



تحلیل استاتیکی خمش و کمانش ورق متخلخل تابعی با استفاده از تئوری برشی

محمدجواد خوش‌گفتار^{۱*}، منا حاجی‌ویسه^۲

۱- استادیار، دانشکده فنی و مهندسی، دانشگاه اراک، اراک، ایران

۲- کارشناسی ارشد، دانشکده فنی و مهندسی، دانشگاه اراک، اراک، ایران

* اراک، صندوق پستی ۳۸۴۸۱۷۷۵۸۴، m-khoshgoftar@araku.ac.ir

چکیده

اطلاعات مقاله

در این مطالعه کمانش الاستیک و خمش استاتیک ناشی از تغییر شکل برشی یک ورق متخلخل مدرج تابعی بر اساس تئوری تغییر شکل برشی، بررسی شده است. تأثیر نوع و میزان تخلخل بر رفتار مکانیکی ورق با استفاده از اصل انرژی پتانسیل، هدف اصلی این تحقیق می‌باشد. مدول الاستیسیته و چگالی جرمی ورق متخلخل با توجه به دو الگوی توزیع مشخص، در جهت ضخامت درجه‌بندی شده‌اند. سیستم معادلات دیفرانسیل جزئی حاکم بر رفتار کمانش و رفتار خمشی ورق از اصل همپلتون به‌دست آمده و برای محاسبه بارهای بحرانی کمانش و انحنای خمش عرضی، روش رینتز به کار برده شده است. جهت اعتبارسنجی روش و نتایج ارائه‌شده این پژوهش، مقایسه با نتایج ارائه‌شده در مراجع و مقالات معتبر انجام شده است. علاوه بر آن، نتایج مدل‌سازی المان محدود با تحلیل حاضر مقایسه شده است؛ همچنین مطالعه پارامتری برای بررسی اثرات ضریب تخلخل و نسبت طول به ضخامت ورق بر کمانش و خواص خمشی ورق‌های متخلخل دارای تکیه‌گاه ساده در چهار طرف انجام شده است. در این تحقیق مقدار بار کمانش و رفتار خمشی ورق متخلخل مدرج تابعی با الگوی توزیع تخلخل مشخصی بررسی شده و با توجه به دو الگو توزیع تخلخل متفاوت و در نظر گرفتن اندازه‌های مختلف صفحات، بار بحرانی کمانش و اندازه خمش این صفحات محاسبه شده است. طبق نتایج مطالعه پارامتری ورق‌های متخلخل، با افزایش ضریب تخلخل و نسبت طول به ضخامت، اندازه کمانش و میزان خمش افزایش می‌یابد. نتایج این پژوهش در راستای انتخاب درست میزان و نحوه توزیع تخلخل در طراحی‌های مختلف مانند ایمپلنت‌ها کاربرد دارد.

مقاله پژوهشی
دریافت: ۲۹ آبان ۱۴۰۱
داوری اولیه: ۲۷ آذر ۱۴۰۱
پذیرش: ۱۳ اسفند ۱۴۰۱
کلیدواژه‌گان:
کمانش
خمش استاتیک
ورق متخلخل
مدرج تابعی
تئوری تغییر شکل برشی

Buckling and bending analysis of functional porous plate using shear deformation theory

Mohammad javad Khoshgoftar^{*}, Mona Hajiveisheh

Department of Mechanical Engineering, Faculty of Engineering, Arak University, Arak, Iran

* P.O.B. 38156-88349 Arak, Iran, m-khoshgoftar@araku.ac.ir

Article Information

Original Research Paper
Received: 20 November 2022
First Decision: 18 December 2022
Accepted: 4 March 2023

Keywords:

Buckling
Static bending
Porous sheet
Functional graded
Shear deformation theory

Abstract

In this study, the elastic buckling and static bending of a functionally graded porous plate based on shear deformation theory have been investigated. The effect of the type and degree of porosity on the mechanical behavior of the plate using the principle of potential energy is the main goal of this research. The modulus of elasticity and mass density of the porous sheet are graded in terms of thickness according to two different distribution patterns. The system of partial differential equations governing the buckling and bending behavior of the plate is derived from Hamilton's principle. The Ritz method is used to calculate the critical buckling loads and transverse bending curvature. In order to validate the method and the results presented in this research, a comparison was made with the results presented in authoritative references and articles. In addition, the finite element modeling results have been compared with the present analysis. Also, a parametric study has been performed to investigate the effects of porosity coefficient and length to thickness ratio of plate on buckling and flexural properties of porous sheets with simply support boundaries. The effect of different porosity distributions on plate performance is discussed. In this research, by applying different porosity coefficients and changes in length to thickness ratio, buckling load and flexural behavior of a graded porous plate with a specific porosity distribution pattern has been investigated. According to parametric study of porous plate, the buckling load and the maximum transverse displacement on bending increase with increasing the porosity coefficient and the ratio of length to thickness. The results of this study are used to design of porous plate in various designs such as implants.

Please cite this article using:

برای ارجاع به این مقاله از عبارت ذیل استفاده نمایید:

M.J. Khoshgoftar, M. Hajiveisheh, Buckling and bending analysis of functional porous plate using shear deformation theory, Iranian Journal of Manufacturing Engineering, Vol. 9, No. 8, pp. 34- 43, 2022 (in Persian). <https://www.doi.org/10.22034/IJME.2023.370966.1714>

۱- مقدمه

ورق‌ها در سازه‌های صنعتی مخصوصاً صنایع کشتی‌سازی و هوانوردی بسیار کاربرد دارند و اغلب تحت بار فشاری درون صفحه و نیروهای برشی قرار می‌گیرند و دچار تغییر شکل می‌شوند. این تغییر شکل ممکن است به صورت خمش یا کمانش صورت گیرد. کمانش ممکن است در اعضای فشاری، در تنش کمتر از تنش تسلیم ماده رخ دهد. در این حالت کمانش، الاستیک نامیده می‌شود و نیرویی که در آن کمانش رخ می‌دهد، بار بحرانی کمانش نامیده می‌شود. خمش یکی دیگر از عواملی است که ممکن است در طول بارگذاری برای یک سازه رخ بدهد و بر اثر اعمال یک نیروی خارجی عمود بر محور طولی عضو سازه به وجود آید. امروزه استفاده از مواد ترکیبی برای به دست آوردن خواص مطلوب در صنایع پیشرفته بیشتر کاربرد دارد. اوایل در سازه‌ها استفاده از مواد مرکب لایه‌ای با خواص مختلف در هر سطح رایج بوده است ولی این ترکیب در اثر تنش پسماند باقی‌مانده عمر کمی داشته و لایه‌لایه شده است و در نهایت با استفاده از موادی که خواص آن به‌طور پیوسته از سطحی به سطح دیگر تغییر می‌کند، این مشکلات رفع شده است؛ بنابراین بررسی و تحلیل ورق‌های ساخته‌شده از مواد مدرج حائز اهمیت گشته است. سازه‌های ساخته‌شده از مواد درجه‌بندی‌شده تابعی به دلیل مزیت‌های ویژه و منحصر به فرد خود نقش برجسته‌ای در صنعت دارند. این مواد که با توزیع درجه‌بندی‌شده تخلخل، در طول یک یا چند جهت عرضه می‌شوند، در جوامع مهندسی و تحقیقاتی مورد توجه عظیمی قرار گرفته‌اند و در دهه‌های گذشته، مطالعات زیادی در این زمینه انجام شده است. مواد جامدی که در ساختار خود دارای حفره و منافذ باشند، مواد متخلخل نامیده می‌شود و در کل مجموعه‌هایی از سلول هستند که به‌وسیله یال یا جوه جامد تجمع یافته‌اند. تخلخل یکی از مفاهیم مهم و اصلی مواد متخلخل است که می‌تواند کاربرد ماده را از یک بخش به بخشی کاملاً متفاوت تغییر دهد و از تقسیم حجم حفرات بر حجم کلی ماده به دست می‌آید. مساحت سطحی ماده متخلخل از ماده غیر متخلخل خود بیشتر است و حفره‌ها در داخل ساختار متخلخل ممکن است در شبکه‌ای منظم و کریستالی، شبه کریستالی یا بی‌نظم قرار گیرند. مواد متخلخل به دو دسته تقسیم می‌شوند؛ دسته اول مواد متخلخل با حفرات باز هستند که حفرات به سطح ماده دسترسی دارند و سلول‌ها از طریق جوه باز به یکدیگر متصل شده‌اند و در فرآیندهای کاتالیستی، جداسازی و فیلتراسیون کاربرد دارند. دسته دوم مواد متخلخل با حفرات بسته هستند که حفرات در درون ماده

محبوس هستند و هر سلول از سلول‌های همسایه خود مجزا است و برای ساخت عایق‌های حرارتی، صوتی و وسایلی با چگالی پایین استفاده می‌شوند [۱]. اکنون فنونی برای فومی شکل کردن نه فقط مواد آلی بلکه فلزات، سرامیک‌ها و شیشه‌ها وجود دارد و فلزات سنگین و فوم‌های فلزی در حال حاضر تمرکز فعالیت‌های تحقیقاتی و توسعه بسیار فعال هستند. حدود ۱۵۰ موسسه بر روی فوم‌های فلزی در سراسر جهان کار می‌کنند که بیشتر آن‌ها بر روی ساخت و ویژگی‌های آن‌ها تمرکز دارند. این شرکت‌ها در حال توسعه و تولید این مواد هستند و از آن در کاربردهای صنعتی متعدد مانند ساختارهای سبک، ایمپلنت‌های زیست پزشکی، فیلترها، الکترودها، کاتالیزورها و مبدل‌های حرارتی استفاده می‌کنند [۲]. بسیاری از خصوصیات فیزیکی مانند رسانایی گرمایی، استحکام، چگالی و غیره به ساختار منافذ و میزان تخلخل یک جسم بستگی دارد. کنترل دقیق منافذ، به‌ویژه در کاربردهای صنعتی، مثلاً در طراحی کاتالیزورها، غشاءها، مواد جاذب صنعتی، سرامیک‌ها و مواد ساختمانی اهمیت زیادی دارد؛ همچنین، تخلخل یکی از عواملی است که در واکنش‌پذیری شیمیایی و برهم‌کنش‌های فیزیکی جامدات با مایعات و گازها تأثیر می‌گذارد.

یکی دیگر از خاصیت‌های مواد متخلخل سبک بودن وزن آن‌ها است. کاردوسو و اولیویرا بر استفاده از فوم‌های فلزی در طراحی خودرو به دلیل کاهش وزن، از طریق مدل‌سازی و شبیه‌سازی کامپیوتری تأکید داشتند و برای تحلیل ساختاری، از نرم‌افزار المان محدود اباکوس استفاده کردند [۳]. ربیعی و وندرا خواص فوم فلزی مرکب و دیگر فوم‌های فلزی را مقایسه کردند [۴]. لیم و همکاران رفتار فشرده‌سازی تک‌محوری فوم‌های فلزی توخالی و فوم‌های فلزی حجیم را به‌طور تجربی مورد بررسی قرار دادند [۵]. کاربردهای ساختاری، تولید، خواص مواد و مدل‌سازی مواد فومی فولادی به‌صورت پیشرفته بررسی شده است تا نقش اصلی چگالی مواد را نشان دهند و امکان‌پذیر بودن فوم‌های فلزی برای استفاده در کاربردهای داخلی یا ساختاری مشخص شود [۶]. راج و همکاران با استفاده از تکنیک تولید تجاری لحیم‌کاری دو ورق به یک هسته فوم، پانل‌های فوم فولادی ضدزنگ مستطیلی را ساخته و پس از انجام تست‌های لازم، نتایج را با داده‌های منتشرشده از فوم‌های فلزی و پلیمری و فوم‌های تغییر شکل یافته پیشنهادی سلول باز مقایسه کردند [۷]. بانهارت احتمالات مربوط به ساخت فوم‌های فلزی و دیگر ساختارهای فلزی متخلخل را مورد بررسی قرارداد [۸].

مانند ضریب تخلخل یا نسبت طول به ضخامت مورد تجزیه و تحلیل قرار گرفته است.

اولین بررسی نظری کمانش صفحات توسط براین در سال ۱۸۹۱ برای صفحه ساده تحت فشار یکنواخت انجام شد [۱۶]. از آن زمان محققان زیادی ناپایداری محلی صفحات تحت طیف گسترده‌ای از بارگذاری‌ها و شرایط مرزی‌های مختلف را بررسی کردند. جباری و همکاران تجزیه و تحلیل کمانش یک صفحه مدور، جامد و محکم ساخته شده از مواد متخلخل را ارائه دادند [۱۷].

آن‌ها خواص صفحه در ضخامت را متغیر و شرایط مرزی صفحه را به صورت تکیه‌گاه ساده و گیردار در نظر گرفتند. نتایج به دست آمده برای صفحات متخلخل دایروی، همگن و متخلخل/ غیرخطی و توزیع متقارن مقایسه گردیده است. ویسواناتان و همکاران تحلیل کمانش مقاطع تقویت شده توسط لایه‌های کامپوزیتی را مورد تحلیل قرار دادند [۱۸]. با استفاده از روش تجزیه و تحلیل بهینه‌سازی در این مقاله می‌توان اعضای ضعیف که سریع‌تر دچار کمانش می‌شوند را شناسایی و تقویت کرد.

بیکاکیس و همکاران پاسخ کمانش الاستیک ورقه‌های مستطیلی کامپوزیتی با الیاف فلزی را با توجه به سه نوع تکیه‌گاه مختلف در معرض تنش‌های برشی مورد بررسی قرار دادند و از روش اجزای محدود و آنالیز کمانش ویژه استفاده کردند [۱۹]. خوش گفتار

ورق مدرج تابعی را با استفاده از تئوری مرتبه دوم بررسی کرده است [۲۰]. برای این منظور از حل المان محدود و شبیه‌سازی در نرم‌افزار آباکوس استفاده شده است و تأثیر پارامترهای مختلف نظیر نسبت‌های ابعادی مختلف و توان در مدل مدرج تابعی نیز بر میزان بار بحرانی در کمانش به دست آمده است. لطیفی و همکاران با حل معادلات کمانش و اعمال شرایط مرزی در حالتی که لبه‌های ورق تحت مجموعه‌ای از فنرهای پیچشی و کششی قرار گرفته‌اند، بار بحرانی در شرایط مرزی مختلف و همچنین تغییرات بار بحرانی بر اساس نسبت ابعادی ورق، تغییرات توان

مدل FGM و نسبت بارگذاری در دو راستای ورق را مورد بررسی قرار دادند [۲۱]. مگنوسکا-بلاندزی کمانش و خمش یک صفحه متخلخل مدور با تکیه‌گاه ساده تحت فشردگی یکنواخت شعاعی و بار توزیع یکنواخت (فشاری) را محاسبه و نتایج به دست آمده را با نتایج صفحات مدور همگن مقایسه کردند [۲۲]. کامران فرد و همکاران یک حل تحلیلی برای کمانش ورق‌های قطاعی حلقوی متخلخل ارائه داده‌اند. ابتدا معادلات تعادل و شرایط مرزی ورق،

طبق فرضیات تئوری برشی مرتبه اول ورق و با استفاده از اصل حداقل انرژی پتانسیل به دست آمده‌اند. پس از حل معادلات، با در نظر گرفتن شرایط مرزی تکیه‌گاه ساده در لبه‌های شعاعی و

خواص فشرده‌سازی دینامیکی و شبه استاتیک آلومینیوم متخلخل با چگالی نسبی تقریباً ثابت و چهار اندازه منافذ مختلف مورد بررسی قرار گرفت و طبق نتایج مشخص شد که با نرخ کرنش یکسان، تمام خصوصیات فشرده‌سازی شبه استاتیک و دینامیک اساساً مستقل از اندازه منافذ هستند [۹]. نتایج تحقیقات کی.ال.ال و همکارانش نشان می‌دهد که تأثیر اندازه منافذ روی خمش، کمانش و مشخصه‌های ارتعاشی زمانی قابل توجه است که نسبت ضخامت ریزگردها^۱ به پارامتر مقیاس طول مواد کم‌تر از ۱۰ باشد [۱۰].

اوا مگنوکا-بلاندزی و زیگنیو والچاک مدل‌سازی ریاضی یک صفحه دایره‌ای سه لایه با خواص مکانیکی متغیر را بررسی کردند. در این تحقیق، صفحه با تکیه‌گاه ساده تحت فشار قرار گرفته و با استفاده از روش بوبنوف-گالرکین^۲ تغییر شکل‌های ماکزیمم، تنش‌های نرمال و تنش‌های برشی محاسبه شده است [۱۱]. کاشتالیان و ماریا راه‌حل الاستیسیته سه‌بعدی برای یک صفحه از جنس مواد هدفمند که تحت بارگذاری عرضی قرار دارد را توسعه داده‌اند [۱۲]. آن‌ها با در نظر گرفتن مدول یانگ صفحه به صورت نمایی در راستای ضخامت و ضریب پواسون ثابت، وابستگی میدان تنش و جابجایی در صفحه نسبت به ناهمگنی، هندسه و بارگذاری را محاسبه نمودند.

بناتا و همکاران خمش غیرخطی صفحات مدرج تابعی تحت فشار را با استفاده از نظریه چهار صفحه اصلاح‌شده متغیر بررسی کردند [۱۳]. آن‌ها معادلات اساسی صفحات مربعی ضخیم FG برای انحرافات بزرگ با استفاده از تئوری ون-کارمن^۳ بدست آوردند. ونگ یان و همکاران با توجه به خواص ماده در طول ضخامت صفحه، خمش متقارن محوری صفحات دایره‌ای ایزوتوپ جانبی و هدفمند تحت بارگذاری عرضی دلخواه را با استفاده از روش جابجایی مستقیم بررسی کردند [۱۴]. مگنوکا و همکاران یک صفحه مستطیلی ساخته شده از مواد متخلخل را موضوع کار خود قرار دادند [۱۵]. خصوصیات مکانیکی صفحه مورد نظر آن‌ها به طور مدام با توجه به ضخامت صفحه تغییر می‌کند. با استفاده از اصل ثابت بودن انرژی پتانسیل کل، مجموعه پنج معادله تعادل برای بارگذاری عرضی و درون صفحه ورق به دست آمده است. با وجود شرایط مرزی تکیه‌گاه ساده، خمش صفحه تحت فشار عرضی و بار بحرانی درون صفحه تحت فشار محوری بررسی شده است. در مطالعه انجام شده اثر هر دو مورد بر پارامترهای حل

¹ Microlates

² Bubnov-Galerkin

³ Von-Karman

به‌عنوان مثال ارائه تئوری زیگزاگ به همراه در نظر گرفتن روابط غیرخطی برای کامپوزیت‌ها را می‌توان نام برد [۳۱ و ۳۲].

در مقاله حاضر یک ورق متخلخل تابعی را با دو نوع توزیع تخلخل مشخص در جهت ضخامت در نظر گرفته و اثرات ضریب تخلخل و نسبت طول به ضخامت ورق بر کمانش الاستیک و خمش استاتیکی بررسی شده است. محاسبات این ورق متخلخل با رگداری شده با تکیه‌گاه ساده در چهارطرف به کمک نرم‌افزار متمتیکا^۲ انجام شده است. معادلات حاکم بر ورق بر اساس تئوری تغییر شکل برشی به دست آمده و سپس با استفاده از اصل همپلتون و روش ریتز، کمانش و خمش استاتیکی ورق محاسبه گردیده است. توزیع تخلخل بر عملکرد ساختاری ورق تأثیر قابل توجهی در طراحی تخلخل‌ها برای دستیابی به مقاومت کمانش و رفتار خمشی دارد. نتایج این تحقیق برای مدل‌سازی ایمپلنت‌های تجزیه‌پذیر با زمان نیز می‌تواند مورد استفاده قرار گیرد.

۲- ورق متخلخل تابعی

یک ورق متخلخل تابعی با طول a ، عرض b و ضخامت h با دو نوع توزیع تخلخل متفاوت در جهت ضخامت در نظر گرفته شده است. این ورق در یک سیستم مختصات مستطیل شکل با محور z در جهت ضخامت، محور x در جهت طول و محور y در جهت عرض می‌باشد. هر دو توزیع تخلخل دارای حداکثر و حداقل مقادیر مدول الاستیک و چگالی جرمی هستند. در توزیع تخلخل نوع اول، (شکل ۱ الف) حداقل مقادیر در خط میانی ورق که منافذ داخلی بزرگ‌ترین اندازه و بیشترین تراکم را دارا هستند، وجود دارد و حداکثر مقادیر در سطوح بالایی و پایینی ورق است که برابر با مقادیر ورق‌های همگن ساخته‌شده از مواد خالص است؛ درحالی‌که در توزیع تخلخل نوع دوم، (شکل ۱ ب)) مدول‌های الاستیسیته و چگالی جرم حداکثر در سطح بالا و حداقل مقادیر در سطح پایین هستند. با توجه به توزیع تخلخل غیریکنواخت، E مدول یانگ، G مدول برشی و ρ چگالی جرمی برای توزیع تخلخل نوع اول (توزیع متقارن) به‌صورت معادلات (۱) و برای توزیع تخلخل نوع دوم (توزیع نامتقارن) به‌صورت معادلات (۲) تعریف شده است.

$$\begin{aligned} E(z) &= E_1[1 - e_0 \cos(\pi\zeta)] \\ G(z) &= G_1[1 - e_0 \cos(\pi\zeta)] \\ \rho(z) &= \rho_1[1 - e_m \cos(\pi\zeta)] \end{aligned} \quad (1)$$

شرایط مرزی دلخواه در لبه‌های محیطی بار بحرانی کمانش محاسبه شده است. آن‌ها تأثیر پارامترهای مختلف هندسی نظیر زاویه قطاع، ضخامت و شعاع داخلی ورق، همچنین تأثیر میزان تخلخل ورق بر بار بحرانی کمانش آن به ازای شرایط مرزی دلخواه روی لبه‌های محیطی را مورد بررسی قرار دادند. نتایج حاصل شده نشان می‌دهد که اثر افزایش میزان تخلخل موجود در ورق، در کاهش بار بحرانی کمانش، به‌مراتب کمتر از اثر پارامترهای هندسی و شرایط مرزی است [۲۳].

چن و همکاران اثرات ضریب تخلخل و نسبت لاغری بر کمانش و خواص خمشی تیرهای متخلخل را با استفاده از نرم‌افزار انسیس^۱ در شرایط مرزی مختلف بررسی کردند [۲۴]. مطالعات پارامتری آن‌ها نشان می‌دهد با افزایش ضریب تخلخل و یا نسبت باریکی تیر، اندازه کمانش و میزان خمش در تیرها افزایش می‌یابد. اکس سرف ارتعاش آزاد و خمش ایستایی یک ورق مدرج تابعی (FG) و شرایط مرزی تکیه‌گاه ساده در چهار طرف با وجود تخلخل را بررسی کرده است [۲۵]. خواص ورق با توجه به موقعیت متغیر و معادلات حاکم بر ورق با استفاده از اصل همپلتون و تئوری تغییر شکل برشی به دست آمده است. کریمی دارانی و قاسمی معادلات حاکم بر ورق مستطیل شکل را با تغییرات سختی مواد در راستای ضخامت با استفاده از نظریه تغییر شکل برشی مرتبه بالا (HSDT) ارائه داده‌اند [۲۶]. مهبود و عسگری خواص مکانیکی مواد زیستی متخلخل درجه‌بندی‌شده برای جایگزینی استخوان با استفاده از راه‌حل تحلیلی و عددی را بررسی کرده‌اند [۲۷]. آن‌ها تأثیر تغییرات ویژگی‌های هندسی المان بر خواص مکانیکی سازه را مورد مطالعه قرار دادند. این تغییرات تأثیر قابل توجهی بر خواص مکانیکی سازه داشته و با تعریف درست ویژگی‌های هندسی می‌توان کارایی و توزیع مناسب خواص مواد را برای کاربردهای مورد نظر به دست آورد.

در سال‌های اخیر نیز توسعه روش‌های حل و فرمول‌بندی حالت‌های مختلف بیشتر بر روی کامپوزیت‌ها انجام شده است. توسعه فرمول‌بندی المان محدود برای ارتعاشات و کمانش کامپوزیت تقویت‌شده با الیاف فلزی توسط موداپا و همکاران [۲۸] انجام شده است. همچنین همین تحلیل برای ورق‌های تقویت‌شده با نانولوله‌های کربنی و تحت بار ترمومکانیکی توسط چشمه و همکاران ارائه شده است [۲۹]. کمانش ورق کامپوزیتی نامتقارن توسط شریبر و همکاران مورد مطالعه قرار گرفته است [۳۰]. توسعه روش‌های نوین با هدف کاهش حجم محاسبات و افزایش دقت یکی از اهداف محققان در سال‌های اخیر بوده است.

² Mathematica

¹ ANSYS

۳- معادلات حاکم

تئوری تغییر شکل برشی مرتبه اول برای میدان جابجایی در این پژوهش در نظر گرفته شده است. در این تئوری فرض می‌شود که صفحات عمود بر سطح میانی، بعد از تغییر شکل دیگر بر سطح میانی عمود باقی نمی‌ماند. میدان جابجایی به صورت معادلات (۶) برای محاسبه اثر کرنش برشی عرضی ورق استفاده می‌شود. این کرنش در جهت ضخامت ثابت در نظر گرفته می‌شود.

$$\begin{aligned} u(x, y, z, t) &= u_0(x, y, t) + z \phi_x(x, y, t) \\ v(x, y, z, t) &= v_0(x, y, t) + z \phi_y(x, y, t) \\ w(x, y, z, t) &= w_0(x, y, t) \end{aligned} \quad (6)$$

u_0 ، v_0 و w_0 جابجایی صفحه میانی ورق و همچنین ϕ_x و ϕ_y چرخش نسبت به صفحه میانی را مشخص می‌کنند. معادلات (۷)، روابط کرنش-جابجایی خطی ورق را تعریف می‌کند. در این معادلات، ϵ_{xx} ، ϵ_{yy} و ϵ_{zz} کرنش‌های نرمال و ϵ_{xy} ، ϵ_{xz} و ϵ_{yz} کرنش‌های برشی می‌باشند.

$$\begin{aligned} \epsilon_{xx} &= \frac{\partial u_0}{\partial x} + z \frac{\partial \phi_x}{\partial x} \\ \epsilon_{yy} &= \frac{\partial v_0}{\partial y} + z \frac{\partial \phi_y}{\partial y} \\ \epsilon_{zz} &= \frac{\partial w_0}{\partial z} = 0 \\ 2\epsilon_{xy} &= \frac{\partial u_0}{\partial y} + z \frac{\partial \phi_x}{\partial y} + \frac{\partial v_0}{\partial x} + z \frac{\partial \phi_y}{\partial x} \\ 2\epsilon_{xz} &= \frac{\partial w_0}{\partial x} + \phi_x \\ 2\epsilon_{yz} &= \frac{\partial w_0}{\partial y} + \phi_y \end{aligned} \quad (7)$$

معادلات (۸) روابط تنش-کرنش ورق را تعریف می‌کند. در اینجا Q تابعی از E (مدول یانگ) و ν (ضریب پواسون) است و به صورت زیر تعریف می‌شود.

$$\begin{aligned} \sigma_{xx} &= Q_{11}(\epsilon_{xx} + \nu \epsilon_{yy}) \\ \sigma_{yy} &= Q_{11}(\epsilon_{yy} + \nu \epsilon_{xx}) \\ \sigma_{zz} &= Q_{11}(\nu \epsilon_{xx} + \nu \epsilon_{yy}) \\ \sigma_{xy} &= Q_{55} \times \gamma_{xy}; \sigma_{xz} = Q_{55} \times \gamma_{xz}; \sigma_{yz} = Q_{55} \times \gamma_{yz} \\ Q_{11}(z) &= \frac{E(z)}{1-\nu^2}; Q_{55}(z) = \frac{E(z)}{2(1+\nu)} \end{aligned} \quad (8)$$

با جایگذاری معادلات (۶)-(۸) در معادله انرژی کرنشی ورق متخلخل، رابطه کلی انرژی کرنشی U از رابطه (۹) به دست می‌آید.

$$\begin{aligned} E(z) &= E_1[1 - e_0 \cos(\frac{\pi}{2}\zeta + \frac{\pi}{4})] \\ G(z) &= G_1[1 - e_0 \cos(\frac{\pi}{2}\zeta + \frac{\pi}{4})] \end{aligned} \quad (2)$$

در معادلات (۱) و (۲)، $\xi = \frac{h}{2}$ است و ضریب تخلخل $e_0 = 1 - \frac{E_0}{E_1} = 1 - \frac{G_0}{G_1}$ که $0 < e_0 < 1$ است و پسوندهای 0 و 1 به ترتیب کمترین و بیشترین مقادیر را نشان می‌دهند. از نظر فیزیکی مقدار E_1 مدول یانگ در سطح بالا و پایین ورق ($z = \frac{h}{2}, z = -\frac{h}{2}$) در توزیع تخلخل نوع اول و در توزیع تخلخل نوع دوم مدول یانگ سطح بالایی ورق ($z = \frac{h}{2}$) را نشان می‌دهد. معادله (۳) رابطه بین مدول یانگ و مدول برشی، معادله (۴) ضریب تخلخل برای چگالی جرمی و معادله (۵)، رابطه بین مدول یانگ و چگالی جرمی برای فوم فلزی سلول باز را نشان می‌دهد [۲۴].

$$G_i = \frac{E_i}{2(1+\nu)} \quad (i = 0, 1) \quad (3)$$

$$e_m = 1 - \frac{\rho_0}{\rho_1} \quad (0 < e_m < 1) \quad (4)$$

$$\frac{E_0}{E_1} = \left(\frac{\rho_0}{\rho_1} \right)^2 \quad (5)$$

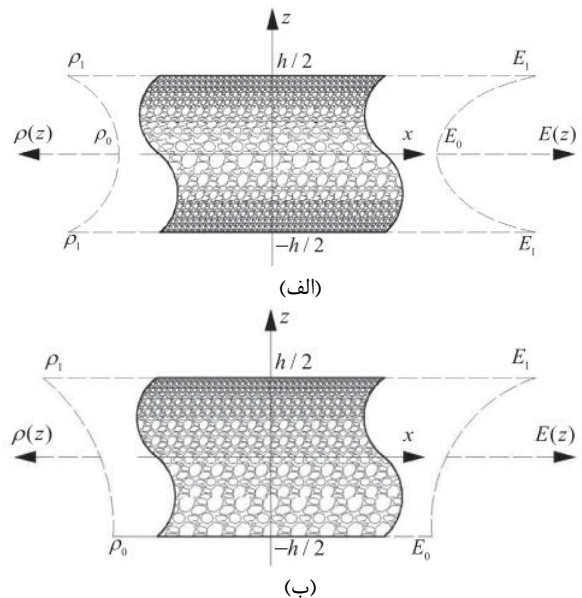


Fig. 1 Two patterns porosity distribution, a) symmetric porosity distribution and b) asymmetric porosity distribution

شکل ۱ دو الگوی توزیع تخلخل ورق، الف) توزیع تخلخل متقارن و ب) توزیع تخلخل نامتقارن

$$\frac{\partial \Pi}{\partial A_j} = 0, \frac{\partial \Pi}{\partial B_j} = 0, \frac{\partial \Pi}{\partial C_j} = 0, \frac{\partial \Pi}{\partial D_j} = 0, \frac{\partial \Pi}{\partial D'_j} = 0 \quad (13)$$

با توجه به معادلات (۱۳) یک دستگاه معادلات جبری به دست می‌آید که با حل این دستگاه ضرایب مجهول به دست می‌آیند. پس از محاسبه ضرایب مجهول، دترمینان ماتریس ضرایب ورق را برابر با صفر قرار داده و مقدار نیروی بحرانی کمانش به دست می‌آید. برای محاسبه اندازه انحراف و خمش ورق مقدار N_{x0} در معادله (۱۰) را صفر در نظر گرفته و پس از مشتق‌گیری و تشکیل دستگاه معادلات و حل آن، مقدار جابجایی عرضی ورق و در نهایت مقدار خمش ورق متخلخل نیز محاسبه می‌شود. مقدار بار بحرانی بی‌بعد شده کمانش از تقسیم نیروی محوری بر اجزای ماتریس سختی ورق همگن ساخته شده از مواد خالص طبق معادله (۱۴) به دست می‌آید. خواص فوم فولادی استفاده شده در این پژوهش در جدول ۱ آورده شده است.

$$P_{cr} = \frac{N_{x0}}{E_1 h} = \frac{N_{x0}(1-\nu^2)}{E_1 h} \quad (14)$$

جدول ۱ مشخصات ورق متخلخل تابعی [۲۴]

| Table 1 Characteristics of functional porous sheet [24] | |
|---|----------------------|
| 7850 kg/m ³ | چگالی ρ |
| 200 GPa | مدول یانگ اولیه E |
| 0.333 | ضریب پواسون ν |
| 10000 N/m ² | نیروی توزیعی وارده Q |

۴- نتایج و بحث

با جایگذاری معادلات در فرمول‌ها و انجام کد نویسی در نرم‌افزار محاسباتی متمتیکا به کمک توابع مثلثاتی، مقدار نیرو و بار بحرانی ورق متخلخل مدرج تابعی محاسبه شده است. با تغییر تعداد چندجمله‌ای‌ها، مودهای مختلف کمانش به دست می‌آید. در این مقاله محاسبات بر اساس مود اول کمانش (کوچک‌ترین مقدار N و M یعنی $N = M = 1$) با شرایط مرزی چهار طرف تکیه‌گاه ساده صورت گرفته است و مقدار بار بحرانی بی‌بعد شده P_{cr} و میزان بیشترین جابجایی ورق تحت خمش با توجه به تغییرات ضریب تخلخل و نسبت‌های مختلف طول به ضخامت محاسبه شده است.

ورق با ضریب تخلخل صفر در واقع یک ورق بدون تخلخل و توزیع همگن خواص خواهد بود. لذا در این حالت می‌توان نتایج حاصل از این پژوهش را با پژوهش‌های دیگران مقایسه نمود. در جدول ۲ نتایج حاصل از این تحلیل با دو مرجع دیگر مقایسه

$$U = \frac{1}{2} \iiint \left[\frac{E(z)}{1-\nu^2} \left(\frac{\partial u_0}{\partial x} + z \frac{\partial \phi_x}{\partial x} + \nu \frac{\partial v_0}{\partial y} + z \nu \frac{\partial \phi_y}{\partial y} \right) \left(\frac{\partial u_0}{\partial x} + z \frac{\partial \phi_x}{\partial x} \right) + \frac{E(z)}{1-\nu^2} \left(\frac{\partial v_0}{\partial y} + z \frac{\partial \phi_y}{\partial y} + \nu \frac{\partial u_0}{\partial x} + z \nu \frac{\partial \phi_x}{\partial x} \right) \left(\frac{\partial v_0}{\partial y} + z \frac{\partial \phi_y}{\partial y} \right) + \frac{E(z)}{2(1+\nu)} \left(\frac{\partial u_0}{\partial x} + z \frac{\partial \phi_x}{\partial x} \right) \left(\frac{\partial v_0}{\partial y} + z \frac{\partial \phi_y}{\partial y} \right) + \frac{E(z)}{2(1+\nu)} \left(\frac{\partial v_0}{\partial y} + z \frac{\partial \phi_y}{\partial y} \right)^2 + \frac{E(z)}{2(1+\nu)} \left(\frac{\partial u_0}{\partial x} + z \frac{\partial \phi_x}{\partial x} \right)^2 \right] dz dx dy \quad (9)$$

کار انجام شده در ورق تحت نیروی فشاری و در صفحه توسط معادله (۱۰) محاسبه می‌شود.

$$V = \int_0^b \left[\int_0^a \left(\frac{1}{2} N_{x0} \left(\frac{\partial w_0}{\partial x} \right)^2 + Q w_0 \right) dx \right] dy \quad (10)$$

در معادله فوق N_{x0} نیرو در راستای طول ورق و Q بار توزیع شده عرضی بر صفحه بالایی ورق ($z = h/2$) را نشان می‌دهد. طبق اصل همیلتون انرژی کل ورق متخلخل بر اساس اختلاف انرژی کرنشی و کار به دست می‌آید و به صورت معادله (۱۱) بیان می‌شود.

$$\Pi = U - V \quad (11)$$

جهت به دست آوردن جابجایی ورق، مطابق معادلات (۱۲) از توابعی به شکل توابع مثلثاتی که شرایط مرزی ورق با تکیه‌گاه ساده در چهار طرف را ارضا می‌کند، استفاده شده است.

$$u(x, y) = \sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^M A_j [i, j] \cos \left[\frac{i\pi}{a} x \right] \sin \left[\frac{j\pi}{b} y \right]$$

$$v(x, y) = \sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^M B_j [i, j] \sin \left[\frac{i\pi}{a} x \right] \cos \left[\frac{j\pi}{b} y \right]$$

$$w(x, y) = \sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^M C_j [i, j] \sin \left[\frac{i\pi}{a} x \right] \sin \left[\frac{j\pi}{b} y \right] \quad (12)$$

$$\phi(x, y) = \sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^M D_j [i, j] \cos \left[\frac{i\pi}{a} x \right] \sin \left[\frac{j\pi}{b} y \right]$$

$$\psi(x, y) = \sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^M D'_j [i, j] \sin \left[\frac{i\pi}{a} x \right] \cos \left[\frac{j\pi}{b} y \right]$$

N و M تعداد چندجمله‌ای‌های مثلثاتی را نشان می‌دهند که با تغییر تعداد آن‌ها مودهای مختلف کمانش به دست می‌آید و ضرایب D'_j و D_j و C_j ، B_j ، A_j مقادیر مجهول هستند. با توجه به اصل ریتز جهت به دست آوردن این ضرایب از انرژی کل مطابق با معادلات (۱۳) نسبت به هر کدام از ضرایب مشتق گرفته و برابر با صفر قرار داده شده است.

نسبت به توزیع نامتقارن در برابر خمش مقاومت بیشتری نشان می‌دهد؛ همچنین اختلاف بین بیشترین و کمترین انحراف در نسبت‌های طول به ضخامت کمتر در مقایسه با نسبت طول به ضخامت بزرگ‌تر، کمتر است. با توجه به این دو نمودار می‌توان نتیجه گرفت توزیع تخلخل متقارن نسبت به توزیع تخلخل نامتقارن از مقاومت خمشی بیشتر و ظرفیت کمانش بزرگ‌تری برخوردار است و هرچه ضخامت ورق کمتر و دارای تخلخل بیشتر در قسمت میانی خود باشد در اثر اعمال نیرو ضعیف‌تر برخورد خواهد کرد.

شده است. مقدار تقریباً یکسان بار بحرانی در سه روش نشان‌دهنده صحت نتایج به‌دست‌آمده در این تحلیل می‌باشد.

جدول ۲ مقایسه بار بحرانی بی‌بعد شده با پژوهش دیگران (a/h=20)

Table 2 Comparison of dimensionless critical load with others' research (a/h=20)

| تئوری | P_{cr} |
|-----------|----------|
| حل حاضر | ۰,۰۰۵۸ |
| مرجع [۳۳] | ۰,۰۰۵۷ |
| مرجع [۳۴] | ۰,۰۰۵۷ |

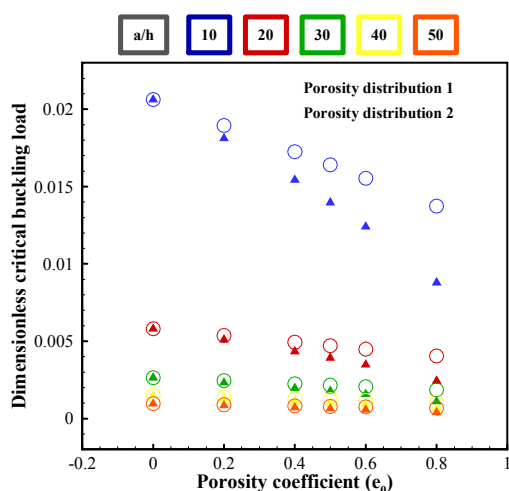


Fig. 2 Effects of porosity coefficient and length-to-thickness ratio on the dimensionless critical buckling load of functionally graded porous plate

شکل ۲ نمودار اثرات ضریب تخلخل و نسبت طول به ضخامت بر بار بحرانی کمانش بدون بعد ورق‌های متخلخل تابعی درجه‌بندی شده

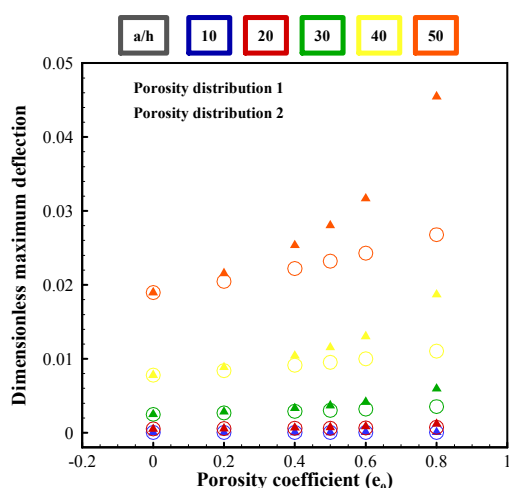


Fig. 3 Effect of porosity coefficient and length-to-thickness ratio on maximum dimensionless deflection of sheet under uniformly distributed load

شکل ۳ نمودار تأثیر ضریب تخلخل و نسبت طول به ضخامت بر حداکثر انحراف بدون بعد ورق تحت بار توزیع یکنواخت

شکل ۲ نمودار ورق متخلخل تابعی درجه‌بندی شده در دو حالت توزیع تخلخل متقارن و توزیع تخلخل نامتقارن، با توجه به تغییرات نسبت طول به ضخامت و تغییرات ضریب تخلخل را نشان می‌دهد. افزایش ضریب تخلخل و افزایش نسبت طول به ضخامت ورق منجر به کاهش بار بحرانی کمانش می‌شود. هرچه نسبت طول به ضخامت در ورق متخلخل کمتر باشد (با توجه به نمودار آبی‌رنگ)، افزایش ضریب تخلخل اثر بیشتری روی بار بحرانی دارد. این ورق در مقایسه با ورق‌هایی با نسبت طول به ضخامت بزرگ‌تر، تغییرات ضریب تخلخل، تأثیر بیشتری روی مقاومت آن در برابر بار بحرانی کمانش دارد. درحالی‌که در نسبت‌های بزرگ‌تر تفاوت زیادی بین بار بحرانی بزرگ‌ترین ضریب تخلخل و بار بحرانی کوچک‌ترین ضریب تخلخل دیده نمی‌شود؛ همچنین در این نمودار توزیع تخلخل متقارن نسبت به توزیع تخلخل نامتقارن از مقاومت کمانشی بزرگ‌تری برخوردار است. این مقاومت در نسبت طول به ضخامت‌های بزرگ‌تر، کمتر خود را نشان می‌دهد. بنابراین منافذ داخلی باعث کاهش سختی مؤثر ورق‌ها و افزایش نسبت طول به ضخامت باعث کاهش مقاومت کمانش در ورق‌ها می‌شوند.

شکل ۳ نمودار اثرات ضریب تخلخل و نسبت طول به ضخامت را بر بیشترین انحراف بدون بعد ورق‌های متخلخل تحت بار یکنواخت Q در دو حالت توزیع متقارن و نامتقارن نشان می‌دهد. انحراف بی‌بعد از تقسیم مقدار جابجایی عرضی بر ضخامت ورق به دست می‌آید. همان‌طور که نمودار نشان می‌دهد مقدار جابجایی ورق با افزایش تخلخل، افزایش می‌یابد و مقدار انحراف در الگوی توزیع تخلخل نامتقارن نسبت به حالت متقارن بیشتر است. نوع توزیع تخلخل در نسبت طول به ضخامت‌های کمتر اثر کمی دارد. برای نسبت طول به ضخامت‌های بالاتر، هر چه میزان تخلخل افزایش یابد، مقدار اختلاف بین دو حالت توزیع متقارن و نامتقارن بیشتر شده است. توزیع تخلخل متقارن

قسمت‌هایی که نیاز به تخلخل بیشتر در مرکز ورق است، مانند اتصال مجدد دو استخوان به هم و احیای بافت‌ها، استفاده از توزیع تخلخل نوع اول کاربردی‌تر است. در قسمت‌های سطحی نیز، مانند ترک خوردگی استخوان، تخلخل نوع دوم بهتر عمل می‌کند؛ زیرا در سطح پایین ورق تخلخل بیشتر است و فضای کافی را برای رشد بافت فراهم می‌کند. در نتیجه با استفاده از نمودارها و در نظر گرفتن شرایط مدنظر می‌توان طراحی مورد نیاز را برآورده کرد.

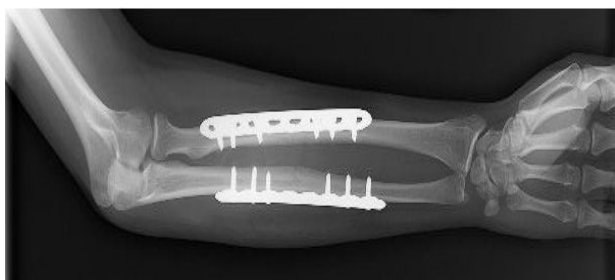


Fig. 4 Bone plates mounted on the hand bone [35]

شکل ۴ صفحات استخوانی نصب‌شده روی استخوان دست [۳۵]

۵- نتیجه‌گیری

کمانش الاستیک و خمش استاتیک ورق‌های متخلخل درجه‌بندی‌شده تابعی با شرایط مرزی تکیه‌گاه ساده و دو توزیع تخلخل متفاوت مورد بررسی قرار گرفت. روابط حاکم بر ورق بر اساس تئوری تغییر شکل برشی به دست آمد. از روش ریتز برای به دست آوردن بار بحرانی کمانش و انحراف خمشی ورق استفاده شد. نتایج عددی در مورد تأثیر ضریب تخلخل و نسبت طول به ضخامت بر بار بحرانی کمانش و حداکثر انحراف نشان می‌دهد:

- ۱- افزایش ضریب تخلخل و نسبت طول به ضخامت منجر به کاهش بار بحرانی کمانش ورق‌های متخلخل تابعی می‌شود.
- ۲- حداکثر انحراف برای ورق‌های متخلخل با افزایش ضریب تخلخل و نسبت طول به ضخامت افزایش می‌یابد. با کاهش ضریب تخلخل، تراکم تخلخل در ورق کاسته می‌شود و مقدار بار بحرانی افزایش می‌یابد؛ در نتیجه ورق می‌تواند مقدار بار بیشتری را تحمل کند.
- ۳- الگوی توزیع تخلخل تأثیر قابل توجهی در کمانش و رفتار خمشی ورق دارد. در مقایسه با الگوی توزیع نامتقارن، توزیع متقارن ظرفیت کمانش بهتر و مقاومت خمشی بهتری را ارائه می‌دهد. در نسبت طول به ضخامت بزرگ‌تر ورق‌ها، نحوه توزیع تخلخل نقش مهم‌تری در برابر رفتار خمشی و مقاومت کمانشی ایفا می‌کند؛ در نهایت با توجه به اهداف و کاربرد ورق مورد نظر، می‌توان نوع تخلخل مناسب را استفاده کرد.

با توجه به این دو نمودار می‌توان نتیجه گرفت توزیع تخلخل متقارن نسبت به توزیع تخلخل نامتقارن از مقاومت خمشی بیشتر و ظرفیت کمانش بزرگ‌تری برخوردار است و هرچه ضخامت ورق کمتر و دارای تخلخل بیشتر در قسمت میانی خود باشد در برابر اعمال نیرو مقاومت و پایداری کمتری خواهد داشت.

خمش استاتیکی ورق متخلخل، با الگوی توزیع تخلخل متقارن تحت تأثیر نیروی توزیعی یکنواخت در نرم‌افزار آباکوس شبیه‌سازی شده است. در این مدل‌سازی، تخلخل نوع اول اعمال شده و برای تعریف آن، سابروتین یومت به کار برده شده است. المان بندی ورق نیز با در نظر گرفتن المان‌هایی از جنس فولاد (با خواص ذکر شده در جدول ۱)، ضریب تخلخل ۰.۵ و نسبت طول به ضخامت ۵۰ انجام شده است. سپس با محاسبه جابجایی المان‌ها و مطالعه همگرایی مش از دقت در انتخاب تعداد المان‌ها در حل مسئله اطمینان حاصل شده است. بیشترین جابجایی ورق به‌عنوان مقیاس اعتبار سنجی مسئله و در شرایط اعمال بار توزیعی یکنواخت، در جدول ۳ نشان داده شده است. این نتایج نسبت به ضخامت بی‌بعد شده‌اند. اختلاف بین نتایج حدود ۷ درصد می‌باشد که این اختلاف با توجه به نوع المان و اندازه آن، اختلاف قابل قبولی است.

جدول ۳ مقایسه نتایج مقدار ماکزیمم انحراف بی‌بعد شده

Table 3 Comparison of the results of the maximum value of dimensionless deviation

| | |
|--|------------|
| نتیجه حاصل از محاسبات تحلیلی | ۰.۰۰۲۳۱۹۴۲ |
| نتیجه حاصل از محاسبات عددی توسط آباکوس | ۰.۰۰۲۱۳۸۴۲ |

همان‌طور که در مقدمه نیز به آن اشاره شد، یکی از کاربردهای ورق‌های متخلخل استفاده از آن‌ها به‌عنوان ایمپلنت در بدن است. تخلخل موجود در ورق امکان رشد بافت‌های زنده را فراهم کرده و از طرفی تخلخل تابعی استحکام لازم با توجه به شرایط بارگذاری را به وجود می‌آورد (شکل ۴). اگرچه با افزایش ضریب تخلخل و نسبت طول به ضخامت، مقاومت کمانشی و ظرفیت خمش کاهش می‌یابد اما نحوه توزیع تخلخل برای احیای بافت‌های زنده نقش مهمی را ایفا می‌کند. با انجام این پژوهش مشخص شد که در قسمت‌هایی که نمی‌توان از ورق‌هایی با نسبت طول به ضخامت بزرگ استفاده کرد، بهتر است از نوع تخلخل اول یا همان تخلخل متقارن در ورق استفاده کرد؛ زیرا این نوع توزیع تخلخل مقاومت خمشی بیشتر و ظرفیت تحمل بار بحرانی بیشتری در نسبت طول به ضخامت کمتر دارد؛ همچنین در

۶- مراجع

- of functionally graded plates under pressure loads using a four variable refined plate theory. *International Journal of Computational Methods*, Vol. 11, No. 4, pp. 1350062, 2014. <https://doi.org/10.1142/s021987621350062x>
- [14] W. Yun, X. Rongqiao, D. Haojiang, Three-dimensional solution of axisymmetric bending of functionally graded circular plates. *Composite Structures*, Vol. 92, No. 7, pp. 1683-1693, 2010. <https://doi.org/10.1016/j.compstruct.2009.12.002>
- [15] K. Magnucki, M. Malinowski, J. Kasprzak, Bending and buckling of a rectangular porous plate. *Steel and Composite Structures*, Vol. 6, No. 4, pp. 319-333, 2006. <https://doi.org/10.12989/scs.2006.6.4.319>
- [16] J. Rhodes, Buckling of thin plates and members—and early work on rectangular tubes. *Thin-Walled Structures*, Vol. 40, No. 2, pp. 87-108, 2002. [https://doi.org/10.1016/s0263-8231\(01\)00054-4](https://doi.org/10.1016/s0263-8231(01)00054-4)
- [17] M. Jabbari, A. Mojahedin, A. R. Khorshidvand, and M. R. Eslami, Buckling analysis of a functionally graded thin circular plate made of saturated porous materials. *Journal of Engineering Mechanics*, Vol. 140, No. 2, pp. 287-295, 2014. [https://doi.org/10.1061/\(asce\)em.1943-7889.0000663](https://doi.org/10.1061/(asce)em.1943-7889.0000663)
- [18] A. Viswanathan, S. Tsai-Chen, R. Miller, Buckling analysis for structural sections and stiffened plates reinforced with laminated composites. *International Journal of Solids and Structures*, Vol. 8, No. 3, pp. 347-367, 1972. [https://doi.org/10.1016/0020-7683\(72\)90094-7](https://doi.org/10.1016/0020-7683(72)90094-7)
- [19] G.S. Bikakis, C.D. Kalfountzos, E.E. Theotokoglou, Elastic buckling response of rectangular GLARE fiber-metal laminates subjected to shearing stresses. *Aerospace Science and Technology*, Vol. 87, pp. 110-118, 2019. <https://doi.org/10.1016/j.ast.2019.02.020>
- [20] M.J. Khoshgoftar, Second order shear deformation theory for functionally graded axisymmetric thick shell with variable thickness under non-uniform pressure. *Thin-Walled Structures*, Vol. 144, pp. 106286, 2019. <https://doi.org/10.1016/j.tws.2019.106286>
- [21] M. Latifi, F. Farhatnia, M. Kadkhodaei, Buckling of Rectangular Functionally Graded Material Plates under Various Edge Conditions. *Journal of Simulation and Analysis of Novel Technologies in Mechanical Engineering*, Vol. 2, No. 1, pp. 57-68, 2009. <https://doi.org/10.1016/j.euromechsol.2013.01.008>
- [22] E. Magnucka-Blandzi, Axi-symmetrical deflection and buckling of circular porous-cellular plate. *Thin-walled structures*, Vol. 46, No. 3, pp. 333-337, 2008. <https://doi.org/10.1016/j.tws.2007.06.006>
- [23] M.R. Kamranfard, A.R. Saidi, A. Naderi, Analytical Solution for Buckling of Annular Sectorial Porous Plates, *Aerospace Mechanics Journal*, Vol. 15, No. 1, pp. 137-152, 2019. (In Persian) https://maj.ihu.ac.ir/article_202599.html
- [24] Chen, J. Yang, S. Kitipornchai, Elastic buckling and static bending of shear deformable functionally graded porous beam. *Composite Structures*, Vol. 133, pp. 54-
- [1] K. Ishizaki, S. Komarneni, M. Nanko, Porous Materials: Process technology and applications. *Springer science & business media*, Vol. 4, 2013. <https://doi.org/10.1007/978-1-4615-5811-8>
- [2] L.P. Lefebvre, J. Banhart, D.C. Dunand, Porous metals and metallic foams: current status and recent developments. *Advanced engineering materials*, Vol. 10, No. 9, pp. 775-787, 2008. <https://doi.org/10.1002/adem.200800241>
- [3] E. Cardoso, B. Oliveira, Study of the use of metallic foam in a vehicle for an energy-economy racing circuit. *Materialwissenschaft Und Werkstofftechnik*, Vol. 41, No. 5, pp. 257-264, 2010. <https://doi.org/10.1002/mawe.201000594>
- [4] A. Rabiei, L. Vendra, A comparison of composite metal foam's properties and other comparable metal foams. *Materials Letters*, Vol. 63, No. 5, pp. 533-536, 2009. <https://doi.org/10.1016/j.matlet.2008.11.002>
- [5] T. Lim, B. Smith, D. McDowell, Behavior of a random hollow sphere metal foam. *Acta Materialia*, Vol. 50, No. 11, pp. 2867-2879, 2002. [https://doi.org/10.1016/s1359-6454\(02\)00111-8](https://doi.org/10.1016/s1359-6454(02)00111-8)
- [6] B. Smith, S. Szyniszewski, J.F. Hajjar, B.W. Schafer, S.R. Arwade, Steel foam for structures: A review of applications, manufacturing and material properties. *Journal of Constructional Steel Research*, Vol. 71, pp. 1-10, 2012. <https://doi.org/10.1016/j.jcsr.2011.10.028>
- [7] S. Raj, L.J. Ghosn, B.A. Lerch, M. Hebsur, L.M. Cosgriff, J. Fedor, Mechanical properties of 17-4PH stainless steel foam panels. *Materials Science and Engineering: A*, Vol. 256, No. 1, pp. 305-316, 2007. <https://doi.org/10.1016/j.msea.2006.11.142>
- [8] J. Banhart, Manufacture, characterisation and application of cellular metals and metal foams. *Progress in materials science*, Vol. 46, No. 6, pp. 559-32, 2001. [https://doi.org/10.1016/s0079-6425\(00\)00002-5](https://doi.org/10.1016/s0079-6425(00)00002-5)
- [9] Y. Zhang, Y. Tang, G. Zhou, J. Wei, F. Han, Dynamic compression properties of porous aluminum. *Materials Letters*, Vol. 56, No. 5, pp. 728-731, 2002. [https://doi.org/10.1016/s0167-577x\(02\)00603-1](https://doi.org/10.1016/s0167-577x(02)00603-1)
- [10] L. Ke, J. Yang, S. Kitipornchai, M. A. Bradford, Bending, buckling and vibration of size-dependent functionally graded annular microplates. *Composite structures*, Vol. 94, No. 11, pp. 3250-3257, 2012. <https://doi.org/10.1016/j.compstruct.2012.04.037>
- [11] E. Magnucka-Blandzi, Z. Walczak, Mathematical modeling of three-layer circular plate under uniformly distributed load (pressure). in *AIP Conference Proceedings*. AIP Publishing LLC, 2015. <https://doi.org/10.1063/1.4913006>
- [12] M. Kashtalyan, Three-dimensional elasticity solution for bending of functionally graded rectangular plates. *European Journal of Mechanics-A/Solids*, Vol. 23, No. 5, pp. 853-864, 2004. <https://doi.org/10.1016/j.euromechsol.2004.04.002>
- [13] M. A. Benatta, A. Kaci, A. Tounsi, M. S. A. Houari, K. Bakhti, E. A. A. Bedia, Nonlinear bending analysis

- 1160 2022. <https://doi.org/10.1080/15397734.2020.1744005>
- [30] P. Schreiber, C. Mittelstedt, Buckling of shear-deformable unsymmetrically laminated plates, *International Journal of Mechanical Sciences*, Vol. 218, pp. 106995, 2022. <https://doi.org/10.1016/j.ijmecsci.2021.106995>
- [31] M. J. Khoshgoftar, M. Karimi, S. Seifoori, Nonlinear Bending Analysis of a Laminated Composite Plate Using a Refined Zig-Zag Theory, *Mechanics of Composite Materials*, Vol. 58, No. 5, pp. 629-644, 2022. <https://doi.org/10.1007/s11029-022-10055-w>
- [32] M. J. Khoshgoftar, A. Barkhordari, M. Limuti, F. Buccino, L. Vergani, M. J. Mirzaali, Bending analysis of sandwich panel composite with a re-entrant lattice core using zig-zag theory, *Scientific Reports*, Vol. 12, No. 1, pp. 1-12, 2022. <https://doi.org/10.1038/s41598-022-19930-x>
- [33] I. Shufrin, M. Eisenberger, Stability and vibration of shear deformable plates—first order and higher order analyses, *International Journal of Solids and Structures*, Vol. 42, No. 3, pp. 1225-1251, 2005. <https://doi.org/10.1016/j.ijsolstr.2004.06.067>
- [34] J. N. Reddy, N. Phan, Stability and vibration of isotropic, orthotropic and laminated plates according to a higher-order shear deformation theory, *Journal of sound and vibration*, Vol. 98, No. 2, pp. 157-170, 1985. [https://doi.org/10.1016/0022-460x\(85\)90383-9](https://doi.org/10.1016/0022-460x(85)90383-9)
- [35] C. Gerber, J. W. Mast, R. Ganz, Biological internal fixation of fractures, *Archives of orthopaedic and trauma surgery*, Vol. 109, No. 6, pp. 295-303, 1990. <https://doi.org/10.1007/bf00636165>
- 61, 2015. <https://doi.org/10.1016/j.compstruct.2015.07.052>
- [25] S. D. Akbas, Vibration and static analysis of functionally graded porous plates, *Journal of Applied and Computational Mechanics*, Vol. 3, No. 3, pp. 199-207, 2017. <https://doi.org/10.22055/jacm.2017.21540.1107>
- [26] M. Karimi Darani, A. Ghasemi, Analytical Solutions of the FG Thick Plates with In-Plane Stiffness Variation and Porous Substances Using Higher Order Shear Deformation Theory, *Journal of Solid Mechanics*, Vol. 10, No. 2, pp. 315-325, 2018. <https://doi.org/10.1016/j.compositesb.2016.03.040>
- [27] M. Mahbod, M. Asgari, Mechanical properties of functionally graded porous biomaterials for application in prosthesis replacement using analytical and numerical solution, *Modares Mechanical Engineering*, Vol. 19, No. 11, pp. 2717-2727, 2019. (in Persian) <https://doi.org/10.1109/icbme.2018.8703574>
- [28] P. Y. Muddappa, T. Rajanna, G. Giridhara, Effects of different interlaminar hybridization and localized edge loads on the vibration and buckling behavior of fiber metal composite laminates, *Composites Part C*, Vol. 4, pp. 100084, 2021. <https://doi.org/10.1016/j.jcomc.2020.100084>
- [29] E. Cheshmeh, M. Karbon, A. Eyvazian, D. W. Jung, M. Habibi, M. Safarpour, Buckling and vibration analysis of FG-CNTRC plate subjected to thermo-mechanical load based on higher order shear deformation theory, *Mechanics Based Design of Structures and Machines*, Vol. 50, No. 4, pp. 1137-