary. Also, in the investigation of the effect of unavoidable errors in the measurement of displacements, with the increase in the error percentage, the convergence to the real boundary is reduced, so that for error greater than 5%, the geometry of the internal boundaries converges to unrealistic boundaries and the calculations are no longer valid.

Please cite this article using:

M.H. Mozaffari, M. Zare Mehrjardi, Investigation the effect of mechanical properties of materials in solving the inverse identification problem by means of optimization algorithms, Iranian Journal of Manufacturing Engineering, Vol. 9, No. 11, pp. 1- 12, 2023 (in Persian). <https://www.doi.org/10.22034/IJME.2023.389722.1760>

برای ارجاع به این مقاله از عبارت ذیل استفاده نمایید:

۱- مقدمه

یکی از موضوعات مهم در صنعت بخصوص صنایع ریخته‌گری تعیین ساختار داخلی اجسام مانند شناسایی مرزهای داخلی بین ماده‌ها، شناسایی ناخالصی‌ها یا حفره‌های داخل ماده یا تعیین خواص مکانیکی ماده‌ها می‌باشد. یکی از راه‌های انجام این کار استفاده از آزمایش‌های غیرمخرب نظیر اشعه ایکس و سایر آزمایش‌ها، می‌باشد که بسیار پرهزینه هستند؛ بنابراین اگر با انجام یک آزمایش کشش ساده بر روی قطعات، بتوان محل تماس یا مرز مشترک یا خواص مواد را به دست آورد، هم از تخریب ماده برای به دست آوردن موارد مجهول جلوگیری شده و هم هزینه کمتری در بر خواهد داشت. البته روش‌های غیرمخرب دیگری هم مثل استفاده از لیزر وجود دارد که هزینه‌بر بوده که به‌عنوان مثال می‌توان به مرجع [۱] اشاره کرد. در این مقاله برش‌نگاری دیجیتال مبتنی بر تداخل سنجی لیزری مورد بررسی قرار گرفته است که در تشخیص و اندازه‌گیری عیوب داخل اجسام به‌صورت غیرمخرب کاربرد دارد، ولی روش استفاده شده در مقاله حاضر دارای هزینه بسیار کمتری نسبت به استفاده از لیزر می‌باشد. در صنعت هنگامی که دو یا چند ماده مذاب با هم در یک قالب روی هم ریخته می‌شوند با توجه به نوع ماده‌ها امکان ترکیب و نفوذ ماده‌ها در هم وجود دارد که این امر باعث به وجود آمدن یک ماده جدید ایزوتروپیک یا غیرایزوتروپیک می‌شود. برای مثال مطابق شکل ۱ هنگامی که ماده (۱) در حالت مذاب به ماده (۲) اضافه می‌شود با توجه به نوع ماده‌ها، ماده به وجود آمده (ماده (۲)) می‌تواند ایزوتروپیک یا غیرایزوتروپیک باشد و کل جسم در مجموع ناهمگن خواهد بود.

نقاطی از سطح جسم که بردارهای تراکشن به‌عنوان شرط مرزی معلوم می‌باشند و تراکشن‌ها را در نقاطی از سطح که جابجایی‌ها به‌عنوان شرط مرزی معلوم هستند، به همراه جابجایی‌ها و تراکشن‌ها بر روی مرزهای مشترک بین ماده‌ها با استفاده از روش المان‌های مرزی محاسبه می‌شوند. در مسئله معکوس، خواص مکانیکی مواد تشکیل دهنده جسم ناهمگن به همراه هندسه مرزهای داخلی، مجهول می‌باشد اما جابجایی‌ها بر روی سطح خارجی جسم قابل اندازه‌گیری هستند.

از کارهای انجام شده در زمینه مسائل شناسایی می‌توان به موارد زیر اشاره کرد. در [۲] محل، اندازه و خواص مکانیکی و حرارتی یک ناخالصی به شکل دایره در داخل یک جسم جامد با استفاده از روش المان‌های مرزی و روش بهینه‌یابی محلی تخمین پارامترها شناسایی گردیده است. در این تحقیق مسئله انتقال حرارت و الاستیسیته معکوس و اندازه‌گیری‌های سطحی دما و جابجایی جهت دست‌یابی به پارامترهای مجهول مورد مطالعه قرار گرفته است. در [۳] شناسایی هندسه مرز نامنظم مشترک بین دو جسم جامد ایزوتروپیک در حالت دوبعدی با استفاده از انتقال حرارت انجام شده است. این کار با استفاده از تلفیق روش‌های المان مرزی و روش گرادیان مزدوج انجام گرفته است. در [۴] شناسایی شکل هندسی و خواص مکانیکی یک ناخالصی در داخل یک ماده انجام شده است. الگوریتم حل بر پایه مینیمم کردن تابع مجموع مربعات خطا بین جابجایی‌های اندازه‌گیری شده و جابجایی‌های به دست آمده از روش المان مرزی می‌باشد. در [۵] شناسایی هندسه دو مرز نامنظم مشترک بین سه جسم جامد ایزوتروپیک در حالت دوبعدی با استفاده از انتقال حرارت انجام شده است. این کار با استفاده از تلفیق روش‌های المان مرزی و روش گرادیان مزدوج انجام گرفته است. در این تحقیق تابع هدف به‌صورت مجموع مربعات تفاضل دماهای اندازه‌گیری شده و دماهای محاسبه شده با استفاده از حل مستقیم مسئله در نظر گرفته شده است. در [۶] امکان شناسایی هندسه مرز نامنظم مشترک بین دو جسم جامد ایزوتروپیک در حالت دوبعدی منحصراً بر اساس اندازه‌گیری سطحی با استفاده از تلفیق روش‌های المان مرزی، روش بهینه‌سازی ازدحام ذرات و روش گرادیان مزدوج مورد بررسی قرار گرفته است. در [۷] تخمین ضریب الاستیسیته و نسبت پواسون مربوط به ناخالصی‌های داخل مواد و همچنین هندسه ناخالصی با روش معکوس مورد بررسی قرار گرفته است. در این تحقیق به‌طور هم‌زمان خواص مکانیکی و سپس هندسه ناخالصی بیضی و گلابی شکل، محاسبه می‌شود. مسئله معکوس با استفاده

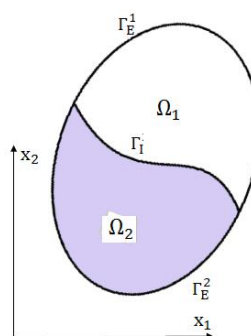


Fig. 1 Non-homogeneous body composed of three homogeneous materials with an irregular boundary

شکل ۱ جسم ناهمگن مرکب از دو ماده همگن با مرز نامنظم

در مسئله مستقیم معادله حاکم، هندسه، خواص مواد و شرایط مرزی داده شده‌اند که بر اساس آن جابجایی‌ها را در

۲- نظریه اساسی روش المان مرزی در الاستیسیته

طبق شکل ۲ معادلات تعادل برای یک جسم الاستیک دوبعدی با ضخامت یکنواخت که تحت بارگذاری قرار دارد به صورت معادله ۱ است:

$$\begin{aligned} \frac{\partial \sigma_{11}}{\partial x_1} + \frac{\partial \sigma_{12}}{\partial x_2} &= 0 \\ \frac{\partial \sigma_{12}}{\partial x_1} + \frac{\partial \sigma_{22}}{\partial x_2} &= 0 \end{aligned} \quad (1)$$

در رابطه ۱، σ_{11} ، σ_{12} ، σ_{22} مؤلفه‌های تنش صفحه‌ای هستند. در این معادلات فرض شده است که نیروهای حجمی وجود ندارد. شرایط مرزی برای معادلات بالا عبارت‌اند از:

$$u_i = f_i(s) \quad \text{on } \Gamma_a \quad (2)$$

$$t_i = \sigma_{ij} n_j h = g_i(s) \quad \text{on } \Gamma_b \quad (3)$$

u_i مؤلفه‌های جابجایی در امتداد i ، t_i مؤلفه‌های تراکشن در امتداد i ، n_1 و n_2 مؤلفه‌های بردار یکه عمود بر مرز Γ ، s مختصه‌ای در جهت مرز Γ و $f_i(s)$ و $g_i(s)$ توابعی معلوم هستند. با استفاده از قانون هوک می‌توان معادله ۱ را بر حسب مؤلفه‌های جابجایی نوشت:

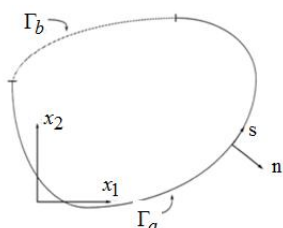


Fig. 2 Two-dimensional elastic object

شکل ۲ جسم الاستیک دوبعدی

$$\begin{aligned} \sigma_{11} &= C_{11} \frac{\partial u_1}{\partial x_1} + C_{12} \frac{\partial u_2}{\partial x_2} \\ \sigma_{22} &= C_{12} \frac{\partial u_1}{\partial x_1} + C_{22} \frac{\partial u_2}{\partial x_2} \\ \sigma_{12} &= C_{33} \frac{\partial u_1}{\partial x_2} + C_{33} \frac{\partial u_2}{\partial x_1} \end{aligned} \quad (4)$$

که C_{11} ، C_{12} ، C_{22} ، C_{33} ضرایب مربوط به جنس ماده هستند. با قرار دادن معادله ۴ در معادله ۱ و جایگزینی C_{ij} با $C_{ij}h$ می‌توان معادلات تعادل را بر حسب مؤلفه‌های جابجایی به دست آورد:

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial x_1} (C_{11} \frac{\partial u_1}{\partial x_1} + C_{12} \frac{\partial u_2}{\partial x_2}) + \frac{\partial}{\partial x_2} (C_{33} \frac{\partial u_2}{\partial x_1} + C_{33} \frac{\partial u_1}{\partial x_2}) &= 0 \\ \frac{\partial}{\partial x_1} (C_{33} \frac{\partial u_1}{\partial x_2} + C_{33} \frac{\partial u_2}{\partial x_1}) + \frac{\partial}{\partial x_2} (C_{12} \frac{\partial u_1}{\partial x_1} + C_{22} \frac{\partial u_2}{\partial x_2}) &= 0 \end{aligned} \quad (5)$$

همچنین با جایگذاری معادله ۴ در معادله ۳ بردارهای تراکشن بر حسب مؤلفه‌های جابجایی به دست می‌آیند:

$$\begin{aligned} t_1 &= (C_{11} \frac{\partial u_1}{\partial x_1} + C_{12} \frac{\partial u_2}{\partial x_2})n_1 + (C_{33} \frac{\partial u_1}{\partial x_2} + C_{33} \frac{\partial u_2}{\partial x_1})n_2 \\ t_2 &= (C_{33} \frac{\partial u_1}{\partial x_2} + C_{33} \frac{\partial u_2}{\partial x_1})n_1 + (C_{12} \frac{\partial u_1}{\partial x_1} + C_{22} \frac{\partial u_2}{\partial x_2})n_2 \end{aligned} \quad (6)$$

از روش الگوریتم ژنتیک و گرادیان مزدوج و تطبیق تدریجی آن‌ها بر یکدیگر صورت گرفته است. در [۸] ضریب انتقال حرارت و موقعیت ناخالصی درون یک جسم الاستیک دوبعدی با استفاده از معادلات انتقال حرارت گذرا و با استفاده از روش بهینه‌سازی ازدحام ذرات به‌طور هم‌زمان تخمین زده شده است. همچنین تابع هدف به‌صورت مجموع مربعات تفاضل دماهای اندازه‌گیری شده و دماهای محاسبه شده از حل مستقیم مسئله با روش المان‌های مرزی در نظر گرفته شده است. در این تحقیق تأثیر موقعیت ناخالصی، اندازه و جنس ناخالصی روی دقت جواب به دست آمده بررسی شده است. در [۹] که در ادامه کار [۲] می‌باشد به تخمین هم‌زمان هندسه، موقعیت و مشخصات فیزیکی ناخالصی دایره‌ای شکل با استفاده از روش تخمین پارامترها پرداخته شده است. در این تحقیق تأثیر جنس ناخالصی، موقعیت آن و تأثیر تعداد نقاط اندازه‌گیری سطحی روی دقت جواب به دست آمده بررسی شده است. در [۱۰] موقعیت و اندازه حفره داخل یک جسم الاستیک دوبعدی تخمین زده می‌شود. در این تحقیق ابتدا با استفاده از روش الگوریتم ژنتیک شکل حفره به‌صورت دایره‌ای شکل تخمین زده شده و سپس با روش گرادیان مزدوج هندسه و موقعیت حفره شناسایی می‌شود. در این تحقیق تابع هدف به‌صورت مجموع مربعات تفاضل بین جابجایی اندازه‌گیری شده و جابجایی محاسبه شده با استفاده از روش المان مرزی می‌باشد. در [۱۱]-

[۱۶] سایر می‌توان به مسائلی در زمینه بهینه‌سازی در حیطه شناسایی خواص مکانیکی، مرزها، حفره‌ها و ... اشاره کرد. در این مقاله با استفاده از نتایج به دست آمده از آزمون تست کشش به همراه تلفیقی از روش بهینه‌سازی جهانی رقابت استعماری (ICA) و روش بهینه‌سازی محلی^۱ سیمپلکس، مسئله معکوس شناسایی مرزهای نامنظم داخلی یک جسم ناهمگن، متشکل از دو جسم همگن و ایزوتروپ به همراه تخمین هم‌زمان مدول الاستیسیته و ضریب پواسون مواد تشکیل دهنده آن جسم، انجام می‌شود. همچنین تأثیر محل مرز، نوع و سختی مواد تشکیل دهنده جسم ناهمگن در همگرایی و میزان خطای ایجاد شده مورد بررسی قرار می‌گیرد. از دیگر کارهای انجام شده در این مقاله می‌توان به بررسی اثر خطاهای غیرقابل اجتناب در اندازه‌گیری جابجایی‌ها در روند همگرایی اشاره کرد. همان‌طور که گفته شد برای حل مستقیم مسئله از روش المان‌های مرزی استفاده می‌شود که در ادامه توضیح مختصری داده خواهد شد.

¹ Global Optimization Method

² Local Optimization Methods

تراکشن در هر گره مرزی، مقادیر تراکشن در امتدادهای x_1, x_2 قبل از گره و مقادیر تراکشن در امتدادهای x_1, x_2 بعد از گره است.

با توجه به مطالب گفته شده در قسمت قبل، حال اگر دامنه مسئله غیریکنواخت باشد به طوری که مطابق شکل ۳ جسم از دو ماده مختلف ایزوتروپیک تشکیل شده باشد، در این صورت دامنه Ω به دو زیر دامنه Ω_1, Ω_2 تقسیم می‌شود که هر یک دارای نسبت پواسون و مدول الاستیسیته خاص خود هستند و با یک مرز مشترک $\Gamma_1^1(\Gamma_1^2)$ از هم جدا شده‌اند.

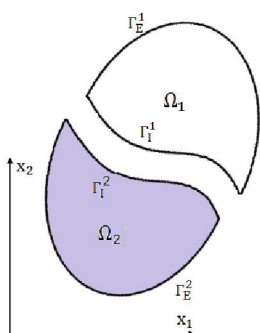


Fig. 3 Non-homogeneous elastic body with two domains

شکل ۳ جسم الاستیک ناهمگن با دو زیر ناحیه در تماس

اگر معادلات ۱۲ برای هر زیر دامنه Ω_1, Ω_2 به صورت جداگانه اعمال شود می‌توان نوشت:

$$[H_E^1 \quad H_I^1] \begin{Bmatrix} u_E^1 \\ u_I^1 \end{Bmatrix} = [G_E^1 \quad G_I^1] \begin{Bmatrix} t_E^1 \\ t_I^1 \end{Bmatrix} \quad (13)$$

$$[H_E^2 \quad H_I^2] \begin{Bmatrix} u_E^2 \\ u_I^2 \end{Bmatrix} = [G_E^2 \quad G_I^2] \begin{Bmatrix} t_E^2 \\ t_I^2 \end{Bmatrix} \quad (14)$$

t_E^1, u_E^1 : مقادیر جابجایی‌ها و تراکشن‌ها در گره‌های مرز خارجی Γ_E^1

t_I^1, u_I^1 : مقادیر جابجایی‌ها و تراکشن‌ها در گره‌های مرز مشترک Γ_I^1

t_E^2, u_E^2 : مقادیر جابجایی‌ها و تراکشن‌ها در گره‌های مرز خارجی Γ_E^2

t_I^2, u_I^2 : مقادیر جابجایی‌ها و تراکشن‌ها در گره‌های مرز مشترک Γ_I^2 در امتدادهای x_1, x_2

برای مؤلفه‌های تراکشن هر گره i بر روی مرزهای هموار و مشترک میانی می‌توان نوشت:

$$t_I^1 = -t_I^2 \Rightarrow \begin{cases} t_{x_1}^{(2i-1)}|_{\Gamma_1^1} = t_{x_1}^{(2i)}|_{\Gamma_1^1} = \\ -t_{x_1}^{(2i-1)}|_{\Gamma_1^2} = -t_{x_1}^{(2i)}|_{\Gamma_1^2} \\ t_{x_2}^{(2i-1)}|_{\Gamma_1^1} = t_{x_2}^{(2i)}|_{\Gamma_1^1} = \\ -t_{x_2}^{(2i-1)}|_{\Gamma_1^2} = -t_{x_2}^{(2i)}|_{\Gamma_1^2} \end{cases} \quad (15)$$

با انتخاب توابع وزن به اندازه کافی مشتق‌پذیر $w_1(x_1, x_2)$ و $w_2(x_1, x_2)$ و با ضرب عبارت اول از معادله ۵ در $w_1(x_1, x_2)$ و ضرب عبارت دوم در $w_2(x_1, x_2)$ ، با دو بار انتگرال‌گیری جزء به جزء و جمع دو مقدار و تبدیل این معادلات به معادلات انتگرال مرزی با جایگذاری توابع وزن $w_1(x), w_2(x)$ عبارات $U_1(x, x^i), U_2(x, x^i)$ برای x^i ‌های در داخل دامنه Ω معادله ۷ حاصل می‌شود:

$$u_1(x^i)e_1(x^i) + u_2(x^i)e_2(x^i) = - \int_{\Gamma} T_1(x, x^i)u_1(x)ds - \int_{\Gamma} T_2(x, x^i)u_2(x)ds + \int_{\Gamma} U_1(x, x^i)t_1(x)ds + \int_{\Gamma} U_2(x, x^i)t_2(x)ds \quad (7)$$

برای سادگی معادلات $(x_1^i, x_2^i) = x^i$ به عنوان نقطه چشمه i و $x = (x_1, x_2)$ را به عنوان نقطه میدان در نظر گرفته می‌شود. مؤلفه‌های این رابطه را می‌توان بر اساس معادله ۸ نوشت:

$$\begin{aligned} U_1(x, x^i) &= U_{11}(x, x^i)e_1(x^i) + U_{12}(x, x^i)e_2(x^i) \\ U_2(x, x^i) &= U_{21}(x, x^i)e_1(x^i) + U_{22}(x, x^i)e_2(x^i) \\ T_1(x, x^i) &= T_{11}(x, x^i)e_1(x^i) + T_{12}(x, x^i)e_2(x^i) \\ T_2(x, x^i) &= T_{21}(x, x^i)e_1(x^i) + T_{22}(x, x^i)e_2(x^i) \end{aligned} \quad (8)$$

معادله ۹، معادله میدان را نشان می‌دهد:

$$u_j(x^i) = - \int_{\Gamma} T_{Kj}(x, x^i)u_K(s)ds(x) + \int_{\Gamma} U_{Kj}(x, x^i)t_K(x)ds(x) \quad (9)$$

که $k = 1, 2$ و $z = 1, 2$ می‌باشد. معادله میدان ۹ برای هر نقطه $x_1 \in \Omega$ قابل قبول است؛ بنابراین بایستی این معادله برای حالتی که x^i ها نقطه‌ای مرزی هستند نیز، برقرار باشد؛ اما در این حالت هنگامی که x به x^i نزدیک می‌شود، انتگرال‌ها نامعین می‌شوند. برای حل این مشکل انتگرال‌گیری حول نقطه x^i انجام می‌شود و در نهایت می‌توان نوشت:

$$\alpha_{kj}^i u_k^i + \int_{\Gamma} T_{Kj} u_K ds = \int_{\Gamma} U_{Kj} t_K ds \quad (10)$$

معادله ۱۰، معادله انتگرال مرزی (BIE) نامیده می‌شود. به وسیله این معادله می‌توان کلیه مقادیر مجهول را بر روی مرزها تعیین کرد. در ادامه مرز Γ به N قسمت کوچک‌تر تقسیم شده و با به کارگیری المان‌های خطی در این صورت معادلات انتگرال مرزی به فرم معادله ۱۱ در می‌آیند:

$$\alpha_{kj}^i u_k^i + \sum_{r=1}^N \sum_{p=1}^2 u_K^{(r-2+p)} \int_{-1}^1 h_p^{ir} d\xi = \sum_{r=1}^N \sum_{p=1}^2 t_K^{(2r-2+p)} \int_{-1}^1 g_p^{ir} d\xi \quad (11)$$

که $u_K^{(0)}$ با $u_K^{(N)}$ برابر است و h_p^{ir} و g_p^{ir} توابعی معلوم هستند. معادله ۱۱ به فرم ماتریسی به صورت معادله ۱۲ نوشته می‌شود:

$$[H]\{u\} = [G]\{t\} \quad (12)$$

$[H]$ یک ماتریس $2N \times 2N$ و $[G]$ یک ماتریس $2N \times 4N$ است. ماتریس ستونی $\{u\}$ شامل مقادیر جابجایی‌ها در امتداد N گره مرزی و ماتریس ستون $\{t\}$ شامل چهار مقدار

و برای مؤلفه‌های جابجایی:

$$u_I^1 = u_I^2 \Rightarrow \begin{cases} u_{x_1}^i|_{\Gamma_1^1} = u_{x_1}^i|_{\Gamma_1^2} \\ u_{x_2}^i|_{\Gamma_1^1} = u_{x_2}^i|_{\Gamma_1^2} \end{cases} \quad (16)$$

با اعمال شرایط حاکم و با توجه به اینکه مرزهای مشترک برای هر زیر دامنه به‌طور جداگانه منظور می‌شود می‌توان معادلات ۱۳ و ۱۴ را با هم تلفیق و ساده کرد.

$$\begin{bmatrix} H_E^1 & H_I^1 & 0 \\ 0 & H_I^2 & H_E^2 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} u_E^1 \\ u_I \\ u_E^2 \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} G_E^1 & G_I^1 & 0 \\ 0 & -G_I^2 & G_E^2 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} t_E^1 \\ t_I \\ t_E^2 \end{Bmatrix} \quad (17)$$

به‌طور خلاصه می‌توان نوشت:

$$[H^*] \begin{Bmatrix} u_E^1 \\ u_I \\ u_E^2 \end{Bmatrix} = [G^*] \begin{Bmatrix} t_E^1 \\ t_I \\ t_E^2 \end{Bmatrix} \quad (18)$$

ماتریس $[H^*]$ یک ماتریس دارای ابعاد $2(N_1 + N_2 + N_3) \times 2(N_1 + N_2 + N_3)$ و ماتریس $[G^*]$ یک ماتریس دارای ابعاد $2(N_1 + N_2 + N_3) \times 4(N_1 + N_2 + N_3)$ است که N_1 تعداد گره‌ها بر روی مرز خارجی زیر ناحیه Ω_1 ، N_2 تعداد گره‌ها بر روی مرز خارجی زیر ناحیه Ω_2 و N_3 تعداد گره‌های بر روی مرز مشترک است. در این معادله همه مقادیر مجهول جابجایی و تراکشن به سمت راست و همه مقادیر معلوم جابجایی و تراکشن بر روی مرزها، به سمت چپ آورده می‌شود. با انجام این کار معادله بر حسب مجهولات مرتب شده و به‌صورت معادله ۱۹ در می‌آید:

$$[A]\{x\} = [B] \quad (19)$$

ماتریس مجهولات $\{x\}$ شامل مقادیر مجهول جابجایی‌ها و تراکشن‌ها بر روی مرزهای خارجی و کلیه جابجایی‌ها و تراکشن‌ها بر روی مرز مشترک میانی است. حل دستگاه معادلات فوق با یکی از روش‌های استاندارد قابل انجام خواهد بود.

در حل مسئله معکوس، یعنی تخمین خواص مکانیکی دو ماده تشکیل دهنده جسم ناهمگن به همراه شناسایی مرز نامنظم داخلی، سعی شده است شرایط مرزی منطبق با شرایط آزمایش کشش در صنعت باشد. جسم مورد نظر به‌صورت کادر مربعی شکل به ابعاد $a \times b$ مترمربع انتخاب شده است که حداقل از لحاظ استاتیکی مقید باشد. برای شبیه‌سازی مسئله معکوس ماتریس‌های زیر تعریف می‌شوند:

$[u_c]$: بردار ستونی شامل M جابجایی اندازه‌گیری شده مرزی

$[u_c]$: بردار ستونی شامل همان M جابجایی مرزی که به‌وسیله روش المان مرزی محاسبه می‌شوند.

$[\Gamma^1]$: بردار ستونی شامل ۴ پارامتر مجهول $(= [\Gamma^1])$ که باید در مسئله معکوس تخمین زده شوند.
 $[\Gamma^2]$: بردار ستونی شامل ۱۵ پارامتر مجهول $(= [\Gamma^2])$ که باید در مسئله معکوس تخمین زده شوند.

بنابراین برای حل مسئله، مطابق شکل ۵ برای تخمین خواص مکانیکی دو ماده و هندسه مرزها، ماتریس Γ به‌صورت معادله ۲۰ می‌باشد که در مجموع شامل ۱۹ پارامتر مجهول می‌باشد:

$$[\Gamma] = [E_1, \nu_1, E_2, \nu_2, y_1, y_2, \dots, y_{15}] \quad (20)$$

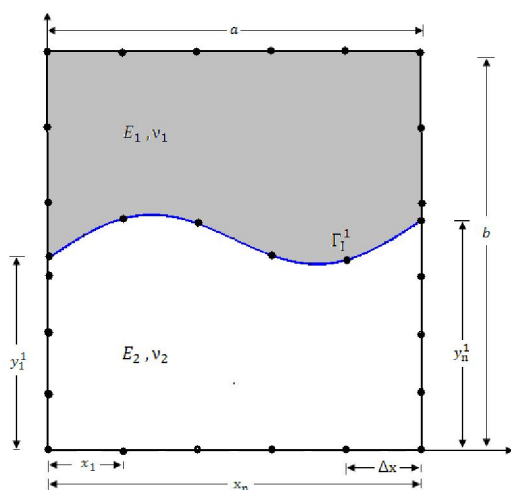


Fig. 4 Non-homogeneous elastic body with two domains

شکل ۴ جسم الاستیک ناهمگن با دو زیر ناحیه در تماس

تابع هدف را که به‌صورت مجموع مربعات تفاضل بین جابجایی اندازه‌گیری شده و جابجایی محاسبه شده با استفاده از روش المان مرزی در نظر گرفته شده است، برای این مسئله با روش رقابت استعماری به همراه روش سیمپلکس بهینه می‌شود.

$$J[\bar{\Gamma}] = \sum_{m=1}^M [u_c^m - u_e^m]^2 \quad (21)$$

در این مقاله مسئله شناسایی تنها با اندازه‌گیری‌های سطحی که می‌تواند به‌صورت مؤلفه‌های جابجایی گره‌های روی مرز خارجی، به دست آمده از آزمایش کشش باشد، انجام می‌شود. باید توجه داشت که ساده‌ترین آزمایش غیرمخرب جهت دستیابی به جابجایی‌های سطحی، آزمایش کشش می‌باشد و بدین منظور نتایج حاصل از آزمایش کشش به‌عنوان اطلاعات در دسترس در حل مسئله معکوس مبنای کار در این مقاله قرار گرفته است.

یافتن جواب مناسب، بهره گرفته می‌شود. از جمله این روش‌ها الگوریتم‌های ژنتیک (الهام گرفته از تکامل موجودات)، کلونی مورچه‌ها (بر مبنای حرکت مورچه‌ها) و حرکت جمعی ذرات (الهام گرفته از حرکت دسته‌جمعی پرندگان و ماهی‌ها) را می‌توان نام برد. الگوریتم رقابت استعماری بر اساس پدیده اجتماعی و انسانی الهام گرفته شده است. این الگوریتم توسط آتش‌پز گرگری و لوکس در سال ۲۰۰۷ میلادی ارائه شد. الگوریتم رقابت استعماری یک الگوریتم قدرتمند برای بهینه‌سازی با مدل‌سازی ریاضی پدیده سیاسی-اجتماعی ارائه می‌کند.

در الگوریتم رقابت استعماری چندین کشور به‌عنوان جمعیت اولیه در نظر گرفته می‌شوند [۱۷]. انتخاب جمعیت اولیه کشورها به‌صورت تصادفی انجام می‌گیرد. با توجه به مقدار تابع هزینه، کشورهای موجود به دو دسته استعمارگر و مستعمره تقسیم می‌شوند. در ادامه، کشورهای دارای قدرت بیش‌تر به‌عنوان استعمارگر و بقیه به‌عنوان مستعمره انتخاب می‌شوند. بعد از مشخص شدن استعمارگرها و با توجه به قدرت آن‌ها، سایر کشورها به‌صورت تصادفی به یکی از استعمارگرها منتسب می‌شوند. به مجموعه هر یک از استعمارگرها و مستعمره‌های مربوط به آن‌ها امپراطوری گفته می‌شود. روش دیگر تقسیم‌بندی مستعمره‌ها به هر یک از استعمارگرها، وابسته به هزینه نرمال شده آن‌ها می‌باشد که از معادله ۲۲ محاسبه می‌شود:

$$C_n = \max(c_i) - c_n \quad (22)$$

در این معادله هزینه استعمارگر n ام، بیش‌ترین هزینه میان استعمارگرها و هزینه نرمالیزه می‌باشد. قدرت نسبی نرمالیزه شده هر استعمارگر که در واقع نسبت بین مستعمره‌های آن امپریالیست به کل کشورهای مستعمره می‌باشد به‌صورت معادله ۲۳ محاسبه می‌شود.

$$P_n = \left| \frac{C_n}{\sum_{i=1}^{N_{imp}} C_i} \right| \quad (23)$$

هم‌چنین تعداد اولیه مستعمره‌های یک امپراطوری مطابق معادله ۲۴ محاسبه می‌گردد.

$$N.C_n = \text{round} \{P_n \cdot N_{col}\} \quad (24)$$

در این رابطه N_{col} تعداد کل کشورهای مستعمره موجود در جمعیت کشورهای اولیه می‌باشد. با توجه به $N.C_n$ برای هر امپراطوری، تعدادی از کشورهای مستعمره اولیه به‌صورت تصادفی انتخاب می‌گردد و به استعمارگر n ام داده می‌شوند.

در مرحله بعد سعی می‌شود کشورهای استعمارگر با هدف تحلیل فرهنگ و ساختار اجتماعی مستعمره‌ها، کشورهای

در این تحقیق از نتایج آزمایشگاهی استفاده نمی‌شود و برای حل مسائل معکوس از اطلاعات به دست آمده از حل مستقیم مسئله استفاده خواهد شد. در واقع با شبیه‌سازی یک مسئله، مثلاً یک مسئله کشش، از نتایج به دست آمده از حل مستقیم مسئله، به‌عنوان اطلاعات در دسترس استفاده خواهد شد. همان‌طور که گفته شد، بهینه‌سازی تابع هدف مورد نظر از روش بهینه‌سازی همگانی (روش رقابت استعماری) و روش محلی سیمپلکس انجام می‌شود که در ادامه توضیح مختصری در مورد دو روش داده می‌شود.

۳- بهینه‌سازی

امروزه همراه با پیشرفت‌های ایجاد شده در فناوری و علوم رایانه، توسعه چشمگیری در روش‌های حل مسائل «بهینه‌سازی» ایجاد شده است و دامنه کاربرد این روش‌ها بیش از پیش گسترش یافته است. می‌توان روش‌های بهینه‌سازی را به دو دسته محلی و همگانی تقسیم‌بندی کرد. الگوریتم‌های بهینه‌سازی محلی دارای برخی مزایا از قبیل سرعت همگرایی خوب و بازسازی نسبتاً مناسب می‌باشند؛ به همین دلیل در اغلب مسائل معکوس از این روش‌ها استفاده می‌شود. این الگوریتم‌ها امکان گیر افتادن در مینیمم محلی را دارند که در این صورت به جواب نادرست همگرا می‌شوند. برای این‌که این مشکل تا حدی برطرف شود، به اطلاعات اولیه در مورد نقطه شروع نیاز است. روش‌های برنامه‌ریزی ریاضی از جمله گرادیان مزدوج، روش‌های شبه نیوتن و روش سیمپلکس در زمره روش‌های بهینه‌سازی محلی قرار دارند. این روش‌ها زمانی به جواب همگانی همگرا می‌شوند که اطلاعات پیشین در مورد حدس اولیه به تعریف تابع هدف افزوده شود. به‌رحال هیچ اطمینانی وجود ندارد که بدون اطلاعات قبلی، روش بهینه‌سازی محلی به مینیمم بهینه دست پیدا کند؛ بنابراین به‌منظور غلبه بر این محدودیت، روش بهینه‌سازی همگانی به کار برده می‌شود. در روش بهینه‌سازی همگانی مانند روش رقابت استعماری، نیاز به تعیین حدس اولیه برای حرکت به سمت مینیمم نیست ولی محدوده پارامترها بایستی مشخص گردند. هرگونه اطلاعات قبلی در مورد پارامترها، محدوده آن‌ها را کوچک‌تر کرده و این منجر به همگرایی سریع‌تر الگوریتم می‌شود.

۳-۱- الگوریتم رقابت استعماری

الگوریتم‌های تکاملی گروهی مهم از الگوریتم‌های جستجو می‌باشند که در آن‌ها از قوانین تکاملی موجود در طبیعت برای

تعداد رئوس افزایش پیدا می‌کند. ابتدا برای یک مسئله دوبعدی به توضیح این روش پرداخته می‌شود و سپس تعمیم آن در حالت n بعدی ارائه می‌گردد. در حالت دوبعدی برای تعیین هر امتداد جستجو ابتدا $f(x)$ سه رأس مثلث محاسبه می‌شوند؛ سپس امتداد جستجو از مرکز مثلث عبور کرده و از رأس مربوط به بزرگ‌ترین مقدار $f(x)$ محاسبه شده، دور می‌گردد [۱۹]. شکل ۵ این فرایند را نشان می‌دهد. در این شکل W رأسی می‌باشد که در آن تابع $f(x)$ بیشترین مقدار را دارد. پس از آن مطابق شکل یک مثلث متساوی‌الاضلاع دیگر ساخته شده و رأس به دست آمده به‌عنوان نقطه جدید انتخاب و $f(x)$ در آن نقطه محاسبه می‌شود (به این فرایند انعکاس گفته می‌شود) [۱۹]. به این ترتیب یک امتداد جستجوی جدید به دست می‌آید؛ این عمل آن‌قدر ادامه می‌یابد تا مطابق شکل ۵ سیمپلکس نقطه بهینه را در میان گیرد.

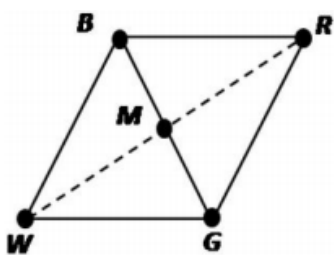


Fig. 5 Reflection step in simplex optimization method

شکل ۵ مرحله انعکاس در روش بهینه‌سازی سیمپلکس

در این هنگام ادامه روند فوق نمی‌تواند منجر به نزدیکی بیشتر به نقطه بهینه گردد؛ بنابراین اندازه سیمپلکس باید کاهش یابد. در این حالت اضلاع آخرین سیمپلکس به دو نیم تقسیم شده تا مجدداً نقطه بهینه خارج از سیمپلکس قرار گیرد و روند فوق ادامه پیدا می‌کند. در حالت n بعدی نیز دقیقاً همین فرایند طی می‌شود با این تفاوت که شکل سیمپلکس ایجاد شده، دیگر مثلث متساوی‌الاضلاع نمی‌باشد.

۴- حل مسائل نمونه

به‌منظور حل یک مسئله شناسایی مرز میانی به همراه تخمین هم‌زمان خواص مکانیکی، جسم ناهمگنی متشکل از دو جسم همگن و ایزوتروپ با هندسه دلخواه شکل ۶ در نظر گرفته می‌شود. جسم مورد نظر به‌صورت کادر مربعی شکل و به ابعاد 1×1 مترمربع انتخاب شده است که حداقل از نظر استاتیکی مقید باشد، یعنی اینکه جسم مورد نظر نتواند در جهات محور x و y حرکت یا چرخشی داشته باشد.

مستعمره در راستاهای مختلف سیاسی و اجتماعی به آن‌ها نزدیک شوند. سپس مستعمره‌ها به سمت کشور استعمارگر حرکت داده می‌شوند. لازم به ذکر است در حین اجرای الگوریتم ممکن است بعضی از مستعمره‌ها به نقاطی در تابع هزینه برسند که هزینه کم‌تری نسبت به مقدار تابع هزینه در موقعیت استعمارگر داشته باشند. در این حالت جای مستعمره و استعمارگر عوض می‌شود و الگوریتم با کشور استعمارگر در موقعیت جدید ادامه می‌یابد و این بار کشور استعمارگر جدید شروع به اعمال سیاست هم‌گون‌سازی بر مستعمره‌های خود می‌کند [۱۸].

برای محاسبه تابع هزینه، هزینه کل امپراطوری‌ها به‌صورت معادله ۲۵ محاسبه می‌شود.

$$T.C_n = C_{imp_n} + \xi \cdot SC_{co_n} \quad (25)$$

در این رابطه، C_{imp_n} هزینه امپراطوری n ام، SC_{co_n} مجموع هزینه‌های مستعمره‌های امپراطوری n ام و ثابت ξ عدد بین صفر و یک و نزدیک به صفر در نظر گرفته می‌شود. پس از محاسبه هزینه هر امپراطوری، مستعمره‌های امپراطوری‌های ضعیف حذف می‌شوند و به امپراطوری‌های قوی‌تر ملحق می‌شوند. فرایند جذب یا رقابت بین استعمارگرها تکرار می‌شود. در هر مرحله از تکرار الگوریتم، استعمارگری که قدرت کم‌تری دارد یکی از مستعمره‌های خود را از دست می‌دهد. مستعمره جدا شده از استعمارگر ضعیف‌تر، دارای کم‌ترین قدرت در بین تمام مستعمره‌های مربوط به آن استعمارگر می‌باشد. برای تصاحب مستعمره‌ها یک رقابتی میان کلیه امپراطوری‌ها ایجاد می‌شود. در مرحله بعد امپراطوری‌هایی که تمام مستعمره‌های خود را از دست داده‌اند، حذف می‌شوند و به‌صورت یک مستعمره به استعمارگر دیگری ملحق می‌شوند. این روند تا رسیدن به یک استعمارگر دارای بیش‌ترین قدرت ادامه می‌یابد. برای اتمام اجرای الگوریتم شرایطی به‌عنوان شرایط خاتمه در نظر گرفته می‌شود. از جمله این شرایط تعداد تکرار معینی از الگوریتم یا زمان اجرای مشخص را می‌توان نام برد. الگوریتم با رسیدن به شرایط خاتمه یا رسیدن به یک استعمارگر نهایی پایان می‌یابد.

۳-۲- روش سیمپلکس

در این روش که توسط اسپندلی ابداع گردیده است، از یک شکل هندسی با قاعده برای انتخاب نقاط رئوس سیمپلکس جهت محاسبه تابع هدف استفاده می‌گردد. به‌طور مثال در حالتی که مسئله دوبعدی در نظر گرفته شود یک مثلث متساوی‌الاضلاع، شکل هندسی مزبور را تشکیل می‌دهد. با افزایش تعداد متغیرها

مطابق شکل ۸ فاصله بین گره‌ها روی مرز داخلی در راستای محور x مساوی و مشخص می‌باشد بنابراین چنانچه مقادیر $[Y^2] = [y_1, y_2, y_3, \dots, y_{15}]$ محاسبه شود، مختصات گره‌ها محاسبه شده و با وصل کردن گره‌ها به هم، مرز میانی به دست می‌آید. در حل مسئله معکوس با استفاده از الگوریتم رقابت استعماری و روش سیمپلکس و مؤلفه‌های جابجایی روی مرز خارجی خواص مکانیکی دو ماده و مرز میانی با دقت بالایی تخمین زده می‌شود. برای حل مسئله معکوس بر اساس چندین مسئله حل شده، حداقل تعداد اندازه‌گیری‌های لازم روی مرزهای خارجی به منظور رسیدن به کمترین مقدار تابع هدف و بهترین جواب ۲۵ اندازه‌گیری می‌باشد؛ بنابراین مقدار جابجایی‌ها در امتداد x و y در ۲۵ گره از گره‌های جانبی کادر اندازه‌گیری شده و به‌عنوان اطلاعات در دسترس مورد استفاده قرار می‌گیرند. در حل مسئله معکوس ابتدا با استفاده از روش بهینه‌سازی رقابت استعماری خواص مکانیکی دو ماده $[E_1, \nu_1, E_2, \nu_2]$ و مرز مجهول میانی با محاسبه $[y_1, y_{15}]$ به‌صورت یک خط مستقیم تخمین زده می‌شود؛ بنابراین با استفاده از روش رقابت استعماری تعداد شش مجهول $([E_1, \nu_1, E_2, \nu_2, y_1, y_{15}])$ به‌صورت تقریبی به دست می‌آید؛ سپس از جواب به دست آمده از الگوریتم رقابت استعماری به‌عنوان حدس اولیه برای روش سیمپلکس استفاده می‌شود تا خواص مکانیکی و مرز با دقت بالاتر تخمین زده شود. فقط برای خروجی‌های برنامه که مختصات y گره‌های روی مرز داخلی و نسبت پواسون دو جسم می‌باشد در کد نوشته شده، محدودیت $0 < \nu < 1$ و $0 < y < 1$ در نظر گرفته می‌شود. این الگوریتم پس از ۱۵۰۰ دوره تکرار متوقف می‌شود. برای این مسئله الگوریتم رقابت استعماری با جمعیت اولیه ۵۰۰ و تعداد امپراطوری ۴۰ برای تعیین پارامترهای مجهول استفاده می‌شود. شکل ۸ جواب به دست آمده از روش رقابت استعماری برای هندسه داخلی مرزها را نشان می‌دهد. همچنین جواب تخمینی به دست آمده از این روش برای خواص مکانیکی در جدول ۱ آورده شده است. همان‌طور که قبلاً گفته شد از جواب به دست آمده از الگوریتم رقابت استعماری به‌عنوان حدس اولیه برای روش سیمپلکس استفاده می‌شود. شکل ۹ نیز جواب به دست آمده از روش سیمپلکس را برای هندسه داخلی مرزها را نشان می‌دهد.

برای حل مستقیم مسئله تعداد گره‌های روی مرز داخلی ۱۵ گره و روی مرزهای خارجی ۳۱ گره در نظر گرفته می‌شود که در مجموع ۴۶ گره وجود خواهد داشت (شکل ۷).

ابتدا با حل مستقیم مسئله، مؤلفه‌های جابجایی مجهول روی گره‌های مرز خارجی جسم به دست می‌آید. از این مؤلفه‌های جابجایی به‌عنوان اطلاعات در دسترس به‌عنوان داده‌های ورودی کد نوشته شده در نرم‌افزار Matlab مورد استفاده قرار می‌گیرد. خروجی برنامه نیز، تخمین خواص مکانیکی ماده‌ها (مدول الاستیسیته و ضریب پواسون) و شناسایی مرز بین دو ماده می‌باشد.

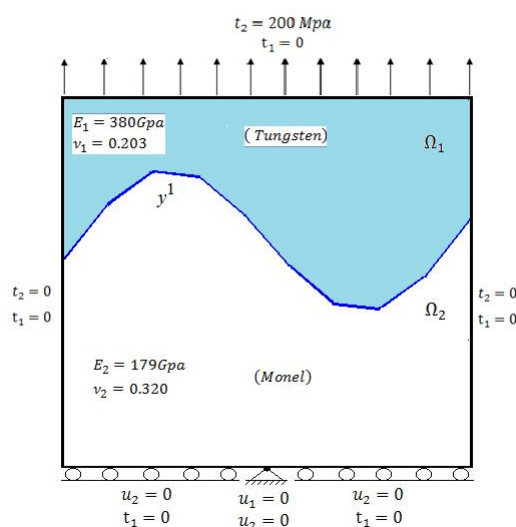


Fig. 6 Non-homogeneous body consists of two homogeneous and isotropic bodies

شکل ۶ جسم ناهمگن متشکل از دو جسم همگن و ایزوتروپ

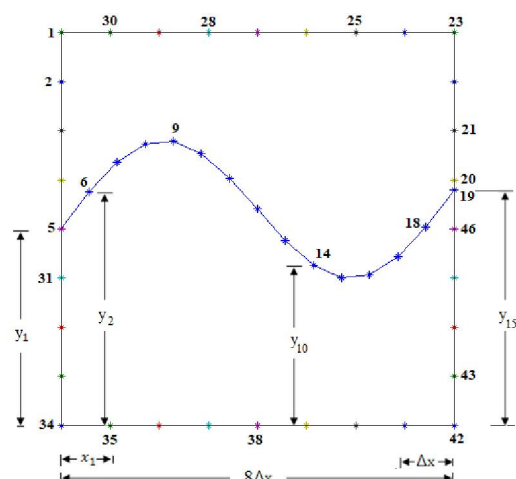


Fig. 7 Elements and numbering of nodes

شکل ۷ المان‌بندی و شماره‌گذاری گره‌ها

$$\text{Error} = \frac{\sum_{i=1}^{15} \left| \frac{y_i^{\text{exact}} - y_i^{\text{estimated}}}{y_i^{\text{exact}}} \right|}{15} \quad (26)$$

میزان خطای مرز به دست آمده برای این مثال برابر ۴٪ است که نشان‌دهنده توانایی این روش برای تخمین مرز می‌باشد.

جدول ۲ پاسخ به دست آمده از روش سیمپلکس

Table 2 The answer obtained by the Imperialist Competitive Algorithm

مقدار تخمین زده شده	مقدار واقعی	
379.22MPa	380MPa	E ₁
0.208	0.203	v ₁
179.84MPa	179MPa	E ₂
0.329	.320	v ₂

۴-۱- بررسی تأثیر محل مرز و نوع و سختی مواد تشکیل دهنده جسم ناهمگن در همگرایی

در یک مثال دیگر مرز بین دو ماده نزدیک‌تر به قسمت پایینی جسم در نظر گرفته شده است. مرز واقعی و مرز تخمین زده شده به صورت خط مستقیم با روش بهینه‌سازی رقابت استعماری و مرز تخمین زده شده با روش بهینه‌سازی سیمپلکس، با استفاده از پاسخ به دست آمده از روش رقابت استعماری، به ترتیب در شکل‌های ۱۰ و ۱۱ نشان داده شده است. در این حالت مشاهده می‌شود که با نزدیک شدن مرز به قسمت پایینی ماده میزان خطای تخمین مرز افزایش می‌یابد. خطای تخمین مرز به دست آمده برای این مثال برابر ۸/۶۵٪ است که باز نشان‌دهنده توانایی این روش برای تخمین مرز می‌باشد.

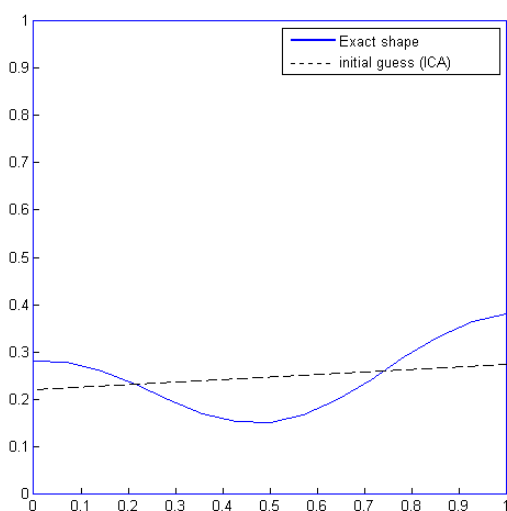


Fig. 10 The actual and the estimated boundaries as a straight line by the Imperialist Competitive Algorithm

شکل ۱۰ مرز واقعی و مرز تخمین زده شده به صورت خط مستقیم با روش بهینه‌سازی رقابت استعماری

جدول ۱ پاسخ به دست آمده از روش رقابت استعماری

Table 1 The answer obtained by the Imperialist Competitive Algorithm

مقدار تخمین زده شده	مقدار واقعی	
320MPa	380MPa	E ₁
0.285	0.203	v ₁
151MPa	179MPa	E ₂
0.275	.320	v ₂
0.5	0.603	y ₁
0.6	0.488	y ₁₅

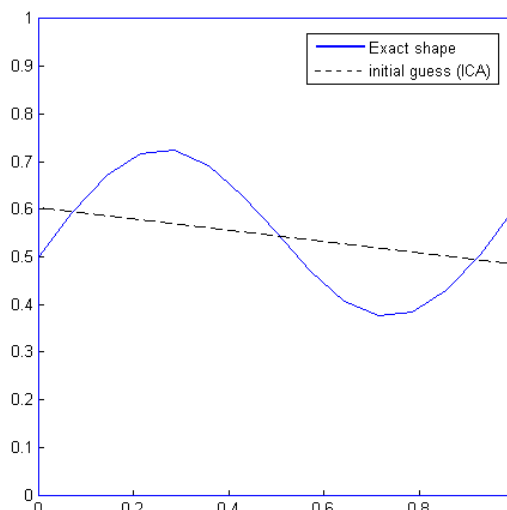


Fig. 8 The actual and the estimated boundaries as a straight line by the Imperialist Competitive Algorithm

شکل ۸ مرز واقعی و مرز تخمین زده شده به صورت خط مستقیم با روش بهینه‌سازی رقابت استعماری

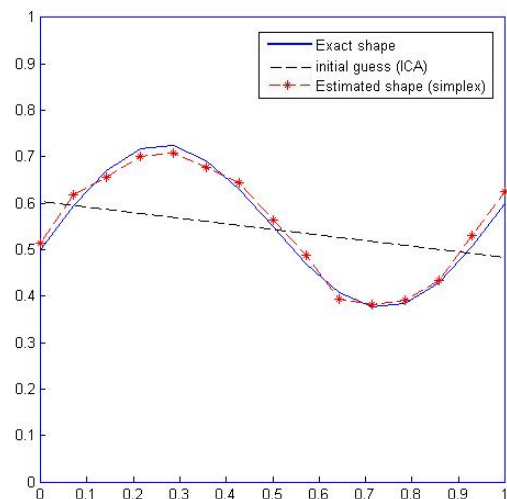


Fig. 9 The actual and the estimated boundaries by the Imperialist Competitive Algorithm

شکل ۹ مرز واقعی و مرز تخمین زده شده با روش سیمپلکس

جواب‌های به دست آمده از روش سیمپلکس در جدول ۲ آورده شده است. برای محاسبه میزان خطای مربوط به تخمین مرز داخلی از معادله ۲۶ استفاده می‌شود.

جدول ۵ تأثیر خواص مکانیکی مواد تشکیل دهنده جسم ناهمگن در شناسایی مرزها همراه با تخمین خواص مکانیکی

Table 5 The effect of mechanical properties of Non-homogeneous body on the identification of boundaries along with the estimation of mechanical properties

درصد خطا	نسبت پواسون	مدول یانگ (MPa)	مواد	
۵/۰۲۳۳۶	۰/۲۰۳	۳۸۰	Ω_1	۱ تنگستن
	۰/۳۲۰	۱۷۹	Ω_2	مونل
۹/۸۴۵۶۳	۰/۳۲۰	۱۷۹	Ω_1	۲ مونل
	۰/۳۲۲	۱۲۷	Ω_2	نیکل
۱۳/۴۳۳۳	۰/۲۱۱	۱۰۰	Ω_1	۳ چدن خاکستری
	۰/۳۲۴	۱۰۶	Ω_2	برنج زرد

مشاهده شد که با کاهش اختلاف سختی مواد تشکیل دهنده جسم ناهمگن، قدرت الگوریتم در تخمین درست مرزها کاهش می‌یابد اما نتایج به دست آمده حاکی از قدرت و توانایی روش ارائه شده و تخمین نسبتاً خوب مرزهای مشترک بین دو جسم می‌باشد.

۵- اثر خطاهای غیرقابل اجتناب در اندازه‌گیری

جابجایی‌ها در روند همگرایی

در این بخش تأثیر خطاهای غیرقابل اجتناب در اندازه‌گیری جابجایی‌ها روی مرز خارجی جسم بر شناسایی مرزها و همگرایی روش ارائه شده مورد بررسی قرار می‌گیرد. معمولاً اندازه‌گیری‌های جابجایی‌ها بر روی مرزها و سطوح جانبی جسم، در آزمایش کشش با خطا همراه خواهد بود؛ بنابراین برای نزدیک‌تر شدن مسئله به حالت واقعی بایستی درصدی خطا به مقادیر اصلی محاسبه شده از حل مستقیم مسئله اضافه کرد. این خطا به صورت معادله ۲۷ اعمال می‌شود که η درصد خطای اعمالی می‌باشد.

$$[u_e^n]_{\text{error}} = [u_e^n]_{\text{exact}}(1 \pm \eta) \quad (27)$$

بررسی‌ها با اعمال خطاهای ۰.۳٪، ۰.۵٪ و ۷٪ برای جسم ناهمگن دو حالت شناسایی مرزها و شناسایی مرزها همراه با تخمین خواص مکانیکی ماده میانی انجام شده است.

مطابق نتایج به دست آمده که در شکل‌های ۱۲ و ۱۳ نشان داده شده است، می‌توان گفت که با افزایش درصد خطا، همگرایی به مرز واقعی کمتر شده به طوری که برای خطای ۰.۷٪، خطای مرز شناسایی شده به بیش از ۰.۲۴٪ رسیده و هندسه مرز داخلی به مرز غیرواقعی همگرا شده و دیگر اعتباری به محاسبات نیست ولی برای خطاهای ۰.۵٪ تا ۰.۳٪ جواب تقریباً قابل قبولی به دست آمده است.

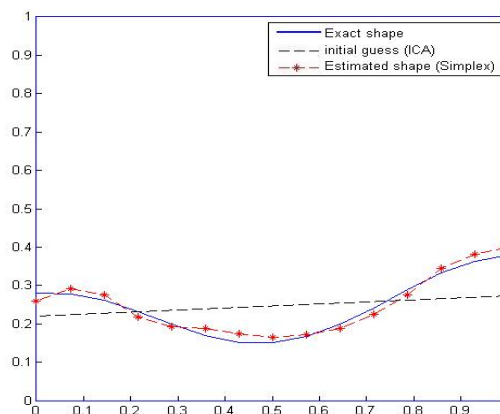


Fig. 11 The actual and the estimated boundaries by the Imperialist Competitive Algorithm

شکل ۱۱ مرز واقعی و مرز تخمین زده شده با روش سیمپلکس

جواب‌های به دست آمده از روش سیمپلکس در جدول ۳

آورده شده است.

جدول ۳ پاسخ به دست آمده از روش سیمپلکس

Table 3 The answer obtained by the Imperialist Competitive Algorithm

مقدار تخمین زده شده	مقدار واقعی	
381.95MPa	380MPa	E_1
0.212	0.203	ν_1
180.58MPa	179MPa	E_2
0.309	.320	ν_2

در ادامه تأثیر سختی مواد تشکیل دهنده جسم ناهمگن در شناسایی مرزهای داخلی مورد بررسی قرار می‌گیرد. واضح است که اختلاف سختی زیاد بین دو جسم تأثیر بیشتری در حساسیت جابجایی‌های مرزی نسبت به مرزهای مشترک و به دنبال آن شناسایی پارامترهای مجهول دارد.

برای بررسی اثر سختی مواد تشکیل دهنده جسم ناهمگن در روند همگرایی، چند مسئله برای جسم ناهمگن تشکیل شده از مواد مختلف حل شده است که خطای حاصل از نتایج به دست آمده در جدول ۴ برای مسئله معکوس شناسایی مرزها و در جدول ۵ برای مسئله معکوس شناسایی مرزها به همراه تخمین خواص مکانیکی ماده میانی آورده شده است.

جدول ۴ تأثیر خواص مکانیکی مواد تشکیل دهنده جسم ناهمگن در شناسایی مرزهای داخلی

Table 4 The effect of mechanical properties of Non-homogeneous body on identification of internal boundaries

درصد خطا	نسبت پواسون	مدول یانگ (MPa)	مواد	
۲/۵۵۳۲۱	۰/۲۰۳	۳۸۰	Ω_1	۱ تنگستن
	۰/۳۲۰	۱۷۹	Ω_2	مونل
۵/۹۶۲۳۴	۰/۳۲۰	۱۷۹	Ω_1	۲ مونل
	۰/۳۲۲	۱۲۷	Ω_2	نیکل
۹/۵۸۹۶۶	۰/۲۱۱	۱۰۰	Ω_1	۳ چدن خاکستری
	۰/۳۲۴	۱۰۶	Ω_2	برنج زرد

همچنین از نتایج به دست آمده مشاهده شد که با نزدیک شدن مرز به قسمت پایینی ماده و نزدیک شدن خواص مکانیکی مواد تشکیل دهنده جسم، میزان خطای تخمین مرز افزایش یافته که برای مثال‌های حل شده این میزان خطا تا $8/65\%$ افزایش می‌یابد که باز نشان‌دهنده توانایی این روش برای تخمین مرز می‌باشد. همچنین در بررسی اثر خطاهای غیرقابل اجتناب در اندازه‌گیری جابجایی‌ها برای خطاهای 3% ، 5% و 7% ، با افزایش درصد خطا، همگرایی به مرز واقعی کمتر شده به طوری که برای خطای 5% به بالا هندسه مرزهای داخلی به مرزهای غیرواقعی همگرا شده و دیگر اعتباری به محاسبات نیست.

۷- مراجع

- [1] S. Sabbaghi Farshi, D. Akbari, N. Saberi Nasrabad, Non-destructive measurement of internal defects using shear laser interferometry method, *Iranian Journal of Manufacturing Engineering*, Vol. 7, No. 1, pp. 45-52, 2020. (in Persian)
- [2] M. Khodadad-Saryazdi, Application of the Characterization of the Interior of an inhomogeneous Body Using Surface Measurements, *PhD Thesis*, Department of Mechanical Engineering, Michigan State University, East Lansing, USA, 1990.
- [3] C. H. Huang, H. C. Boro, An inverse geometry problem in identifying irregular boundary configurations, *International journal of Heat Mass Transfer*, Vol. 40, No. 9, pp. 2045-2053, 1997. [https://doi.org/10.1016/S0017-9310\(96\)00280-3](https://doi.org/10.1016/S0017-9310(96)00280-3)
- [4] H. S. Lee, C. J. Park, H.W. Park, Identification of geometric shapes and material properties of inclusions in two-dimensional finite bodies by boundary parameterization, *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, Vol. 1, No.3, pp. 1-20, 2000. [https://doi.org/10.1016/S0045-7825\(99\)00165-6](https://doi.org/10.1016/S0045-7825(99)00165-6)
- [5] C. H. Huang, C. A. Shih, shape identification problem in estimating two interfacial configurations in multiple region domains, *Proceedings of the 5th International Conference on Inverse Problems in Engineering: Theory and Practice*, Cambridge, 2005.
- [6] M. Khodadad, M. Dashti Ardakani, Application of the inverse elasticity problem to identify irregular interfacial configurations, *Engineering Analysis with Boundary Elements*, Vol. 33, No.6, pp. 872-879, 2008. <https://doi.org/10.1016/j.enganabound.2008.10.012>
- [7] M. Khodadad, M. Dashti Ardakani, Inclusion Identification by Inverse Application of Boundary Element Method, Genetic Algorithm and Conjugate,

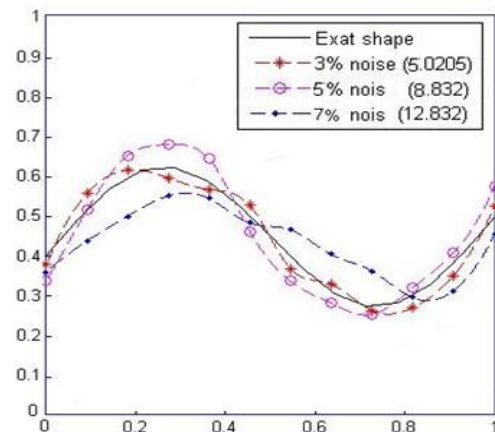


Fig. 12 identifying boundaries of Non-homogeneous objects with erroneous data

شکل ۱۲ شناسایی مرزهای جسم ناهمگن همراه با داده‌های خطا دار

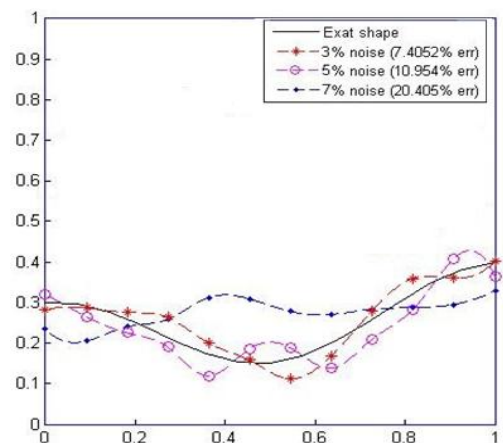


Fig. 13 identifying boundaries of Non-homogeneous objects along with estimation of mechanical properties with erroneous data

شکل ۱۳ شناسایی مرزهای جسم ناهمگن همراه با تخمین خواص مکانیکی با داده‌های خطا دار

۶- نتیجه‌گیری

در این مقاله با استفاده از مؤلفه‌های جابجایی اندازه‌گیری شده روی مرزهای خارجی یک جسم ناهمگن متشکل از دو جسم همگن و ایزوتروپ، هندسه مرز نامنظم داخلی و مدول الاستیسیته و ضریب پواسون دو ماده همگن و ایزوتروپ تشکیل دهنده جسم ناهمگن، به‌طور همزمان تخمین زده شد. این کار با استفاده از روش المان‌های مرزی و تلفیقی از روش بهینه‌سازی همگانی (الگوریتم رقابت استعماری) و روش بهینه‌سازی محلی (روش سیمپلکس) انجام شد. از پاسخ به دست آمده از رقابت استعماری به‌عنوان حدس اولیه برای روش سیمپلکس استفاده شد. از نتایج به دست آمده از مثال‌های حل شده، می‌توان به کارایی روش بهینه‌سازی رقابت استعماری به همراه روش سیمپلکس در بهینه‌کردن تابع هدف مورد نظر پی برد؛

- Analytical study for the estimation of thermal properties of processed meat based on hyperbolic heat conduction model, *Inverse Problems in Science and Engineering*, Vol. 5, No. 1, pp. 41-56, 2017.
<https://doi.org/10.1080/17415977.2015.1135330>
- [14] R. Sohail, G. Reddy, S. Dulikravich, Simultaneous determination of spatially varying thermal conductivity and specific heat using boundary temperature measurements, *Inverse Problems in Science and Engineering*, Vol. 27, No. 11, pp. 625-640, 2019.
<https://doi.org/10.1080/17415977.2019.1578352>
- [15] A. Mallick, R. Ranjan, K. Dilip, Inverse estimation of variable thermal parameters in a functionally graded annular fin using dragon fly optimization, *Inverse Problems in Science and Engineering*, Vol. 27, No.7, pp. 969-986, 2019.
<https://doi.org/10.1080/17415977.2018.1510923>
- [16] N. Benmeghnia, Cavities identification in linear elasticity: energy-gap versus L^2 -gap cost functionals, *Inverse Problems in Science and Engineering*, Vol. 29, No.13, pp. 3117-3147, 2021.
<https://doi.org/10.1080/17415977.2021.1974019>
- [17] E. Atashpaz-Gargari, C. Lucas, Imperialist competitive algorithm: an algorithm for optimization inspired by imperialistic competition, *IEEE congress on evolutionary computation*, Singapore, 2007.
- [18] B. Heydari, H.R Karimi zarchi, Simultaneous optimization of surface roughness and material removal rate in dry turning of super alloy Inconel 600, *Iranian Journal of Manufacturing Engineering*, Vol. 5, No. 3, pp. 1-11, 2018. (in Persian)
- [19] GH. Majzoobi, *Advanced numerical methods*, Third Edition, pp. 125-128, Hamadan. Bu-Ali Sina University, 2010. (in Persian)
- American Journal of Applied Sciences*, Vol. 5, No. 9, pp. 1158-1166, 2008.
<https://doi.org/10.3844/ajassp.2008.1158.1166>
- [8] M. Dashti-Ardakani, M. Khodadad, Identification of thermal conductivity and the shape of an inclusion using the boundary elements method and the particle swarm optimization algorithm, *Inverse Problems in Science and Engineering*, Vol. 17, No. 5, pp. 855-870, 2009.
<https://doi.org/10.1080/17415970902884136>
- [9] M. Khodadad, M. Dashti-Ardakani, Determination of the location, size and mechanical properties of an elastic inclusion using surface measurements, *Inverse Problems in Science and Engineering*, Vol. 18, No. 5, pp. 591-604, 2009.
<https://doi.org/10.1080/17415970802309267>
- [10] M. Dashti-Ardakani, M. Khodadad, Shape estimation of a cavity by inverse application of the boundary elements 2D elastostatics problem, *International Journal of computational methods*, Vol. 10, No. 6, pp. 455-462, 2012.
<https://doi.org/10.1142/S0219876213500424>
- [11] H. Shafiee, S. M Hosseini Sarvari, Inverse estimation of temperature-dependent refractive index profile in conductive-radiative media, *Inverse Problems in Science and Engineering*, Vol. 29, No. 13, pp. 2516-2533, 2021.
<https://doi.org/10.1080/17415985.2021.1932872>
- [12] S. Somasundharam, K.S, Reddy, Inverse estimation of thermal properties using Bayesian inference and three different sampling techniques, *Inverse Problems in Science and Engineering*, Vol. 25, No.1, pp. 73-88, 2016.
<https://doi.org/10.1080/17415977.2016.1138946>
- [13] T. C. Han, C. L. Kuo, J. X. Xiao, H. L. Tsu,