مجله مهندسی ساخت و تولید ایران، آبان ۱۴۰۱، دوره ۹، شماره ۸، ص‌ص. ٤٤- ٥٥

ماهنامه علمی پژوهشی

مهندسی ساخت و تولید ایران

www.smeir.org

10.22034/IJME.2023.377477.1728

تعیین ترتیب ورود محصولات به خطوط مونتاژ ترکیبی با استفاده از روش‌های دقیق

فهیمه تنهایی

استادیار، مهندسی صنایع، دانشکده فنی مهندسی، دانشگاه کوثر بجنورد، بجنورد، ایران

بجنورد، صندوق پستی ۱۱۱۵۵-۴۵۶۳، fahimeh.tanhaie@kub.ac.ir

اطلاعات مقاله

مقاله پژوهشی

دریافت: ۳۰ آذر ۱۴۰۱

داوری اولیه: ۹ بهمن ۱۴۰۱

پذیرش: ۱۳ اسفند ۱۴۰۱

کلیدواژگان:

مدل ترکیبی

خط مونتاژ

تعیین توالی

محیط سفارش مبنا

چکیده

با توجه به افزایش فشارها به سمت تولید به‌موقع، اکثر ساختارهای تولیدی به سمت مدل‌های ساخت برای سفارش متمایل گردیده‌اند که منجر به رقابت با دیگر تولیدکنندگان و تحویل سفارش مشتری در موعد تحویل شده است. در این مقاله مدل‌سازی برای تعیین توالی خطوط مونتاژ ترکیبی در محیط سفارش مبنا و تعیین سفارش‌های از دست رفته و پذیرفته شده با توجه به منابع در دسترس صورت گرفته است. در ابتدا مدل با فرض اولویت‌بندی سفارش‌های مشتریان، اجرا می‌گردد و بعدازآن توالی سفارش‌های پذیرفته شده تعیین می‌شود. مدل پیشنهادی منجر به رقابت با دیگر تولیدکنندگان و تحویل سفارش مشتری در موعد تحویل می‌گردد. با بررسی محدودیت‌های سخت مدل، از روش دقیق آزادسازی لاگرانژ استفاده شد که جهت اطمینان از عملکرد صحیح، مدل ریاضی در سایزهای کوچک و بزرگ با روش دقیق سیپلکس و روش پیشنهادی حل گردید. جمع‌بندی نتایج نشان می‌دهد که زمان اجرای روش سیپلکس با افزایش ابعاد مسئله به‌صورت نمایی افزایش می‌یابد. برای مسائل سایز کوچک، گپی حدود یک درصد در روش دقیق آزادسازی لاگرانژ مشاهده می‌گردد و حداکثر مقدار این گپ در مسائل سایز بزرگ کمتر از چهار درصد می‌باشد و زمان حل بسیار منطقی است. بنابراین می‌توان گفت که در مسائل مختلف، روش پیشنهادی لاگرانژ بسیار کارا بوده و عملکرد بهتری از سیپلکس داشته است و در نتیجه روش مناسبی برای حل مدل ریاضی ارائه شده به‌خصوص در ابعاد بزرگ می‌باشد.

Determining the order of products entering the mixed-model assembly line using the exact methods

Fahimeh Tanhaie

Industrial Engineering Department, Kosar university of Bojnord, Bojnord, Iran

P.O.B. 11155-4563, Bojnord, Iran, fahimeh.tanhaie@kub.ac.ir

Article Information

Original Research Paper

Received: 21 December 2022

First Decision: 29 January 2023

Accepted: 4 March 2023

Keywords:

Mix Model

Assembly Lines

Sequencing

Make to order environment

Abstract

Due to increased pressures towards Just In Time (JIT) production, most organizations tend to produce in make to order (MTO) environment, leading to competing with other manufacturers and responding quickly to customers. In this regard and according to the mentioned points, the purpose of this paper is sequencing in the Mixed-model assembly line (MMAL) in MTO environment by considering available to promise (ATP) approach. Mixed-model assembly line could be a form of line capable of manufacturing numerous models of a product on one line. In this paper, a particular parallel MMAL balancing problem is studied in a make-to-order production system. First, the orders are determined based on the connected profit and a decision support method to order acceptance/rejection with attention to ATP is considered. By developing this method and presenting a mathematical model, delivery value and due dates are calculated with attention to stock. Then, a mixed formulation is presented to determine the accepted customer orders properly according to orders due dates that warrants the customer orders are not released early or late. The model determines subsequent objectives: optimizing the idle time and utility work of labors in the manufacturing line and optimizing the entirety earliness and tardiness costs with attention to the specified precedence of customer orders. To validate the performance of the proposed model, various test problems in small size are solved using the CPLEX solver, and compared with the Lagrangian relaxation method.

برای ارجاع به این مقاله از عبارت ذیل استفاده نمایید:

Please cite this article using:

F. Tanhaie, Determining the order of products entering the mixed-model assembly line using the exact methods, Iranian Journal of Manufacturing Engineering, Vol. 9, No. 8, pp. 44- 55, 2022 (in Persian). https://www.doi.org/10.22034/IJME.2023.377477.1728

۱- مقدمه

پیشرفت تکنولوژی اطلاعات و گسترش زیرساختارهای لجستیکی، بازار جهانی را در معرض تغییر و تحول قرار داده است. این تحولات موجب گردیده است تا حفظ مشتریان و گسترش سهم بازار در سایهٔ انجام سریع و قابل اعتماد تقاضای مشتریان امکان‌پذیر گردد؛ زیرا مشتریان انتظار دارند که در یک مدت‌زمان کوتاه، پاسخ قابل اعتمادی در مورد زمان تحویل و نحوه دریافت تقاضا دریافت کنند. در این حالت خطوط مونتاژ ترکیبی کارایی زیادی دارند و می‌توانند بدون نگهداری موجودی زیاد، پاسخگوی مشتریان باشند [۱].

امروزه ساختارهای تولیدی به سمت مدل‌های ساخت برای سفارش متمایل گردیده‌اند که منجر به تنوع محصولات گردیده است. در این سیستم که مزایای زیادی دارد، پروسهٔ مدیریت سفارش‌ها حائز اهمیت زیادی می‌باشد زیرا تولید بعد از رسیدن سفارش‌های مشتری صورت می‌پذیرد [۲-۴]. امروزه سازمان‌ها بر اساس ابعاد مختلف خدمات خود در برابر مشتری مانند ایجاد تعهد در برابر مشتریان و نیز تأمین سفارش‌ها به رقابت جدی می‌پردازند و عواملی مانند انعطاف‌پذیری و سرعت ایجاد تعهد در برابر مشتریان موجب ایجاد برتری سازمان‌ها نسبت به یکدیگر می‌گردد. در چنین شرایطی راه‌حل‌های جدید تأمین تقاضا بر مبنای قابلیت‌ها و توانایی سیستم‌های برنامه‌ریزی و زمان‌بندی، روش‌های بهتر و معتبری را در تأمین سفارش‌های مشتریان ارائه می‌دهند [۵].

سیستم‌های بر مبنای منابع در دسترس، مجموعه قابلیت‌هایی هستند که سازمان را در تصمیم‌گیری و پاسخگویی به نیاز مشتریان پشتیبانی می‌کنند و نقش مهمی را در ایجاد یک ارتباط مستقیم بین سفارش مشتری و منابع سازمان ایفا می‌کنند؛ بنابراین باید به این موارد توجه شود و با وارد نمودن آن‌ها در مدل‌سازی مسائل تولیدی و رسیدن به راه‌حل‌های مناسب به ایجاد تعهد در برابر مشتریان پرداخت. به‌طورکلی، بررسی ادبیات سهم قابل توجهی در توسعه مدل‌هایی برای حل مسئله توالی در خطوط مونتاژ ترکیبی را نشان می‌دهد. بااین‌حال، تحقیقات کمی به محیط سفارش مبنا و مشتری مداری با مفاهیمی مانند منابع در دسترس یا مدیریت تقاضا اشاره کرده‌اند. استفاده از روش‌های حل مسائل توالی خطوط مونتاژ ترکیبی، باعث استفاده از حداکثر ظرفیت منابع به‌منظور آماده‌سازی سفارش‌های دریافتی می‌شود. برای جلب رضایت مشتریان در موعد تحویل مورد نظر، باید سفارش‌ها را بر اساس سیستم منابع در دسترس مورد بررسی قرار داد و به‌این‌ترتیب تضمین نمود که سفارش‌ها دیر یا زود تحویل مشتری داده نشوند. این تحقیق سعی دارد این شکاف در ادبیات را با در نظر گرفتن مسئله توالی خطوط مونتاژ ترکیبی در یک محیط سفارش مبنا با مدیریت تقاضای مشتریان پوشش دهد.

۲- تعریف مسئله

برای تعیین توالی محصولات فرض گردیده که خط مونتاژ کاملاً متعادل شده است و به تعیین توالی محصولات در خط پرداخته می‌شود. منابع در دسترس عبارت است از بخش متعهد نشده از موجودی نهایی که مطابق برنامه‌ریزی، در پشتیبانی از فرایند ایجاد تعهد در برابر مشتریان مورد استفاده قرار می‌گیرد. دو نوع متداول و پیشرفته وجود دارد که بر اساس حوزه عملکردی مورد استفاده قرار می‌گیرند. در نوع متداول آن دسترسی به محصول تکمیل شده در زمان مشخص و معینی در آینده مطرح است اما در سیستم‌های پیشرفته علاوه بر موارد فوق، اولویت‌بندی سفارش‌های مشتریان و همچنین هماهنگی بین عرضه و تقاضا برای رسیدن به حداکثر سود نیز مطرح است. این مدل‌ها به‌طور همزمان گسترهٔ عظیمی از منابع زنجیرهٔ عرضه مانند مواد خام، کالاهای در جریان ساخت، محصولات نهایی و حتی ظرفیت تولید و توزیع را مورد بررسی قرار می‌دهند و به‌طور پویا به تخصیص منابع سازمان جهت ایجاد تعهد در برابر مشتریان و برآوردن سفارش‌ها می‌پردازند. به‌منظور طبقه‌بندی مدل‌های منابع در دسترس، روش‌های زیادی وجود دارد؛ از نقطه نظر لجستیکی می‌توان سیستم‌ها را با توجه به حوزهٔ عملکرد و اجرای آن‌ها به سیستم‌های مربوط به حمل‌ونقل/توزیع، نیازمندی‌های مواد، زمان‌بندی کارگاهی و غیره تقسیم کرد. از نقطه نظر مفاهیم تحقیق در عملیات می‌توان مدل‌ها را بر اساس فضای تصمیم‌گیری و ساختار مسئله به‌صورت مسئله تخصیص/حمل‌ونقل، شبکه، جایابی، تخصیص منابع و یا مدل‌های مدیریت شکست تقسیم کرد. درصورتی‌که طبقه‌بندی مدل‌ها بر مبنای قابلیت‌ها و نقش آن‌ها به هنگام متعهد شدن و برآوردن سفارش‌های مشتریان باشد، می‌توان این مدل‌ها را به دو طبقه اساسی مدل‌های فشاری و کششی تقسیم نمود [۶]. تفاوت اساسی این دو مدل در زمان پیاده‌سازی و نوع منابع مورد استفاده است. مدل‌های فشاری بر مبنای پیش‌بینی تقاضای آینده مشتریان، مواد و ظرفیت تولید و توزیع را به کالاها و محصولات نهایی تخصیص می‌دهند؛ در مقابل، مدل‌های کششی در پاسخ مستقیم به تقاضای واقعی مشتریان به‌صورت پویا به تخصیص منابع سازمان می‌پردازند. با توجه به محیط تولیدی ساخت طبق

سفارش که در این تحقیق مورد توجه است، مدل کششی مورد بررسی قرار خواهد گرفت که در آن به هنگام ایجاد تعهد در برابر سفارش مشتریان، به بهترین نحو از منابع زنجیره مانند مواد خام، کالاهای در جریان ساخت، کالای نهایی و حتی ظرفیت تولید و توزیع استفاده می‌کند. پردازش اطلاعات در این مدل‌ها به دو صورت در زمان و دسته‌ای صورت می‌گیرد که در حالت در زمان، تخصیص منابع سازمان و ایجاد تعهد در برابر مشتریان با هر سفارش صورت می‌گیرد. در حالت دسته‌ای به دلیل سنگینی پردازش اطلاعات، سفارش‌ها در طول یک بازهٔ زمانی جمع آوری شده و پس از آن به‌صورت دسته‌ای مورد پردازش قرار می‌گیرند که در مدل مورد بررسی حالت دسته‌ای مد نظر قرار گرفته است.

در خطوط مونتاژ ترکیبی، زمان‌های انجام کار برخی مدل‌ها بیش از زمان سیکل خواهد بود و در مواردی زمان‌های کمتر از زمان سیکل نیز وجود خواهد داشت. در این مدل که ایستگاه‌ها به‌صورت بسته در نظر گرفته شده‌اند، کارگران اضافی به ایستگاه کمک می‌کنند تا محصولات تکمیل گردند. این نوع خطوط در صنعت خودروسازی بسیار مورد استفاده قرار می‌گیرد. یین و همکاران [۷] در یک خط مونتاژ خودرو با تولید یک مدل ریاضی مختلط صفر و یک، علاوه بر تعیین توالی محصولات، به کمینه‌سازی هزینه‌های مونتاژ نیز پرداختند. ربانی و همکاران [۸] در این خطوط مونتاژ وارد مباحث مشتری مداری شدند و با روش تحلیل شبکه به تعیین توالی با در نظر گرفتن زمان تحویل سفارش‌ها به مشتری پرداختند. بلخروبی و یحیویی [۹]، یک روش جستجوی تصادفی واکنشی ترکیبی برای حل مسئله تعیین توالی در خط مونتاژ ترکیبی پیشنهاد کردند. عملکرد الگوریتم پیشنهادی با عملکرد الگوریتم‌های حل متفاوت و هفت مسئله با اندازه‌های مختلف مقایسه شده است. مسئله توالی خط مونتاژ یک مسئله بهینه‌سازی سخت است و بنابراین یک مسئله با اندازه بزرگ ممکن است از نظر محاسباتی و زمان، حل نشدنی باشد؛ به همین دلیل، یک الگوریتم مبتنی بر روش آزادسازی لاگرانژ برای این مسئله پیشنهاد داده شده است. اکثر محققان در زمینه حل مسائل توالی خطوط مونتاژ ترکیبی، وارد الگوریتم‌های متاهیوریستک شده‌اند. برای نمونه می‌توان به مراجع [۱۰-۱۲] اشاره نمود. محققانی مانند ژانگ و همکاران [۱۳] نیز که وارد روش‌های دقیق مانند آزادسازی لاگرانژ شده‌اند، به مباحث پایه در بحث تعیین توالی عمیات خطوط ترکیبی پرداخته‌اند و فرضیاتی که باعث کاربردی شدن این تحقیق شده است، مانند مشتری مداری و یا مدیریت تقاضا در آن در نظر گرفته نشده است. در این مدل تعیین توالی سفارش‌های مختلف با توجه به مراحل زیر صورت می‌گیرد.

- اولویت بندی سفارش‌های مشتریان
- اجرای مدل منابع در دسترس و تعیین سفارش‌های از دست رفته و پذیرفته شده با توجه به منابع در دسترس
- تعیین توالی سفارش‌های پذیرفته شده در خط مونتاژ ترکیبی

زمان تحویل سفارش‌ها به‌خصوص برای سفارش‌هایی با اولویت بالا، بسیار اهمیت دارد؛ به همین علت ابتدا به تعیین اولویت سفارش‌های مشتریان پرداخته شده است. در این مدل فرض می‌گردد که اولویت‌بندی سفارش‌ها انجام شده است و جایگاه هر مشتری با توجه به معیارهایی مانند سودآوری، وفاداری، موعد تحویل و غیره برای تصمیم‌گیرنده مشخص گردیده است.

پس از مشخص شدن اولویت سفارش‌ها، ورود به اجرای مدل رخ می‌دهد که خروجی آن تعیین‌کننده سفارش‌های از دست رفته و پذیرفته شده با توجه به منابع در دسترس و تعهد در برابر مشتری است. هزینه‌های مختلف برای اعمال دیرکرد و زودکرد سفارش‌ها در نظر گرفته شده است؛ بنابراین حداقل‌سازی هزینه‌های به وجود آمده از تأخیرها و زودکرد در رسیدن سفارش به مشتری، یکی دیگر از اهداف این مسئله پیشنهادی است. منطقی که در مدل منابع در دسترس کششی و به‌صورت دسته‌ای در این مدل در نظر گرفته شده است، در قالب فلوچارتی در شکل ۱ نشان داده شده است.

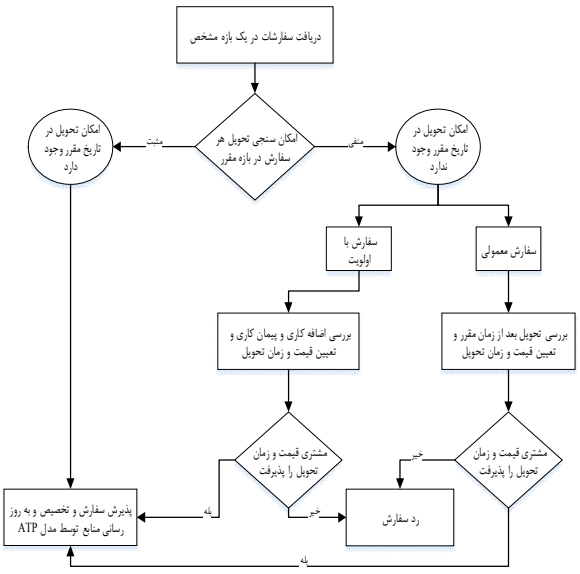

Fig. 1 ATP Model and determination of rejected and accepted orders

شکل ۱ مدل منابع در دسترس و تعیین سفارش‌ها رد و پذیرفته شده

همان‌طور که در شکل ۱ مشخص گردیده است، بعد از دریافت سفارش‌های مشتریان در یک دوره مشخص، مدل با توجه به بخش متعهد نشده از منابع (مانند مواد خام، کالاهای در جریان ساخت، کالای نهایی)، سفارش هر مشتری در آن بازه را بررسی می‌نماید که آیا در تاریخ تحویل تعیین شده توسط مشتری آماده می‌گردد و یا خیر. در صورت وجود این امکان، مدل منابع را به این سفارش تخصیص می‌دهد و مجدد منابع موجود را به روزرسانی می‌نماید؛ در غیر این صورت مدل از ورودی مرحله قبل که تعیین‌کننده نوع سفارش‌های معمولی و اولویت‌دار است، استفاده می‌نماید.

برای سفارش‌های اولویت‌دار به بررسی اضافه‌کاری و پیمان‌کاری برای تحویل سفارش در تاریخ تحویل معین شده می‌پردازد و با توجه به قیمت که در این حالت برای سفارش بیشتر می‌گردد، با مشتری مذاکره می‌نماید و درصورتی‌که مشتری قیمت را بپذیرد، مدل منابع مورد نیاز را به این سفارش تخصیص می‌دهد و مجدد منابع موجود را به‌روزرسانی می‌نماید. اگر مشتری قیمت را نپذیرد، این سفارش، جزء سفارش‌های از دست رفته به شمار خواهد رفت. برای سفارش‌های معمولی نیز به بررسی تحویل سفارش با کار عادی تولیدی و پس از تاریخ تحویل معین شده توسط مشتری می‌پردازد و با توجه به زمان تحویل بیشتر و قیمت که در این حالت برای سفارش کمتر می‌گردد، با مشتری مذاکره می‌نماید و درصورتی‌که مشتری زمان تحویل را بپذیرد، مدل منابع مورد نیاز را به این سفارش تخصیص می‌دهد و مجدد منابع موجود را به‌روزرسانی می‌نماید و اگر مشتری زمان تحویل را نپذیرد این سفارش، جزء سفارش‌های از دست رفته به شمار خواهدرفت.

بنابراین بعد از مرحله دوم فرایند که اجرای مدل و تعیین سفارش‌های از دست رفته و پذیرفته شده با توجه به منابع در دسترس است، ورود به مرحله سوم که تعیین توالی سفارش‌های پذیرفته شده در خط مونتاژ ترکیبی است، رخ خواهد داد.

بنابراین طبق توضیحات داده شده در این قسمت، این مدل تابع هدف را پوشش می‌دهد که عبارتنداز حداقل‌سازی هزینه‌های به وجود آمده از تأخیرها و همچنین هزینه‌های به وجود آمده از زودکرد در رسیدن سفارش به مشتری با توجه به خروجی‌های به دست آمده از اجرای مدل، حداقل‌سازی مقدار بیکاری و همچنین اضافه‌کاری ناشی از جبران اضافه بار در ایستگاه‌ها در صورت عدم تکمیل محصول که کمینه کردن دو مورد اخیر نیز موجب رسیدن به رضایتمندی مشتریان می‌گردد.

۲-۱- فرضیات

در این خط مونتاژ که یک سیستم نوار نقاله است و با سرعت ثابت حرکت می‌کند فرضیات زیر در نظر گرفته شده است.

- میزان تقاضای موجود برای هر یک از محصولاتی که باید تولید شوند توسط برداری به نام "حداقل مجموعه قطعات" مشخص می‌گردد.
- در مواردی که خط مونتاژ با اضافه بار روبه‌رو شود کارگران اضافی به ایستگاه کمک می‌کنند تا محصولات تکمیل گردند.
- ایستگاه‌های موجود در خط تولید از نوع بسته هستند و استفاده از تسهیلات و انجام وظیفه هر اپراتور تنها در داخل مرزهای مشخص شده هر ایستگاه امکان‌پذیر است.
- فاصله زمانی بین دو محصول متوالی ثابت در نظر گرفته شده است.
- سرعت برگشت کارگران برای رسیدن به قطعه بعدی نامحدود فرض شده است؛ به عبارتی این سرعت حرکت در مدل‌سازی نادیده گرفته شده است.
- مدل منابع در دسترس به‌صورت کششی است و سفارش‌ها را برای هر بازه مورد بررسی قرار می‌دهد.
- برای تعیین توالی محصولات فرض گردیده است که خط مونتاژ کاملاً متعادل گردیده است.
- تاریخ‌های تحویل سفارش‌ها توسط مشتریان مشخص گردیده است.
- امکان اضافه‌کاری و پیمان‌کاری برای سفارش‌ها با اولویت بالا در صورت پذیرش مشتری وجود دارد.
- هزینه‌های دیرکرد و زودکرد سفارش‌ها در نظر گرفته شده‌اند.

قبل از ورود به مدل‌سازی و با توجه به مفروضات و تعریف مسئله، ابتدا علائم و پارامترها به شرح زیر تعریف می‌گردند.

۲-۲- علائم، پارامترها و مدل‌سازی

در این مدل همان‌طور که توضیح داده شد از روش دسته‌ای استفاده می‌گردد که در آن اطلاعات، سفارش‌ها در طول یک بازه زمانی جمع‌آوری شده و پس از آن به‌صورت دسته‌ای در بازه‌های مشخص مورد پردازش قرار می‌گیرند. در هر دسته بعد از مشخص گردیدن اطلاعات سفارش‌های پذیرفته شده و رد شده، توالی برای آن بازه مشخص برای محصولات تعیین می‌گردد.

کل افق برنامه‌ریزی به دوره‌های زمانی یکسانی تقسیم گردیده‌اند (دوره‌های زمانی به‌صورت واحدهای زمانی عمل می‌کنند و می‌توانند ساعت، روز، شیفت کاری و غیره باشند) که مدل برای آن اجرا می‌گردد و در هر دوره مدنظر می‌توان در خط مونتاژ ترکیبی توالی محصولات آن دوره را مشخص و تولید را انجام داد. قابل ذکر است که اگر در پارامترهایی افق زمانی ذکر نگردیده‌اند، مقدار پارامتر برای تمام افق‌ها ثابت فرض شده است مانند زمان پردازش یک مدل مشخص در یک ایستگاه خاص که در هر دوره منطقاً ثابت می‌باشد.

با این توضیحات به معرفی پارامترها و علائم قبل از مراجع پرداخته شده است.

در این مدل هدف تعیین سفارش‌های از دست رفته و پذیرفته شده با توجه به منابع در دسترس است به‌طوری‌که سود، بیشینه گردد.

$$\max \quad \left[\sum_{m=1}^{M}\sum_{o=1}^{O} \mathrm{Pr}_{mot} * y_{mot} + \sum_{m=1}^{M}\sum_{o\in NO_t} \mathrm{P'r}'_{mot} * y'_{mot}\right]$$
$$-\left[\sum_{m=1}^{M}\sum_{o=1}^{O} C\mathrm{r}_{mot} * R_{mot} + \sum_{m=1}^{M}\sum_{o=1}^{O} Co_{mot} * O_{mot} + \sum_{m=1}^{M}\sum_{o=1}^{O} Cs_{mot} * S_{mot}\right]$$
$$-\left[\sum_{m=1}^{M}\sum_{o=1}^{O} RM_c * up_{mot} + \sum_{m=1}^{M}\sum_{o\in PO_t} L_{mo} * up_{mot} x'_{mot} + \sum_{m=1}^{M}\sum_{o=1}^{O} \mathrm{I}_{mot} * C_{mot}\right] \quad \forall t$$

$$\sum_{o=1}^{O}\sum_{m=1}^{M} R_{mot} * p_{mj} \le RTC_j \qquad \forall j, \forall t \qquad (1)$$

$$\sum_{o=1}^{O}\sum_{m=1}^{M} O_{mot} * p^{o}_{mj} \le OTC_j \qquad \forall j, \forall t \qquad (2)$$

$$\sum_{o=1}^{O}\sum_{m=1}^{M} S_{mot} * p^{s}_{mj} \le STC_j \qquad \forall j, \forall t \qquad (3)$$

$$R_{mot} + O_{mot} + S_{mot} \le d_{mot} \qquad \forall m, o, t \qquad (4)$$

$$I_{mot} = IP_{mot} - up_{mot} + I_{mot-1} \qquad \forall m, o, t \qquad (5)$$

$$R_{mot} + O_{mot} + S_{mot} - y'_{mot-1} = y_{mot} \qquad \forall m, o, t \qquad (6)$$

$$d_{mot} - y_{mot} = x'_{mot} \qquad \forall m, \forall t, o \in PO_t \qquad (7)$$

$$d_{mot} - y_{mot} = y'_{mot} \qquad \forall m, \forall t, o \in NO_t \qquad (8)$$

$$\sum_{m=1}^{M}\left(R_{mot} * p_m + O_{mot} * p^{o}_{m} + S_{mot} * p^{s}_{m}\right) \le dd^{\max}_{ot} \quad \forall t, o \in PO_t \qquad (9)$$

$$up_{mot} = \mathrm{IP}_{mot} * \left(y_{mot} + y'_{mot}\right) \qquad \forall m, o, t \qquad (10)$$

$$y'_{mot} = 0 \qquad \forall m, \forall t, o \in PO_t \qquad (11)$$

$$R_{mot}, O_{mot}, S_{mot}, x'_{mot}, y_{mot}, y'_{mot} \ge 0 \qquad \forall m, o, t \qquad (12)$$

تابع هدف که در سه قسمت نشان داده شده است به دنبال بیشینه کردن سود به دست آمده از سفارش‌ها می‌باشد. در قسمت اول، درآمد به دست آمده از تحویل سفارش‌ها در زمان مقرر و بعد از آن را نشان می‌دهد. قسمت دوم هزینه‌های تولید در ساعات عادی، اضافه‌کاری و پیمان‌کاری را با علامت منفی وارد مدل می‌نماید و در نهایت در قسمت سوم هزینه‌های مواد اولیه مورد نیاز تولید، هزینه سفارش‌های از دست رفته و هزینه نگهداری موجودی را با علامت منفی محاسبه می‌نماید. محدودیت‌های (۱) تا (۳) حداکثر ظرفیت تولید در ساعات عادی، اضافه‌کاری و پیمان‌کاری را مشخص می‌نماید. محدودیت (۴) ضمانت می‌کند که جمع تولیدات در ساعات عادی، اضافه‌کاری و پیمان‌کاری از تقاضای هر محصول مورد نظر بیشتر نگردد.

محدودیت شماره (۵) تعادل موجودی محصولات در دوره‌های پشت سر هم را نشان می‌دهد. محدودیت (۶) مقدار تحویل داده‌شده از سفارش‌ها در تاریخ مقرر را نشان می‌دهد و تضمین می‌کند در صورت سفارش عقب افتاده از دوره قبل، حتماً در دوره بعدی محصول تحویل داده شود. محدودیت‌های (۷) و (۸) به ترتیب برای مشتریان اولویت‌دار و معمولی است که در اولی بیان می‌کند که اگر سفارش اولویت‌دار نتواند در تاریخ مقرر تحویل داده شود، جزء سفارش‌های از دست رفته محسوب می‌شود درحالی‌که در دومی بیان می‌کند که اگر سفارش معمولی در تاریخ مقرر تحویل داده نشود می‌تواند جزء سفارشی محسوب شود که در دوره بعد و با تأخیر تحویل داده می‌شود. محدودیت شماره (۹) بیان می‌کند که سفارش‌های اولویت‌دار باید حتماً قبل از حداکثر زمان تعیین شده توسط مشتری آماده گردند و محدودیت (۱۰) مقدار مواد اولیه مورد استفاده برای سفارش مشتریان را محاسبه می‌کند. محدودیت (۱۱) بیان می‌کند که سفارش‌های اولویت‌داری که بعد از تاریخ مقرر آماده می‌شوند باید جزء سفارش‌های از دست رفته منظور گردند. محدودیت آخر نیز غیر منفی بودن متغیرهای تصمیم را نشان می‌دهد. بعد از اجرای مدل فوق برای دوره‌های مورد نظر، سفارش‌های از دست رفته و پذیرفته شده با توجه به منابع در دسترس برای هر دوره به دست می‌آید که حال می‌توان توالی تولید محصولات برای هر دوره را با توجه به مدل زیر تعیین نمود.

با توجه به اجرای مدل منابع در دسترس در هر دوره مشخص می‌گردد که چه سفارش‌هایی باید تولید گردد که می‌توان برای آن‌ها برنامه‌ریزی و توالی آن‌ها را مشخص نمود. فاصله زمانی بین دو محصول متوالی ثابت در نظر گرفته شده است. درصورتی‌که تعداد زیادی از مدل‌هایی که زمان فرایند بالا دارند، پشت سرهم و در یک ایستگاه قرار گیرند، کارگر نمی‌تواند کار خود را در مدت‌زمان معین و پیش از ورود قطعه بعدی به اتمام برساند، در

نتیجه اضافه بار وجود خواهد داشت و عملیات قطعات در محدوده ایستگاه خاتمه نمی‌یابد. با توجه به نوع مرزهای تعریف شده برای ایستگاه ممکن است نیاز به برنامه‌های مختلفی مطرح گردد که در این مدل که ایستگاه‌ها به‌صورت بسته در نظر گرفته شده‌اند، کارگران اضافی به ایستگاه کمک می‌کنند تا محصولات تکمیل گردند. همچنین اگر تعداد زیادی از مدل‌هایی که زمان فرآیند کمی دارند پشت سرهم در یک ایستگاه وارد گردند زمان بیکاری برای اپراتور به وجود می‌آید که هر دو حالت استفاده از کارگران اضافی و بیکاری نامطلوب است.

قابل ذکر است که بعد از اجرای مدل، سفارش‌هایی که پذیرفته شده‌اند و یا باید در دوره مدنظر تحویل داده شوند، مشخص گردیده‌اند که برای هر دوره موردنظر توالی و برنامه‌ریزی را انجام خواهد گرفت؛ بنابراین در مدلی که در ادامه می‌آید به دلیل آن‌که برای یک دوره مدنظر توالی را تعیین می‌نماید دیگر نیازی به پارامتر t نمی‌باشد.

$$Z_{Original}=\min\left\{\sum_{i=1}^{I}\sum_{j=1}^{J}\left(C_{Idl}*ID_{ij}+C_{u}*U_{ij}\right)+\sum_{o=1}^{O}\left(C_{o}^{ear}*E_{o}\right)+\sum_{o=1}^{O}\left(C_{o}^{tar}*T_{o}\right)\right\} \quad (۱۲)$$

$$E_o = \max\left\{0, dd_o^{\min} - Q_o\right\} \qquad \forall o \quad (۱۳)$$

$$T_o = \max\left\{0, Q_o - dd_o^{\max}\right\} \qquad \forall o \quad (۱۴)$$

$$\sum_{m=1}^{M}\sum_{o=1}^{O} x_{imo} = 1 \qquad \forall i \quad (۱۵)$$

$$\sum_{i=1}^{I} x_{imo} = y_{mo} \qquad \forall m, o \quad (۱۶)$$

$$\sum_{i=1}^{I} x_{imo} = d_{mo} \qquad \forall m, o \quad (۱۷)$$

$$Z_{1\,j+1} = \sum_{l=1}^{j} L_l \qquad j = 1, 2, \ldots, J-1 \quad (۱۸)$$

$$Z_{i+1,j+1}=Z_{ij}+v_c*\left(\sum_{m=1}^{M}\sum_{o=1}^{O}x_{imo}*p_{mj}-U_{ij}-\gamma+ID_{i+1,j}\right) \quad i=1,2,..,I-1, j=1,2,...,J-1 \quad (۱۹)$$

$$U_{ij}\geq\left(Z_{ij}+v_c*\sum_{m=1}^{M}\sum_{o=1}^{O}x_{imo}*p_{mj}-\left(\sum_{l=1}^{j-1}L_l+v_c*\gamma\right)\right)\Big/ v_c \qquad j=2,3,...,J \quad (۲۰)$$

$$ID_{ij}\geq\left(\sum_{l=1}^{j-1}L_l-\left(Z_{i-1,j}+v_c*\sum_{m=1}^{M}\sum_{o=1}^{O}x_{i-1,mo}*p_{mj}-v_c*U_{i-1,j}-v_c*\gamma\right)\right)\Big/ v_c \quad \begin{matrix} i=2,..,I-1 \\ j=2,3,...,J \end{matrix} \quad (۲۱)$$

$$Q_o = \sum_{i=1}^{I}\sum_{m=1}^{M} x_{imo} * p_m \qquad \forall o \quad (۲۲)$$

$$x_{imo}\in\{0,1\}, U_{ij}\geq 0, ID_{ij}\geq 0, Z_{ij}\geq 0, Z_{11}=0 \quad (۲۳)$$

تابع هدف، هزینه‌های استفاده از کار اضافی و بیکاری اپراتور در خط را کمینه می‌کند و علاوه بر کمینه کردن این دو حالت با توجه به اهداف منابع در دسترس، کمینه کردن هزینه‌های ناشی از دیرکرد و زودکرد را نیز در خود گنجانده است. محدودیت‌های (۱۳) و (۱۴) به ترتیب مقدار زودکرد و دیرکرد در تحویل سفارش‌ها را محاسبه می‌نمایند. محدودیت (۱۵) ضمانت می‌کند که در هر سیکل تولیدی دقیقاً یک مدل تولید شود. محدودیت (۱۶) خط تولید را مجبور می‌کند که تقاضای هر مدل دقیقاً برآورده شود. محدودیت (۱۷) اجبار می‌کند که شروع به کار هر اپراتور برای محصول اول دقیقاً در مرز چپ ایستگاه مربوطه می‌باشد. محدودیت (۱۸) نقطه شروع به کار اپراتور برای سایر محصولات را نشان می‌دهد. محدودیت (۱۹) و (۲۰) مقدار زمان لازم برای فعالیت کارگران کمکی برای تمامی محصولات در صورت عدم تکمیل در ایستگاه‌های مختلف را نشان می‌دهند. مدت‌زمان بیکاری هر اپراتور در ایستگاه خودش توسط محدودیت (۲۱) نشان داده شده است. محدودیت (۲۲) مدت‌زمان تکمیل هر سفارش را با توجه به زمان‌های پردازش در ایستگاه‌های مختلف و همچنین مدت‌زمان‌های بیکاری و اضافه‌کاری را محاسبه می‌نماید.

۲-۳- روش حل

در این مسئله برای حل از روش آزادسازی لاگرانژ استفاده شده است که یکی از تکنیک‌های رایج مبتنی بر قضیه لاگرانژ در حل مسائل بهینه‌سازی ترکیباتی است [۱۴]. علت این انتخاب در ساختار محدودیت‌ها و متغیرهای مسئله است. به‌طورکلی در مسائل برنامه‌ریزی، محدودیت‌های شامل متغیرهای دودویی، حل مسئله را دشوار می‌کند که این محدودیت‌ها را محدودیت‌های پیچیده گویند. بر اساس بررسی صورت گرفته از مدل تعریف شده، محدودیت (۱۸) از دسته محدودیت‌های سخت مسئله است و به‌عنوان محدودیت پیچیده انتخاب می‌شود که می‌تواند به کمک روش آزادسازی لاگرانژ، به تابع هدف انتقال داده شود و حل مدل در ابعاد بزرگ‌تر را امکان‌پذیر نماید.

در الگوریتم آزادسازی لاگرانژ ابتدا محدودیت‌هایی که ارضای آن‌ها سخت‌تر هستند، با ضریبی مشخص (ضریب دوال) به‌عنوان جریمه به تابع هدف اضافه و به کمک روش‌هایی مانند زیرگرادیان در تکرارهای مختلف مقدار آن مشخص می‌گردد. بدیهی است که رفتار کاهشی تابع هدف به‌صورت نوسانی باشد. انتظار می‌رود حل مسئله آزاد شده آسان‌تر از حل مسئله اصلی باشد. در این مدل توالی با به کار گرفتن این روش، همان‌طور که

ذکر شد مجموعه محدویت (۱۸) به تابع هدف اضافه می‌گردد و مدل آزادشده به‌صورت زیر نوشته می‌شود.

$$Z_{LR-\phi} = \min\left\{\sum_{i=1}^{I}\sum_{j=1}^{J}\left(C_{ldl} * ID_{ij} + C_u * U_{ij}\right) + \sum_{o=1}^{O}\left(C_o^{ear} * E_o\right) + \sum_{o=1}^{O}\left(C_o^{tar} * T_o\right)\right\} + \sum_{i=1}^{I-1}\sum_{j=1}^{J-1}\phi_{ij} \times \left(Z_{i+1j+1} - Z_{ij} - v_c * \left(\sum_{m=1}^{M}\sum_{o=1}^{O} x_{imo} * p_{mj} - U_{ij} - \gamma + ID_{i+1j}\right)\right) \quad (۲۴)$$

St. constraints (13)-(17), (19)-(23)

حل این مدل آزادشده، با توجه به نحوه محدودیت‌ها و متغیرها، از حل مسئله اصلی آسان‌تر است و با به‌کارگیری روش زیرگرادیان، ضرایب لاگرانژ (ضرایب دوال) در تکرارهای مختلف بهبود پیدا می‌کندم تا جواب بهینه و یا نزدیک بهینه حاصل شود.

۲-۳-۱- حل کردن مسئله دوال

به دلیل کمینه‌سازی مسئله اصلی و ویژگی روش آزادسازی لاگرانژ، می‌توان عبارت (۲۶) را بیان نمود.

$$Z_{LR-\phi} \leq Z_{Original} \quad (۲۶)$$

به‌عبارت‌دیگر، به ازای هر مقدار ثابت از ضرایب لاگرانژ، جواب بهینه مسئله آزاد شده، کران پایینی برای مسئله اصلی خواهد بود (در مسئله کمینه‌سازی). به‌عبارت‌دیگر، هر جواب از مسئله آزاد شده یک کران برای جواب مسئله اصلی ارائه می‌دهد. به دلیل حذف برخی قیود و بزرگ‌تر شدن ناحیه شدنی، حل مسئله آزاد شده آسان‌تر از حل مسئله اصلی خواهد بود. از طرفی، جواب مسئله آزاد شده به‌شرط شدنی بودن در مسئله اصلی، کران بالایی برای آن خواهد بود (در مسئله کمینه‌سازی).

بنابراین یک کران پایین برای مسئله اصلی به دست می‌آید که برای پیدا نمودن بهترین کران پایین، مسئله برای مقادیر مختلف ضرایب لاگرانژ حل می‌گردد. در نتیجه با بیشتر کردن، کمینه‌های حاصل شده از مسئله آزاد شده، کران پایین بهتری برای مسئله اصلی به دست می‌آید و در یک فرایند تکراری می‌توان جواب حاصل را به سمت جواب مسئله اصلی سوق داد. برای این منظور از روش زیر گرادیان برای حل مسئله دوگان لاگرانژی استفاده می‌شود. مسئله تابع لاگرانژ با متغیرهای دوگان (ضرایب لاگرانژ) را مسئله دوگان لاگرانژی می‌نامند.

هر بار که یک کران پایین و در نتیجه کران بالا برای مسئله اصلی به دست می‌آید، اگر اختلاف بین کران‌های پایین و بالا کمتر از مقدار کوچک از پیش تعیین شده باشد، الگوریتم خاتمه می‌یابد و جواب به دست آمده به‌عنوان جواب بهینه معرفی می‌شود. در غیر این صورت، الگوریتم تا تکرار معینی اجرا می‌شود. در هر تکرار، ضرایب لاگرانژ باید به‌روز شوند که یکی از روش‌های معروف، روش زیرگرادیان است [۱۳] که در شکل ۲ مشاهده می‌گردد.

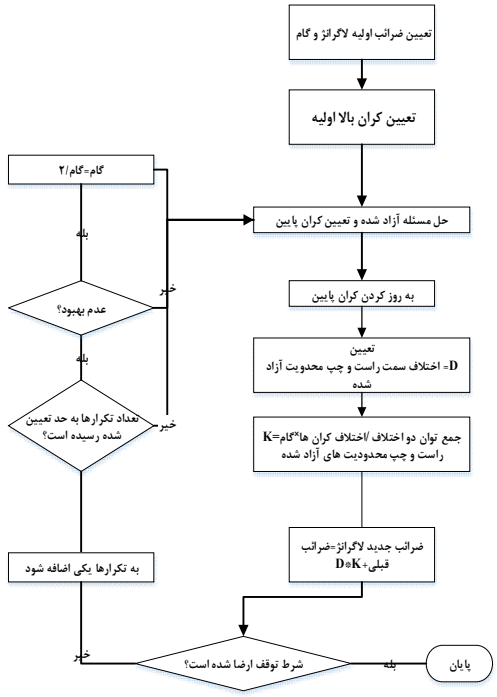

Fig. 2 Subgradient method

شکل ۲ روش زیرگرادیان

برای تکمیل کردن رویه آزادسازی لاگرانژ و روش زیرگرادیان به کار گرفته شده برای حل مدل، مراحل زیر قابل اجرا می‌باشد.

۱. یک جواب شدنی برای مسئله اصلی داده شده، تولید گردد.

۲. از این جواب شدنی اولیه برای پیدا کردن یک کران بالا برای مسئله استفاده شود.

۳. تکرار اول را شروع کرده و با مجموعه دلخواهی از ضرایب لاگرانژ کار آغاز شود.

۴. مسئله آزاد شده با روش لاگرانژ را که ساده‌تر از مسئله اصلی است، حل و یک کران پایین به دست آورده شود.

۵. اگر جواب به دست آمده از گام ۴، برای مسئله اصلی یک جواب شدنی است و این جواب کمتر از کران بالای به دست آمده تا کنون است، آن جایگزین کران بالا می‌شود و به گام بعدی می‌رود در غیر این صورت بدون به‌روز کردن کران بالا به گام بعدی خواهد رفت.

۶. اگر معیار توقف فرا رسیده است، توقف کند در غیر این صورت به تکرارها یکی اضافه و ضرایب لاگرانژ را با روش زیرگرادیان به‌روز کند و به گام ۴ رود.

۷. زمانی که فرایند جستجو متوقف شد، بهترین مقادیر به دست آمده برای کران‌ها نمایش داده شود.

۳- نتایج محاسباتی

در این مدل برای حل، دو گروه مسئله در سایزهای کوچک و بزرگ از ادبیات گرفته شده است که در ادامه اطلاعات آن قرار داده می‌شود [۱۲]. جهت اطمینان از عملکرد صحیح الگوریتم آزادسازی لاگرانژ پیشنهادی، ابتدا مدل ریاضی در سایز کوچک به‌صورت دقیق با نرم‌افزار گمز حل می‌گردد و مقایسه‌ای بین جواب‌های آن و الگوریتم پیشنهادی صورت می‌پذیرد. حل‌کننده سیپلکس در نرم‌افزار گمز یک حل‌کننده بسیارخوب برای مدل‌های ریاضی خطی در مسائلی با ابعاد کوچک می‌باشد اما همین حل‌کننده در مسائلی با ابعاد بزرگ دچار مشکل می‌گردد که یک ضعف به حساب می‌آید. به همین دلیل در این مقاله برای رفع این مشکل از روش آزادسازی لاگرانژ استفاده شده است و در سایز بزرگ که نرم‌افزار گمز قادر به تعیین جواب نمی‌باشد از الگوریتم پیشنهادی استفاده شده است. در این قسمت از حل مدل اطلاعات عمومی مسائل در سایز کوچک در جدول ۱ نشان داده شده است:

جدول ۱ داده‌های ورودی

Table 1 Input data

شماره ایستگاه	مدل اول	مدل دوم	مدل سوم
۱	4	8	7
۲	6	9	4
۳	8	6	6
۴	4	7	5

مسائل مختلف در سایز کوچک توسط الگوریتم آزادسازی لاگرانژ و سیپلکس حل گردیدند که نتایج در جدول ۲ قابل مشاهده است. ستون آخر گپ دوالیتی را نشان می‌دهد. نتایج به دست آمده از مقایسه جواب نرم‌افزار گمز با الگوریتم آزادسازی لاگرانژ نشان می‌دهد که الگوریتم پیشنهادی دارای کارایی مناسبی برای این مدل می‌باشد و کران بالا نزدیک به بهینه و فاصله کمی با کران پایین دارد، بنابراین در مسائل سایز بزرگ برای حل مدل ریاضی در بخش بعدی مورد استفاده می‌گردد.

جدول ۲ مقایسه جواب سالور سیپلکس با الگوریتم آزادسازی لاگرانژ

Table 2 Comparing the solution of the Cyplex solver with the Lagrange release algorithm

مسئله	تقاضای موجود	کران پایین (لاگرانژ)	کران بالا (لاگرانژ)	سیپلکس	گپ دوالیتی
۱	(1,1,4)	931	945	938	0.0148
۲	(2,2,2)	871	871	871	0
۳	(4,3,3)	1028	1041	1030	0.012
۴	(4,6,1)	1389	1413	1394	0.016

برای نمونه، نتایج به دست آمده از مسئله سوم در شکل ۳ نشان داده شده است که در محاسبه آن دو معیار برای توقف الگوریتم در نظر گرفته شده است؛ تعداد تکرارها به ۱۲۰ برسد و یا اینکه اختلاف بین تابع هدف مسئله اصلی و تابع هدف لاگرانژ کمتر از ۰,۰۱ شود. شکل نشان داده شده رویه همگرایی دو کران و بهترین کران‌های به دست آمده را نشان می‌دهد.

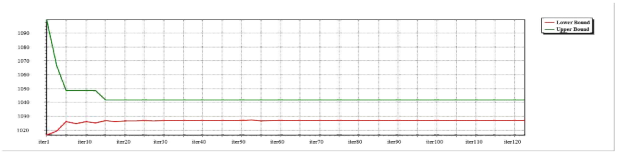

Fig. 3 Convergence of upper and lower bounds in problem 3

شکل ۳ نحوه همگرایی کران‌های بالا و پایین در مسئله سوم

جدول ۳ مسائل سایز بزرگ

Table 3 Large size problems

مسئله	تقاضای موجود	تعداد محصولات	جواب‌های شدنی
۵	(3,5,2,4,6)	20	9.7773e+10
۶	(4,3,6,2,7,2)	24	2.9684e+14
۷	(4,6,5,4,3,2,4)	28	2.1272e+19
۸	(5,1,4,3,6,5,4)	28	8.5089e+18
۹	(3,8,4,3,3,2,3,4)	30	4.4064e+21
۱۰	(1,3,4,2,4,6,3,7)	30	1.7626e+21

در این قسمت از حل مدل، تعداد جواب‌های شدنی برای مسائل در سایز بزرگ که نرم‌افزار گمز قادر به تعیین جواب نمی‌باشد در جدول ۳ قرار داده شده‌اند. قسمت نتایج جدول ۴ به سه ستون اصلی تقسیم می‌گردد که در ستون اول نتایج سیپلکس ذکر شده‌اند، در ستون دوم، کران بالا و پایین از الگوریتم آزادسازی لاگرانژ به دست آمده‌اند و در ستون آخر نیز گپ دوالیتی تعیین شده است.

جدول ۴ نتایج محاسباتی مسائل با روش‌های مختلف

Table 4 Computational results of problems with different methods

مسئله	سیپلکس			لاگرانژ		لاگرانژ
	تقاضای موجود	بهینه	زمان حل	کران بالا	کران پایین	زمان حل	گپ بهینگی
۱	(1,3)	938	3.940	931	945	8.541	0.0148
۲	(2,2)	871	27.367	871	871	39.980	0
۳	(2,1,2)	1030	63.936	1028	1041	72.754	0.012
۴	(2,3,2)	1394	237.083	1389	1413	101.850	0.016
۵	(3,5,2,4,6)	-	>3000s	3029	3094	538.843	0.021
۶	(4,3,6,2,7,2)	-	>3000s	4328	4442	857.538	0.025
۷	(4,6,5,4,3,2,4)	-	>6000	4906	5012	1286.846	0.021
۸	(5,1,4,3,6,5,4)	-	>6000s	5873	6052	1490.036	0.029
۹	(3,8,4,3,3,2,3,4)	-	>10000s	6781	7013	1833.943	0.033
۱۰	(1,3,4,2,4,6,3,7)	-	>10000s	7196	7493	2940.920	0.039

از این جدول می‌توان دریافت که نرم‌افزار گمز در مدت‌زمان اجازه داده شده (۳۰۰۰ تا ۱۰۰۰۰ ثانیه) قادر به حل مسئله از شماره ۴ به بعد نخواهد بود درحالی‌که مسائل ۱ تا ۴ را به‌طور بهینه حل می‌کند. همچنین گمز برای مسائل ۱ تا ۳ اجرای بهتری از روش آزادسازی لاگرانژ دارد، ولی از شماره ۴ به بعد روش آزادسازی لاگرانژ، جواب خوبی با شکاف بهینگی داده شده می‌دهد درحالی‌که سالور سیپلکس قادر به حل آن‌ها نیست.

۳-۱- تحلیل حساسیت

به‌منظور بررسی چگونگی تغییرپذیری مقادیر اضافه‌کاری و بیکاری و تابع هدف، تحلیل حساسیت نسبت به پارامتری که بر روی تابع هدف تاثیرگذار است، انجام شده است. پارامتر انتخاب شده در بازه کاهش ۲۰ درصدی تا افزایش ۲۰ درصدی تغییر داده می‌شود تا میزان حساسیت مسئله نسبت به آن بررسی گردد. در این مدل پارامتر طول ایستگاه‌ها انتخاب گردیده است زیرا این پارامتر تأثیر زیادی در اضافه‌کاری و بیکاری اپراتورها در هر ایستگاه در حین تعیین توالی محصولات را دارد. تغییرات در جدول ۵ نشان داده شده است.

جدول ۵ تغییرات نسبت به پارامتر طول ایستگاه‌ها

Table 5 Changes to the station length parameter

دفعات تغییر پارامتر	ضریب تغییرات نسبت به پارامتر	اضافه‌کاری	بیکاری	تابع هدف
۱	0.8	83	42	3365
۲	0.9	68	59	3214
۳	1	54	73	3128
۴	1.1	47	81	3014
۵	1.2	41	87	2986

این افزایش طول ایستگاه دو نتیجه به همراه دارد؛ افزایش طول ایستگاه باعث می‌گردد که بیکاری اپراتور در بعضی ایستگاه‌ها زیاد گردد که در نمودار مشاهده می‌گردد. این افزایش بیکاری به علت اتمام فعالیت ایستگاه زودتر از زمان سیکل است. از طرف دیگر این افزایش طول ایستگاه باعث می‌گردد که اضافه‌کاری اپراتور در بعضی ایستگاه‌ها کاهش پیدا کند که در شکل ۴ مشاهده می‌گردد. کاهش اضافه‌کاری به علت این است که حتی در ایستگاه‌هایی با اضافه بار به علت این افزایش طول، امکان اتمام کار در بازه سیکل بیشتر می‌گردد و در نتیجه نیاز به اضافه‌کاری کاهش پیدا می‌کند.

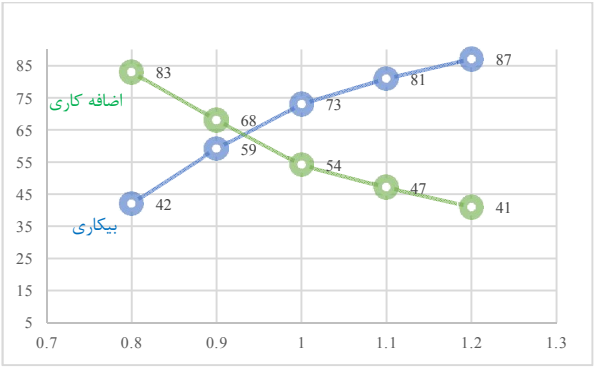

Fig. 4 Changes in overtime and idle time compared to changes in the length of stations

شکل ۴ تغییرات اضافه‌کاری و بیکاری نسبت به تغییرات طول ایستگاه‌ها

برآیند این کاهش اضافه‌کاری و افزایش بیکاری، مثبت بوده و موجب کاهش تابع هدف می‌گردد؛ هر چند همان‌طور که در شکل ۵ مشهود است، شیب این کاهش بسیار کم بوده، به‌طوری‌که در فاصله ۱,۱ تا ۱,۲ این کاهش بسیار ناچیز است.

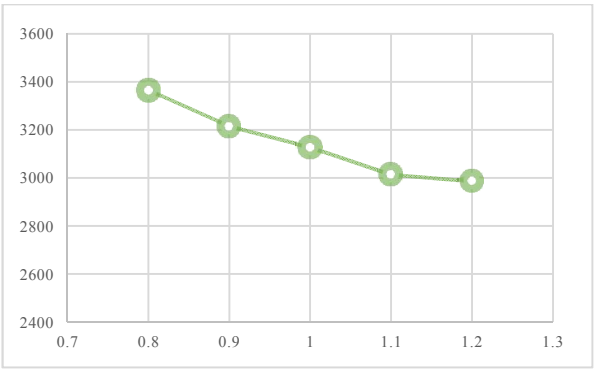

Fig. 5 Changes in the objective function compared to the changes in the length of the stations

شکل ۵ تغییرات تابع هدف نسبت به تغییرات طول ایستگاه‌ها

بنابراین با کمی افزایش محل کار هر ایستگاه می‌توان هزینه‌های مدل را کاهش داد که البته باید به تعادل بین این کاهش هزینه و افزایش هزینه ناشی از زیاد شدن طول ایستگاه نیز توجه داشت. قابل ذکر است که افزایش و یا کاهش بیش‌ازحد طول ایستگاه، فضای شدنی بین محدودیت‌ها را از بین می‌برد و مدل نشدنی می‌گردد که این مقدار برای هر مسئله متفاوت است.

۴- نتیجه‌گیری

در این مقاله مدل‌سازی برای تعیین توالی خطوط مونتاژ ترکیبی در محیط سفارش مبنا و تعیین سفارش‌های از دست رفته و پذیرفته شده با توجه به منابع در دسترس صورت گرفت که مبحثی جدید در ادبیات موضوع می‌باشد. مدل پیشنهادی منجر

به رقابت با دیگر تولیدکنندگان و تحویل سفارش مشتری در موعد تحویل می‌گردد. مدل‌های توالی حتی با در نظر گرفتن محدودیت‌های ساده نیز جزء مسائل سخت دسته‌بندی می‌گردد که با در نظر گرفتن فرضیات مربوط به مشتری مداری، پیچیده‌تر گردید. با بررسی محدودیت‌های سخت مدل، از روش آزادسازی لاگرانژ استفاده شد که جهت اطمینان از عملکرد صحیح، مدل ریاضی در سایزهای کوچک و بزرگ با روش دقیق سیپلکس و روش پیشنهادی حل گردید. جمع‌بندی نتایج نشان می‌دهد که زمان اجرای روش سیپلکس با افزایش ابعاد مسئله به‌صورت نمایی افزایش می‌یابد. برای مسائل سایز کوچک، گپی حدود یک درصد در روش آزادسازی لاگرانژ مشاهده می‌گردد و حداکثر مقدار این گپ در مسائل سایز بزرگ کمتر از چهار درصد می‌باشد و زمان حل بسیار منطقی است؛ بنابراین می‌توان گفت که در مسائل مختلف، روش پیشنهادی لاگرانژ بسیار کارا بوده است و عملکرد بهتری از سیپلکس داشته است و در نتیجه روش مناسبی برای حل مدل ریاضی ارائه شده به‌خصوص در ابعاد بزرگ می‌باشد.

۵- فهرست علائم

T	افق برنامه‌ریزی استفاده شده برای پردازش دسته‌ای سفارش‌ها در مدل ATP
T	اندیس افق برنامه‌ریزی شده
t	مجموعه سفارش‌ها مشتریان با دو دسته سفارش‌ها نرمال و سفارش‌ها با اولویت در دوره t
$O_t \in \{NO_t / PO_t\}$	مجموعه مدل‌های محصولات
M	اندیس انواع مدل‌ها
m	مجموعه ایستگاه‌های کاری
J	اندیس ایستگاه‌های کاری
j	مقدار تقاضای قابل تعهد توسط خط تولید از مدل m برای سفارش o بعد از اجرای مدل ATP
d'_{mo}	تعداد کل محصولات سفارش‌های مختلف که طبق خروجی مدل ATP، قطعاً توسط خط مونتاژ تولید می‌شوند (اندیس موقعیت در توالی: i)
$I = \sum_{i=1}^{M}\sum_{o=1}^{O} d'_{mo}$	طول ایستگاه ژام
L_j	تقاضای مدل m برای سفارش o در دوره t
d_{mot}	حداکثر زمان تحویل برای سفارش o در دوره t
$dd_{ot}^{\max}$	زمان پردازش مدل m در ایستگاه j در ساعات عادی
p_{mj}	زمان پردازش مدل m در ایستگاه j در ساعات اضافه‌کاری
p_{mj}^{o}	زمان پردازش مدل m در ایستگاه j در ساعات پیمان‌کاری
p_{mj}^{s}	بیشترین ظرفیت در دسترس برای ایستگاه j در ساعات عادی
RTC_j	بیشترین ظرفیت در دسترس برای ایستگاه j در ساعات اضافه‌کاری
OTC_j	بیشترین ظرفیت در دسترس برای ایستگاه j در ساعات پیمان‌کاری
STC_j	کل زمان پردازش مدل m در ساعات عادی
p_m	کل زمان پردازش مدل m در ساعات اضافه‌کاری
p_m^o	کل زمان پردازش مدل m در ساعات پیمان‌کاری
p_m^s	سرعت نقاله
v_c	فاصله زمانی بین ورود دو محصول در خط
γ	جریمه هر واحد از سفارش‌های از دست رفته مدل m برای سفارش o
L_{mo}	هزینه تولید مدل m در ساعات عادی
Cr_m	هزینه تولید مدل m در ساعات اضافه‌کاری
Co_m	هزینه تولید مدل m در ساعات پیمان‌کاری
Cs_m	هزینه هر واحد مواد خام
RM_c	هزینه محصولات مدل m که برای سفارش o که در دوره t در تاریخ مقرر تحویل داده می‌شوند
Pr_{mot}	هزینه محصولات مدل m که برای سفارش o که در دوره t بعد از تاریخ مقرر تحویل داده می‌شوند
$\mathrm{P'r'}_{mot}$	مقدار قطعات مورد نیاز مدل m برای سفارش o در دوره t
IP_{mot}	موجودی انتهای دوره t از قطعات مورد نیاز مدل m برای سفارش o
I_{mot}	هزینه نگهداری از قطعات مورد نیاز مدل m برای سفارش o در دوره t
C_{mot}	تعداد سفارش‌های از دست رفته مدل m برای

	سفارش o در دوره t
x'_{mot}	متغیر: تعداد محصولات مدل m که برای سفارش o در دوره t در تاریخ مقرر تحویل داده شدند
y_{mot}	متغیر: تعداد محصولات مدل m که برای سفارش o در دوره t در تاریخ مقرر تحویل داده نشدند
y'_{mot}	متغیر: تعداد محصولات مدل m که برای سفارش o در دوره t در ساعات عادی تولید شدند
R_{mot}	متغیر: تعداد محصولات مدل m که برای سفارش o در دوره t در ساعات اضافه‌کاری تولید شدند
O_{mot}	متغیر: تعداد محصولات مدل m که برای سفارش o در دوره t در ساعات پیمان‌کاری تولید شدند
S_{mot}	متغیر: تعداد واحدهایی از مواد خام که برای مدل m از سفارش o در دوره t استفاده شدند
up_{mot}	هزینه دیرکرد سفارش o
C_o^{tar}	هزینه زودکرد سفارش o
C_o^{ear}	مقدار زودکرد سفارش o
E_o	مقدار دیرکرد سفارش o
T_o	هزینه بیکاری اپراتور در هر ایستگاه (واحد پول به ازای هر دقیقه بیکاری)
C_{Idl}	هزینه اضافه‌کاری اپراتور در هر ایستگاه (واحد پول به ازای هر دقیقه اضافه‌کاری)
C_U	متغیر باینری: برابر یک است اگر مدل m به سیکل i برای سفارش o تخصیص یابد
x_{imo}	حداکثر زمان تحویل برای سفارش o برای یک دوره مشخص برای تعیین توالی محصولات
$dd_o^{\max}$	حداقل زمان تحویل برای سفارش o برای یک دوره مشخص برای تعیین توالی محصولات
$dd_o^{\min}$	زمان تکمیل محصول برای سفارش o
Q_o	متغیر: نقطه شروع کار روی محصول در سیکل i در ایستگاه j (سانتیمتر)
Z_{ij}	متغیر: مدت‌زمان اضافه‌کاری در سیکل i در ایستگاه j (دقیقه)
U_{ij}	متغیر: مدت‌زمان بیکاری در سیکل i در ایستگاه j (دقیقه)

۶- تقدیر و اقراریه

بدین‌وسیله از همه افرادی که نویسنده را در طی تحقیق حمایت کرده‌اند، کمال تشکر و قدردانی را دارم. این پژوهش از طرف دانشگاه کوثر بجنورد با شماره قرارداد ۰۱۰۸۲۸۱۹۰۱ حمایت شده است.

۷- مراجع

[1] J. F. Bard, E. Dar-Elj, A. Shtub, An analytic framework for sequencing mixed model assembly lines, *The International Journal of Production Research*, Vol. 30, No. 1, pp. 35-48, 1992. https://doi.org/10.1080/00207549208942876.

[2] N. Boysen, M. Fliedner, A. Scholl, Sequencing mixed-model assembly lines: Survey, classification and model critique, *European Journal of Operational Research,* Vol. 19, No. 2, pp. 349-373, 2009. https://doi.org/10.1016/j.ejor.2007.09.013.

[3] H. Mosadegh, S. F. Ghomi, G. Süer, Stochastic mixed-model assembly line sequencing problem: Mathematical modeling and Q-learning based simulated annealing hyper-heuristics, *European Journal of Operational Research.*, Vol. 282, No. 2, pp. 530-544, 2020. https://doi.org/10.1016/j.ejor.2019.09.021.

[4] M. Rabbani, R. Heidari, H. Farrokhi-Asl, A bi-objective mixed-model assembly line sequencing problem considering customer satisfaction and customer buying behaviour, *Engineering Optimization*, Vol. 50, No. 12, pp. 2123-2142, 2018. https://doi.org/10.1080/0305215X.2018.1431234.

[5] Z. I. Kucukkoc, Z. Zhang, Branch, bound and remember algorithm for two-sided assembly line balancing problem, *European Journal of Operational Research*, 2020. https://doi.org/10.1016/j.ejor.2020.01.032.

[6] M. O. Ball, C. Chen, Z. Zhao, Available to promise, Handbook of quantitative supply chain analysis, *Springe*r, pp. 447-483, 2004.

[7] Q. Yin, X. Luo, J. Hohenstein, Design of mixed-model assembly lines integrating new energy vehicles, *Machines,* Vol. 9, No. 12, pp. 352-379, 2021. https://doi.org/10.3390/machines9120352.

[8] M. Rabbani, R. Heidari, H. Farrokhi-Asl, A bi-objective mixed-model assembly line sequencing problem considering customer satisfaction and customer buying behaviour, *Engineering Optimization*, Vol. 50, No. 12, pp. 2123-2142, 2019. https://doi.org/10.1080/0305215X.2018.1431234.

[9] L. Belkharroubi, K. Yahyaoui, Solving the mixed-model assembly line balancing problem type-I using a Hybrid Reactive GRASP, *Production and Manufacturing Research,* Vol. 10, No. 1, pp. 108-131, 2022. https://doi.org/10.1080/21693277.2022.2065380.

[10] W. Zhang, L. Hou, R. Jiao, Dynamic takt time decisions for paced assembly lines balancing and sequencing considering highly mixed-model production: An improved artificial bee colony optimization approach, *Computers and Industrial Engineering*, Vol. 161, 2021. https://doi.org/10.1016/j.cie.2021.107616.

[11] Q. Liu, W. Wang, K. Zhu, C. Zhang, Y. Rao, Advanced scatter search approach and its application in a

sequencing problem of mixed-model assembly lines in a case company, *in Engineering Optimization iFirst*, 2013. https://doi.org/10.1080/0305215X.2013.846334.

[12] J. Bautista, R. Alfaro, C. Bata, Modeling and solving the mixed-model sequencing problem to improve productivity, *International Journal of Production Economics*, Vol. 161, pp. 83-95, 2015. https://doi.org/10.1016/j.ijpe.2014.11.018.

[13] Y. Zhang, P. B. Luh, K. Yoneda, Mixed-model assembly line scheduling using the Lagrangian relaxation technique, *IIE Transactions*, Vol. 50, No. 12, pp. 125-134, 2000. https://doi.org/10.1023/A:1007606213971.

[14] M. Rabbani, S. Sadri, N. Manavizadeh, H. Rafiei, A novel bi-level hierarchy towards available-to-promise in mixed-model assembly line sequencing problems, *Engineering Optimization.* Vol. 47, No. 7, pp. 947-962, 2015. https://doi.org/10.1080/0305215X.2014.933823.

[15] C. Hyun, Y. Kim, Y. Kim, A genetic algorithm for multiple objective sequencing problems in mixed model assembly lines, *Computers and Operations Research*. Vol. 25, No. 7, pp. 675-690, 1998. https://doi.org/10.1016/S0305-0548(98)00026-4.