



تحلیل ورق دایروی از جنس چندلایه‌های فلزی-الیافی با الیاف خمیده تحت بار ضربه سرعت پایین

بی‌تا هاشمی^۱، زهرا زمانی^{۲*}، محمد کاشفی^۳

۱- دانشجوی کارشناسی ارشد، گروه مهندسی مکانیک، دانشگاه صنعتی اصفهان، گلپایگان، ایران
 ۲- استادیار، گروه مهندسی مکانیک، دانشکده فنی مهندسی گلپایگان، دانشگاه صنعتی اصفهان، گلپایگان، ایران
 ۳- استادیار، مهندسی مکانیک، دانشگاه آیت‌الله‌العظمی بروجردی (ره)، بروجرد، ایران
 * صندوق پستی ۸۷۷۱۷-۶۷۴۹۸، zamani@iut.ac.ir

چکیده

اطلاعات مقاله

مقاله پژوهشی کامل
 دریافت: ۴ مرداد ۱۴۰۱
 داوری اولیه: ۱۵ مرداد ۱۴۰۱
 پذیرش: ۲۸ شهریور ۱۴۰۱

کلیدواژگان:

ورق دایروی
 الیاف خمیده
 ضربه سرعت پایین
 چندلایه‌های فلزی-الیافی

در این پژوهش رفتار ورق دایروی از جنس چندلایه‌های فلزی-الیافی با الیاف خمیده تحت ضربه سرعت پایین به روش تحلیلی مورد مطالعه قرار گرفت. لایه‌های کامپوزیت از جنس شیشه-اپوکسی هستند که بین دو لایه آلومینیوم 2024-T3 قرار گرفته‌اند. معادلات دیفرانسیل حرکت با استفاده از مدل جرم و فنر و با لحاظ شرایط اولیه مناسب برای مراحل بارگذاری و برابرداری فرمول‌بندی شده‌است. تغییرشکل آلومینیوم به صورت صلب-پلاستیک کامل و تغییرشکل لایه‌های کامپوزیت به صورت الاستیک خطی ایده‌آل‌سازی شده‌است. با استفاده از اصل مینیمم‌سازی انرژی پتانسیل، به‌کارگیری کرنش فون کارمن و صرف‌نظر کردن از جابجایی‌های صفحه‌ای و انرژی کرنشی خمشی، رابطه غیرخطی بین نیروی تماسی و خیز ورق استخراج شده‌است. همچنین روشی برای محاسبه سفتی متوسط ورق ارائه و از آن برای تخمین خرابی داخلی ناشی از لایه‌لایه‌شدگی استفاده شده‌است. تأثیر چیدمان و پارامترهای هندسی ورق و ضربه‌زننده روی پاسخ ورق بررسی شده‌است. توابع مختلف برای توصیف تغییرشکل ورق تحت بارگذاری ارزیابی و نتایج جهت اعتبارسنجی با نتایج تجربی مقایسه شده‌است. همچنین امکان بهبود عملکرد ورق کامپوزیتی تحت بارگذاری ضربه با استفاده از مفهوم سفتی متغیر از طریق الیاف خمیده بررسی گردیده‌است. نتایج تحلیل نشان‌دهنده تغییر توزیع تنش مطابق با مسیر الیاف خمیده در چندلایه‌های با سفتی متغیر است. اما ماکزیمم خیز و نیروی ضربه در چندلایه‌های با سفتی متغیر مشابه نمونه‌های معمولی با سفتی ثابت است.

Analysis of circular fiber metal laminate plates with curvilinear fiber under low velocity impact loading

Bitā Hashemi¹, Zahra Zamani^{1*}, Mohammad Kashfi²

1- Mechanical Engineering Group, Golpayegan College of Engineering, Isfahan University of Technology, Golpayegan, Iran.

2- Mechanical Engineering Department, Ayatollah Boroujerdi University, Boroujerd, Iran

* P.O.B. 87717-67498 Golpayegan, Iran, z.zamani@iut.ac.ir

Article Information

Original Research Paper

Received: 26 July 2022

First Decision: 6 August 2022

Accepted: 19 September 2022

Keywords:

Circular plate
 Curvilinear fiber
 Low velocity impact
 Fiber metal laminates

Abstract

In the present study, the behavior of circular plate made of fiber-metal laminates with curvilinear fiber subjected to low velocity impact is investigated using an analytical method. The composite layers are made of glass-epoxy that placed between two layers of Aluminum 2024-T3. Differential equations of motion are formulated using the spring-mass model and appropriate initial conditions for loading and unloading stages. The deformation of aluminum were idealized as rigid-perfectly plastic and the composite layers as linear elastic. Using the principle of minimum total potential energy, applying the Von Karman strain and by neglecting the contribution of the in-plane displacements and bending strain energy, the nonlinear relationship between the contact force and deflection is derived. Also, a method for calculating the average stiffness of the plate is developed and employed to estimate the internal damage due to delamination. The effect of the layout and geometric parameters of the plate and the impactor on the plate response is investigated. Different functions are examined to describe the shape of the deformed plate under loading and the results are compared with the experimental data for validation purpose. Furthermore, an investigation of the possible performance improvements of a composite plate under impact loading through the use of the variable stiffness concept with curvilinear fiber is presented. The analytical results indicate the alteration in load paths and favorable stress distributions within the variable stiffness laminates. However, the maximum deflection and the contact force of variable stiffness laminates are similar to the conventional, constant stiffness ones.

Please cite this article using:

برای ارجاع به این مقاله از عبارت ذیل استفاده نمایید:

B. Hashemi, Z. Zamani, M. Kashfi, Analysis of circular fiber metal laminate plates with curvilinear fiber under low velocity impact loading, Iranian Journal of Manufacturing Engineering, Vol. 9, No. 4, pp. 61- 72, 2022 (in Persian). <https://www.doi.org/10.22034/IJME.2022.159962>

۱- مقدمه

کامپوزیت‌ها به علت داشتن مزایا و خواص مناسب، گستره کاربردی وسیعی پیدا کرده‌اند. یکی از معایب کامپوزیت‌ها شکننده بودن و مقاومت کم در برابر ضربه آن‌هاست. به همین جهت مقاوم‌سازی و افزایش استحکام ورق‌های کامپوزیتی در برابر ضربه بخش وسیعی از مطالعات پژوهشگران را تشکیل داده است. چندلایه‌های فلزی الیافی (FML)^۱ مواد کامپوزیتی هیبریدی هستند که از لایه‌های فلزی متناوب قرار گرفته بین لایه‌های کامپوزیت پیش‌ساخته تقویت‌شده با الیاف تشکیل شده‌اند. این ساختارها دارای مقاومت به رشد ترک خستگی بالایی هستند و در برابر ضربه مقاومت بالایی دارند. بیشتر انرژی جذب شده FML تحت ضربه از طریق لایه‌های فلزی است. خصوصیات FML تحت بار ضربه و نحوه بهبود این خواص در سازه‌های هوافضایی و دیگر کاربردها اهمیت زیادی دارد.

نوع الیاف تقویت‌کننده، ماتریس و فلز در FML، ضخامت و چیدمان لایه‌ها، هندسه ورق و ضربه‌زننده و وجود پیش‌تنش از فاکتورهای مهم در پاسخ به ضربه این ورق‌ها است [۱-۳]. اما نحوه اثر این پارامترها نیازمند بررسی‌های تحلیلی و تجربی بیشتر است. در بارگذاری ضربه روی FML، مودهای خرابی نظیر تغییرشکل پلاستیک لایه فلز، خرابی الیاف و تورق فعال می‌شوند.

یکی از متداول‌ترین FMLها، نوع گلار است. مزایای اصلی گلار عمر خستگی بالا، مقاومت به ضربه بالا، چگالی وزنی پایین، مقاومت عالی در برابر رطوبت و خوردگی و مقاومت بالا در برابر آتش است [۴]. گلار مقاومت ضربه بالایی در مقایسه با کامپوزیت‌های متداول و آلیاژهای آلومینیوم دارد که دلیل آن وجود الیاف شیشه با کرنش خرابی بالا و وجود لایه‌های فلزی در کنار هم است [۵]. در گلار از دو نوع آلیاژ آلومینیوم 2024-T3 و 7075-T6 (یا 7475-T6) به عنوان جزء فلزی استفاده می‌شود که اولی نرم و دومی ترد است. به همین علت گلار ۱ بر پایه آلیاژ 7475-T6 از طریق مود شکست انرژی جذب می‌کند، در حالی که گلار ۲ بر پایه آلیاژ 2024-T3 با ایجاد تغییرشکل پلاستیک موضعی قابلیت جذب انرژی بیشتری دارد. آلیاژهای فلزی دیگر نظیر منیزیم و تیتانیوم علیرغم مزایایی نظیر چگالی کم و مقاومت خوردگی بالا دارند، در برابر ضربه نسبت به آلومینیوم برتری ندارند [۲].

در مرجع [۱، ۳] تحلیل‌های تجربی و عددی انجام شده

درباره FML تحت بار ضربه سرعت پایین برای انواع مختلف الیاف، زمینه، فلز، سرعت بارگذاری و نیز هندسه‌های مختلف برای نمونه و ضربه‌زننده مرور شده است. بررسی پارامترهایی نظیر خیز، نیرو، زمان، تنش، کرنش و خرابی در مقایسه پاسخ دینامیکی انواع ضربه روی FML در بسیاری از مطالعات مورد توجه قرار گرفته است [۶، ۷]. در تعدادی از بررسی‌های تحلیلی، مدل‌سازی ضربه با استفاده از مدل جرم و فنر انجام شده است [۸-۱۰]. به طور مثال تساماسفیروس^۲ و بیکاکیس^۳ مدلی تحلیلی برای پیش‌بینی پاسخ صفحات FML دایروی گلار ۲، ۳، ۴ و ۵ تحت ضربه سرعت پایین در مرکز ورق با استفاده از مدل جرم و فنر ارائه کردند. در این تحقیق رابطه بین نیرو و جابجایی FML دایروی گلار با استفاده از توابع ریتز با یک، دو و سه پارامتر، تقریب زده شده است. سپس با استفاده از اصل مینیمم‌سازی انرژی پتانسیل و در نظر گرفتن انرژی کرنشی غشایی و خمشی آلومینیوم و چندلایه، ضرایب مجهول محاسبه شده است [۹].

انتخاب جهت‌گیری فضایی بهینه الیاف در لایه‌های مختلف کامپوزیت نقش مهمی در طراحی FML در کاربرد مورد نظر ایفا می‌کنند. در همه تحقیقات ضربه روی FML، ماده کامپوزیتی مورد استفاده دارای الیاف با زاویه ثابت و مستقیم در تمام طول ماده هستند. یکی از طراحی‌های جدید برای سازه‌های کامپوزیتی با استفاده از الیاف خمیده در چندلایه‌ها حاصل می‌شود. با توجه به نتایج تحلیل‌های انجام شده، استفاده از الیاف خمیده در چندلایه کامپوزیتی موجب برتری‌هایی نظیر تغییر توزیع تنش، کاهش تمرکز تنش در اطراف گشودگی‌ها و افزایش مقاومت در برابر تسلیم برای وزن معین می‌شود [۱۱-۱۳]. هم چنین این امکان فراهم می‌شود که طراح آزادی عمل بیشتری برای طراحی یک سازه داشته باشد.

در این تحقیق برای اولین بار کارایی مفهوم سفتی متغیر با استفاده از الیاف خمیده در ورق دایروی تحت ضربه سرعت پایین بررسی شده است. اثر لایه‌چینی‌ها، زوایای مختلف و پارامترهای هندسی ورق روی توزیع تنش، سفتی متوسط و تغییرات نیرو و جابجایی حین ضربه بررسی شده است. یکی از مهم‌ترین چالش‌های تحلیل، یافتن رابطه غیرخطی مناسب بین نیروی تماسی و خیز ورق است که در آن تغییرشکل الاستیک و پلاستیک ورق لحاظ شده باشد. این رابطه با در نظر گرفتن تغییرشکل صلب-پلاستیک کامل برای آلومینیوم و تغییرشکل

² Tsamasphyros³ Bikakis¹ Fiber Metal Laminate

کرنش‌های غیرخطی فون کارمن^۲ استفاده می‌شود [۱۷].

۲-۲- حل استاتیکی و استخراج قانون ضربه

مطابق تحقیقات انجام‌شده [۱۸، ۱۹] اگر رفتار ماده وابسته به نرخ کرنش نباشد، برای محاسبه رابطه نیرو-جابجایی در ضربه سرعت پایین می‌توان از فرآیند نفوذ شبه استاتیک یک فرورونده استفاده کرد. در این فرآیند اثرات اینرسی قابل صرف‌نظر کردن است، زیرا تغییرات سیستم نسبت به حالت قبل کم است. به همین دلیل در این بخش برای محاسبه رابطه غیرخطی بین نیروی تماسی و خیز ورق از روش مینیمم‌سازی انرژی پتانسیل استفاده شده است.

اگر خیز ورق زیاد باشد، کرنش‌های درون صفحه‌ای مربوط به صفحه میانی در مقایسه با سایر جملات کرنش مربوط به خیز جانبی قابل صرف‌نظر هستند. بنابراین اگر u و v جابجایی‌های درون صفحه‌ای و w خیز ورق باشد، $\frac{\partial u}{\partial x} = \frac{\partial v}{\partial y} = \frac{\partial u}{\partial x} = \frac{\partial u}{\partial y} = 0$ در نتیجه مؤلفه‌های کرنش غیرخطی در مختصات کارتزین به‌صورت رابطه (۱) بدست می‌آیند:

$$\begin{aligned} \varepsilon_x &= \frac{1}{2} \left(\frac{\partial w}{\partial x} \right)^2 \\ \varepsilon_y &= \frac{1}{2} \left(\frac{\partial w}{\partial y} \right)^2 \\ \gamma_{xy} &= \frac{\partial w}{\partial x} \frac{\partial w}{\partial y} \end{aligned} \quad (1)$$

انرژی کرنشی غشایی ورق به‌صورت رابطه (۲) محاسبه می‌شود [۲۰]:

$$U_m = \frac{1}{2} \iint_T (N_x \varepsilon_x + N_y \varepsilon_y + N_{xy} \gamma_{xy}) dx dy \quad (2)$$

در رابطه (۲)، N_x ، N_y و N_{xy} نیروهای درون صفحه‌ای^۳ در واحد طول ورق و T دامنه انتگرال‌گیری تعریف شده توسط مرزهای ورق است.

برای چندلایه متقارن با لایه‌های ارتوتروپیک خاص (مقاطع) نیروهای درون صفحه‌ای عبارتند از^۴:

$$\begin{aligned} N_x &= A_{11} \varepsilon_x + A_{12} \varepsilon_y \\ N_y &= A_{12} \varepsilon_x + A_{22} \varepsilon_y \\ N_{xy} &= A_{66} \gamma_{xy} \end{aligned} \quad (3)$$

^۲ Von karman

^۳ In Plane

^۴ برای حالتی که زوایا ۰ و ۹۰ نباشند، ثوابت A_{11} و A_{22} صفر نیستند و در رابطه (۳) و محاسبات انرژی کرنشی ورق به صورت زیر باید لحاظ شوند و در نتیجه روی K_{el} و K_p تأثیرگذار خواهد بود.

$$U_m^{Pre} = \frac{1}{2} \iint_T (A_{11} \varepsilon_x^2 + A_{22} \varepsilon_y^2 + 2A_{12} \varepsilon_x \varepsilon_y + A_{66} \gamma_{xy}^2 + 2A_{16} \varepsilon_x \gamma_{xy} + 2A_{26} \varepsilon_y \gamma_{xy}) dx dy$$

الاستیک خطی برای لایه‌های کامپوزیت و محاسبه انرژی کرنشی غشایی در ورق با لبه‌های گیردار بدست آمد. سپس با استفاده از مدل جرم و فتر برای ورق و ضربه‌زننده حین مراحل بارگذاری و باربرداری، ضربه سرعت پایین مدل‌سازی و تحلیل شد.

۲- مدل‌سازی تحلیلی و استخراج معادلات حاکم

مطالب این بخش برگرفته از مدل تحلیلی ارائه شده در مراجع [۸-۱۰] است. اصلاحاتی که مربوط به چندلایه با الیاف خمیده و توابع خیز مختلف است، در بخش‌های ۲-۲ و ۴-۲ و ۵-۲ بررسی شده است. در بخش ۴-۲ هم روشی برای محاسبه سفتی متوسط ورق FML ارائه شده است.

۲-۱- فرضیات مدل‌سازی

صفحه دایروی با شعاع a تحت اثر نیروی P در مرکز خود به وسیله یک ضربه‌زننده با رأس نیمکروی به شعاع R و جرم M_0 و انرژی جنبشی اولیه E_k قرار می‌گیرد. از مدل جرم و فتر برای شبیه‌سازی ضربه سرعت پایین طی بارگذاری و باربرداری استفاده می‌شود. فرضیات این مدل بصورت زیر است:

۱- ضربه‌زننده صلب با سرعت پایین به ورق برخورد می‌کند.
۲- ورق مورد بررسی از نظر جابجایی و کرنش دارای تقارن محوری است و لبه خارجی آن گیردار فرض می‌شود.
۳- تغییر شکل آلومینیوم به صورت صلب-پلاستیک کامل و تغییر شکل لایه‌های کامپوزیت به صورت الاستیک خطی در نظر گرفته شده است.

۴- نسبت شعاع به ضخامت، a/h ، زیاد است. بنابراین تغییر شکل برشی و فرورفتگی موضعی قابل صرف‌نظر است.

۵- همه انرژی جنبشی اولیه صرف تغییر شکل ورق و ایجاد لایه‌لایه‌شدگی بین لایه‌های شیشه-اپوکسی شود. همانطور که نتایج تجربی نشان داده‌اند در سطح انرژی جنبشی کم، اتصال بین آلومینیوم و لایه‌های شیشه-اپوکسی گسسته نمی‌شود و پارگی و خرابی ناشی از برخورد ضربه‌زننده در ورق ایجاد نمی‌شود [۱۴-۱۶].

۶- از آنجایی که خیز ورق در مقایسه با ضخامت زیاد است^۱ از مقاومت خمشی ورق صرف‌نظر شده و تنها اثرات غشایی در محاسبه انرژی کرنشی ورق در نظر گرفته شده است. البته خیز در مقایسه با سایر ابعاد ورق کوچک است. همچنین از

^۱ در صورتی که خیز ورق کم باشد تنها مقاومت خمشی ورق در نظر گرفته می‌شود. اما با افزایش خیز این فرض خطای زیادی ایجاد می‌کند، زیرا مقاومت غشایی در مقایسه با مقاومت خمشی مهم‌تر می‌شود [۹].

$$K_p = 0.576N_x + 0.576N_y + 0.734N_{xy} \quad (10)$$

$$K_{el} = [0.62A_{11} + 0.62A_{22} + 0.412(A_{12} + 2A_{66})] \frac{1}{a^2} \quad (11)$$

روابط (۹) تا (۱۱) قبلاً در مرجع [۹] برای تابع سینوسی استخراج شده‌است. اما برای تابع خیز مختلف مطابق روابط (۶) تا (۸)، ثوابت الاستیک و پلاستیک در روابط (۱۰) و (۱۱) متفاوت خواهد بود که در ادامه استخراج شده است. ضرایب K_p و K_{el} برای رابطه خیز (۶) به صورت

$$K_p = 1.047N_x + 1.047N_y \quad (12)$$

$$K_{el} = [1.436A_{11} + 1.436A_{22} + 0.957(A_{12} + 2A_{66})] \frac{1}{a^2} \quad (13)$$

و برای رابطه خیز (۷) به صورت روابط (۱۴) و (۱۵):

$$K_p = 0.64N_x + 0.64N_y \quad (14)$$

$$K_{el} = [0.52A_{11} + 0.52A_{22} + 0.34(A_{12} + 2A_{66})] \frac{1}{a^2} \quad (15)$$

و برای رابطه خیز (۸) به صورت روابط (۱۶) و (۱۷) محاسبه می‌شود.

$$K_p = 0.79N_x + 0.79N_y \quad (16)$$

$$K_{el} = [0.93A_{11} + 0.93A_{22} + 0.62(A_{12} + 2A_{66})] \frac{1}{a^2} \quad (17)$$

N_x و N_y و N_{xy} نیروهای درون صفحه‌ای لایه‌های آلومینیوم هستند و از رابطه (۴) محاسبه می‌شوند.

با در نظر گرفتن افت انرژی ورق گلار حین بارگذاری در اثر تغییر شکل پلاستیک لایه‌های آلومینیوم^۳، نیرو در طول باربرداری در بازه بین خیز ماکزیمم، w_0^{max} و خیز نهایی باقیمانده در انتهای مرحله باربرداری، w_0^f ، از رابطه زیر بدست می‌آید [۱۰]:

$$P_U(w_0) = K_p(2w_0 - w_0^{max}) + K_{el}w_0^3 \quad (18)$$

لازم به ذکر است که سفتی‌های الاستیک و پلاستیک ورق در رابطه (۱۰) تا (۱۷) بعد از لایه‌لایه‌شدگی تغییر نمی‌کنند. زیرا سفتی‌های کششی A_{ij} برای چندلایه و تعدادی لایه که روی هم قرار گرفتند، یکسان است. بنابراین رابطه نیرو-

در رابطه (۳) A_{ij} درایه‌های ماتریس سفتی کششی چندلایه هستند. با فرض اینکه لایه‌های آلومینیوم رفتار صلب-پلاستیک کامل دارند، نیروهای درون صفحه‌ای لایه‌های آلومینیوم برابرند با [۹، ۱۵]:

$$N_x = N_y = m\sigma_0 t_{Al}, N_{xy} = m \frac{\sigma_0}{\sqrt{3}} t_{Al} \quad (4)$$

که m تعداد لایه‌های آلومینیوم و σ_0 تنش تسلیم آلومینیوم و t_{Al} ضخامت هر لایه آلومینیوم است. انرژی کرنشی ورق تابع خیز ورق است. پروفیل خیز یا تغییر شکل عرضی ورق را می‌توان با تابع یک متغیره^۲ سینوسی زیر که شرایط مرزی ورق یعنی $w = \frac{\partial w}{\partial r} = 0$ را برقرار می‌کند، تقریب زد [۹]:

$$w_1(r) = w_0 \left(1 - \sin \frac{\pi r}{2a}\right) \quad (5)$$

در رابطه (۵) شیب پروفیل تغییر شکل در مرکز ورق صفر نیست که با پروفیل تغییر شکل تجربی استفاده شده توسط ولات تطابق دارد [۱۴]. همچنین از تابع تقریب ارائه شده در مرجع [۱۷] (w_2) و توابع تقریب که از روی نتایج تجربی خیز در مرجع [۱۴] بدست آمده‌اند (w_3, w_4) می‌توان برای تقریب خیز ورق دایروی استفاده کرد:

$$w_2(r) = w_0 \left(1 - \frac{r^2}{a^2}\right)^2 \quad (6)$$

$$w_3(r) = w_0 \left(1 - \frac{r^2}{a^2}\right)^2 \left(1 - 1.2 \left(\frac{r}{a}\right) + 1.2 \left(\frac{r^2}{a^2}\right)\right) \quad (7)$$

$$w_4(r) = w_0 \left(1 - \frac{r^2}{a^2} + 2 \left(\frac{r^2}{a^2}\right) \ln \left(\frac{r}{a}\right)\right) \quad (8)$$

در روابط (۵) تا (۸)، w_0 ضریب ریتز است. پتانسیل کل برای بارگذاری شبه‌استاتیک ورق با استفاده از انرژی کرنشی مجموع لایه‌های کامپوزیت و آلومینیوم یعنی U توسط رابطه $\Pi = U - Pw_0$ محاسبه خواهد شد که در آن P نیروی تماسی و Pw_0 کار انجام شده توسط ضربه‌زننده روی ورق است. با مینیمم‌سازی پتانسیل کل نسبت به متغیر مجهول یعنی w_0 نیروی تماسی بین ضربه‌زننده و ورق در مدت بارگذاری برای تابع تقریب سینوسی در رابطه (۵) به صورت زیر بدست می‌آید:

$$P_L = K_p w_0 + K_{el} w_0^3 \quad (9)$$

که در آن ضرایب K_p و K_{el} از روابط زیر محاسبه می‌شوند:

^۳ در این تحقیق برای محاسبه رابطه نیرو-جابجایی، انرژی ناشی از لایه‌لایه‌شدگی (Delamination)، گسیختگی لایه‌ها (Debonding) و خرابی (Fracture) در لایه‌های آلومینیوم و شیشه اپوکسی در انرژی پتانسیل کل لحاظ نشده است و فقط انرژی تغییر شکل غشایی در نظر گرفته شده است. مطابق نتایج ضربه بالستیک انرژی تغییر شکل غشایی و خمشی بیشترین سهم (۸۴ تا ۹۲ درصد) از انرژی کل جذب‌شده توسط ورق را تشکیل می‌دهد که برای ورق‌های نازک این سهم بیشتر از ورق‌های ضخیم است. انرژی اتلافی در لایه‌لایه‌شدگی ۲ تا ۹ درصد و انرژی شکست کششی آلومینیوم و شیشه-اپوکسی حدود ۷ درصد از انرژی کل جذب‌شده را خواهند داشت [۱۵].

^۱ Extensional stiffness matrix

^۲ استفاده از تابع ریتز با چند جمله یا در نظر گرفتن ترم‌های خمشی در انرژی کرنشی هم امکان‌پذیر است. اما مطابق نتایج مرجع [۹]، منحنی نیرو و جابجایی تنها با در نظر گرفتن مؤلفه‌های غشایی و تابع ریتز با یک ترم در انرژی کرنشی با دقت خوبی قابل محاسبه است و تفاوت چندانی ایجاد نمی‌کند. بنابراین در اینجا برای رسیدن به یک رابطه صریح بین نیرو و جابجایی در مرکز ورق از یک ترم در تابع ریتز استفاده شده است. البته در نظر گرفتن تنش‌های خمشی تأثیر مهمی در پیش‌بینی شروع لایه‌لایه‌شدگی خواهد داشت.

اولیه آن E_k طبق رابطه $V = \sqrt{\frac{2E_k}{M_0}}$ محاسبه می‌شود. شرایط اولیه در مرحله باربرداری عبارتند از:

$$\dot{w}_0(0) = 0, w_0(0) = w_0^{max} \quad (23)$$

w_0^{max} ماکزیمم جابجایی مرکز ورق به‌خاطر ضربه و در موقعیتی اتفاق می‌افتد که سرعت صفر می‌شود. با انجام روندی مشابه آن‌چه در مرجع [۱۰] تشریح شده است، معادلات فوق حل خواهند شد و سرعت ضربه‌زننده، خیز مرکز ورق بر حسب زمان محاسبه خواهند شد. پس از محاسبه w_0 حین فرآیند ضربه، کرنش شعاعی ورق با رابطه (۲۴) محاسبه می‌شود [۹]:

$$\epsilon_r = \frac{1}{2} \left(\frac{\partial w}{\partial r} \right)^2 \quad (24)$$

هم‌چنین توزیع تنش شعاعی در لایه‌های مختلف ورق با توجه به رابطه فوق به‌صورت رابطه (۲۵) بدست می‌آید:

$$\sigma_r = \bar{Q}_{11} \epsilon_r \quad (25)$$

\bar{Q}_{11} مؤلفه سفتی کاهش یافته ورق در مختصات غیراصولی است. با صرف‌نظر از جابجایی‌های درون صفحه‌ای، سایر مؤلفه‌های تنش و کرنش صفر هستند.

۲-۴- پیش‌بینی لایه‌لایه‌شدگی

هنگامی که لایه‌لایه‌شدگی بین لایه‌های لمینیت^۱ اتفاق می‌افتد، یک سقوط ناگهانی در انرژی جنبشی معادل E_{del} اتفاق می‌افتد که رابطه (۲۶) برای آن ارائه شده است [۲۱، ۱۶، ۱۵]:

$$E_{del} = \frac{2h\pi E_{av} G_{IIC}^2}{9(1-\nu^2)ILSS^2} \quad (26)$$

در رابطه (۲۶) $ILSS$ مقاومت برشی درون لایه‌ای شیشه-اپوکسی، ν نسبت پواسون، E_{av} سفتی متوسط ورق، h ضخامت ورق و G_{IIC} چقرمگی شکست برشی بین لایه‌ای مود دوم صفحات شیشه-اپوکسی است. یک راه برای تخمین سفتی متوسط ورق، استفاده از روش میانگین‌گیری است [۱۶، ۲۱]. به طور مثال در مرجع [۲۱] برای ورق کامپوزیتی با لایه‌چینی شبه‌ایزوتروپ، سفتی متوسط را میانگین مدول الاستیک در راستای ۰ و ۹۰ درجه در نظر گرفته‌است. با این روش برای ورق گلار سفتی متوسط در ضخامت به صورت زیر قابل محاسبه است:

$$E_{av} = \frac{2t_{Al}E_{AL}}{h} + \frac{h_f(E_1 + E_2)}{2h} \quad (27)$$

^۱ نیروانرژی لازم برای گسیختگی بین لایه‌های آلومینیوم و کامپوزیت یا Debonding هم به طور مشابه با لایه‌لایه‌شدگی می‌تواند لحاظ شود [۱۵]. هم‌چنین به علت ایجاد خیز ماندگار در ورق احتمال ایجاد خرابی در ماتریس و الیاف در اثر کشش وجود دارد که در اینجا صرف‌نظر شده است.

^۲ Interlaminar shear strength

^۳ Mode II interlaminar shear fracture toughness

تغییرمکان (۹) تا (۱۷) بعد لایه‌لایه‌شدگی هم‌چنان معتبر است. اما در صورتی که انرژی تغییرشکل خمشی لحاظ می‌شود، به علت وارد شدن سفتی‌های خمشی D_{ij} در روابط (۱۰) تا (۱۷) رابطه نیرو-تغییرمکان بعد لایه‌لایه‌شدگی تغییر می‌کند. زیرا D_{ij} برای چندلایه و تعدادی لایه که روی هم قرار گرفتند و اتصال آن‌ها گسسته شده، متفاوت است. هم‌چنین در صورتی که گسیختگی الیاف یا ترک در ماتریس لحاظ شود، سفتی‌های کششی A_{ij} تغییر می‌کند.

۲-۳- معادلات ضربه و حل آن

با مدل‌سازی ورق و ضربه‌زننده به صورت جرم و فنر، معادله دیفرانسیل حاکم بر جابجایی مرکز ورق حین ضربه را می‌توان به شکل زیر نوشت:

$$(M_0 + m_e)\ddot{w}_0 + P(w_0) = 0 \quad (19)$$

$P(w_0)$ نیروی مقاوم در برابر تغییرشکل ورق است که با استفاده از قانون ضربه استخراج شده در بخش قبل حین بارگذاری و باربرداری یعنی روابط (۹) و (۱۸) مشخص می‌شود. M_0 و m_e به ترتیب جرم ضربه‌زننده و جرم مؤثر ورق در مرکز آن هستند. برای محاسبه جرم مؤثر ورق فرض می‌شود که پروفیل سرعت ورق مشابه پروفیل جابجایی برای خیز است. انرژی جنبشی ورق برای خیز مطابق رابطه (۵) به صورت زیر است [۹]:

$$E_k = \frac{1}{2} \int_0^{2\pi} \int_0^a \rho_{av} h \dot{w}_0^2 \left(1 - \sin \frac{\pi r}{2a}\right)^2 r dr d\theta \quad (20)$$

در رابطه (۲۰) ρ_{av} چگالی جرمی متوسط ورق گلار h و ضخامت کل صفحه است. با محاسبه انتگرال و بازنویسی رابطه (۲۰) به صورت $E_k = \frac{m_e \dot{w}_0^2}{2}$ برابر است با:

$$m_e = \frac{a^2(3\pi^2 - 28)\rho_{av}h}{2\pi} \quad (21)$$

هنگامی که ضربه‌زننده پیشروی می‌کند، نیروی تماسی P و خیز مرکز ورق w_0 افزایش پیدا می‌کنند. درحالی‌که سرعت ضربه‌زننده کاهش می‌یابد، تا جایی که ورق به ماکزیمم تغییر شکل خود می‌رسد. در این نقطه به خاطر انرژی کرنشی الاستیک لایه‌های ورق که باعث کشیدگی در طول مرحله بارگذاری شده، ورق شروع به حرکت در جهت معکوس می‌کند تا جایی که نیروی ضربه P صفر می‌شود. شرایط اولیه در مرحله بارگذاری بصورت زیر است [۱۰]:

$$\dot{w}_0(0) = V, w_0(0) = 0 \quad (22)$$

V سرعت اولیه ضربه‌زننده است که بر حسب انرژی جنبشی

چندلایه فلزی الیافی در رابطه (۹) و ورق ایزوتروپ در روابط (۳۱) تا (۳۴) روی یک نمودار باید رسم شوند و سفتی ورق ایزوتروپ، به عنوان یک پارامتر برازش شونده طوری تغییر داده شود تا دو نمودار تقریباً بر یکدیگر منطبق شوند. این پارامتر را می‌توان به عنوان سفتی متوسط برای چندلایه فلزی الیافی در نظر گرفت.

۲-۵- الیاف خمیده

زاویه الیاف خمیده را می‌توان به صورت زیر در نظر گرفت.

$$\theta = T_0 + \frac{T_1 - T_0}{a} x \quad (35)$$

که در آن T_0 زاویه الیاف در مرکز ورق و T_1 زاویه الیاف در $x = a$ است. این لایه‌چینی به صورت $[T_0; T_1]$ نشان داده می‌شود. در صورت استفاده از الیاف خمیده، A_{ij} در رابطه (۳) به سیستم مختصات (x) وابسته است. همچنین در صورت قرارگیری الیاف به صورت شعاعی زاویه الیاف در مختصات قطبی به صورت $\theta = \theta$ تعریف می‌شود. در اینصورت اگر الیاف در راستای شعاع به شکل خمیده باشد، زاویه آن به صورت زیر است.

$$\theta = \theta + T_0 + \frac{T_1 - T_0}{a} R \quad (36)$$

که در آن T_0 زاویه الیاف در مرکز و T_1 زاویه الیاف در $R = a$ است و هر دو زاویه نسبت به راستای شعاع اندازه‌گیری شده‌اند.

۲-۶- ضریب ارتجاع^۱

ضریب ارتجاع کمیتی است که برای بررسی میزان الاستیک/پلاستیک بودن برخورد بین دو جسم تعریف می‌شود. این ضریب برابر با نسبت ضربه در مرحله باربرداری به ضربه در مرحله بارگذاری است:

$$RF = \frac{\int_{t_2}^{t_3} P_U dt}{\int_0^{t_2} P_L dt} \quad (37)$$

در رابطه فوق t_2 و t_3 زمان‌های مربوط به انتهای بارگذاری و انتهای باربرداری هستند. اگر برخورد کاملاً الاستیک یا پلاستیک باشد، این نسبت به ترتیب ۱ و ۰ است و در حالت الاستیک-پلاستیک بین ۰ و ۱ است.

۳- نتایج و بحث

در این فصل ضربه سرعت پایین با استفاده از روابط تحلیلی فصل قبل بررسی می‌شود. برای اعتبارسنجی مدل، ورق از جنس

در رابطه (۲۷) E_{AL} و t_{AL} به ترتیب سفتی و ضخامت آلومینیوم، E_1 و E_2 سفتی‌های مربوط به شیشه-پوکسی در جهات ۱ و ۲ و h_f ضخامت کل لایه‌های شیشه-پوکسی است. در این تحقیق سفتی متوسط ورق به عنوان یک پارامتر فیت‌شونده با برازش کردن منحنی نیرو-جابجایی غیرخطی ورق گلار در رابطه (۹) با منحنی متناظر برای ورق ایزوتروپ محاسبه خواهد شد. در ادامه منحنی نیرو-جابجایی برای ورق ایزوتروپ استخراج می‌شود.

برای ورق ایزوتروپ با استفاده از قانون هوک، صرف‌نظر کردن از کرنش‌های درون صفحه‌ای مربوط به صفحه میانی و جایگذاری مؤلفه‌های کرنش از رابطه (۱)، انرژی کرنشی غشایی در شرایط تقارن محوری در مختصات قطبی برابر است با [۱۷]:

$$U_m = \frac{\pi E h}{1 - \nu^2} \int_0^a \left[\frac{1}{4} \left(\frac{\partial w}{\partial r} \right)^4 \right] r dr \quad (28)$$

با جایگذاری رابطه (۵) برای خیز در معادله فوق می‌توان نوشت:

$$U_m = \frac{4.945 w_0^4}{h^2 a^2} D \quad (29)$$

که در آن

$$D = \frac{E h^3}{12(1 - \nu^2)} \quad (30)$$

با صرف‌نظر از انرژی خمشی (فرض ۶ از بخش ۲-۱) و جایگذاری انرژی کرنشی غشایی از رابطه (۲۹) در پتانسیل کل $\Pi = U - Pw_0$ و مشتق‌گیری از آن نسبت به متغیر مجهول در خیز که همان جابجایی ماکزیمم در مرکز ورق (w_0) است، به رابطه غیرخطی نیرو و جابجایی زیر برای قانون ضربه در ورق ایزوتروپ دایروی خواهیم رسید:

$$P = \frac{19.78 w_0^3}{h^2 a^2} D \quad (31)$$

در صورت استفاده از رابطه خیز مختلف مطابق روابط (۶) تا (۸)، انرژی کرنشی غشایی و در نتیجه قانون ضربه متفاوت خواهد بود. در صورت استفاده از رابطه (۶) قانون ضربه به صورت

$$P = \frac{45.96 w_0^3}{t^2 a^2} D \quad (32)$$

و در صورت استفاده از رابطه خیز (۷) قانون ضربه به صورت

$$P = \frac{16.51 w_0^3}{t^2 a^2} D \quad (33)$$

و در صورت استفاده از رابطه خیز (۸) قانون ضربه به صورت زیر بدست می‌آید.

$$P = \frac{29.79 w_0^3}{t^2 a^2} D \quad (34)$$

در روابط فوق h ضخامت ورق، ν نسبت پواسون و E سفتی الاستیک ورق ایزوتروپ است. منحنی‌های قانون ضربه برای

^۱ Restitution Factor

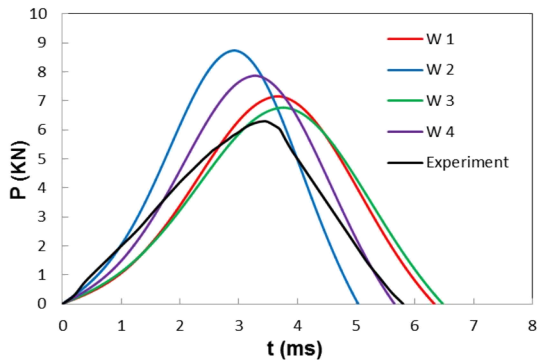


Fig. 1 Load-time of a circular GLARE 5 plate subjected to low velocity impact for different deflection curves. The experimental data from [22] are shown for comparison purpose

شکل ۱ نمودار نیرو بر حسب زمان ورق دایروی گلار ۵ تحت ضربه سرعت پایین برای توابع خیز مختلف. نتایج تجربی از [۲۲] برای مقایسه نشان داده شده است.

منحنی بارگذاری و باربرداری در شکل ۲-b منطبق نیستند و سطح بین آن‌ها برابر انرژی تلف شده برای تغییر شکل پلاستیک لایه‌های آلومینیوم است. در نظر گرفتن خاصیت پلاستیک برای آلومینیوم موجب می‌شود جابجایی بیشتر اما نیروی تماسی ماکزیمم در ضربه کمتر شود.

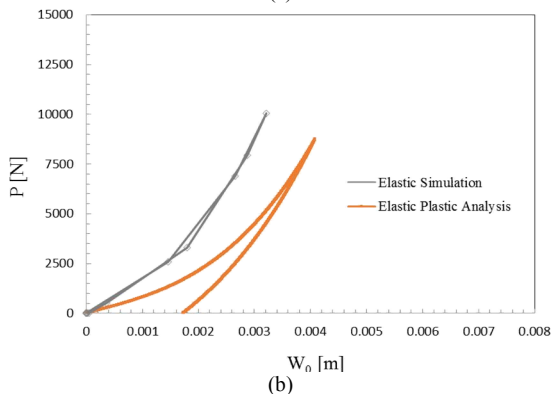
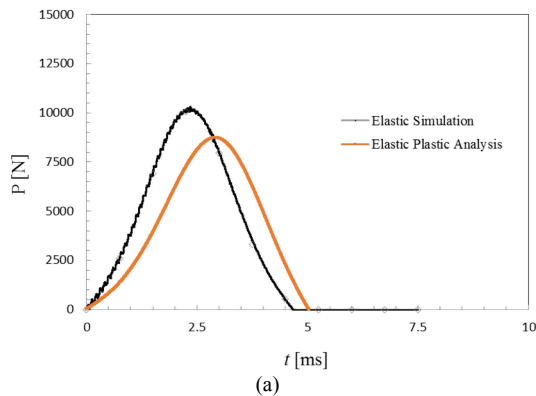


Fig. 2 a) Load-time and b) load-deflection curves of a circular GLARE 5 plate subjected to low velocity impact. The results from elastic simulation with ANSYS are shown for comparison purpose

شکل ۲ نمودار (a) نیرو بر حسب زمان و (b) نیرو بر حسب جابجایی ورق دایروی گلار ۵ تحت ضربه سرعت پایین. نتایج شبیه‌سازی الاستیک توسط نرم‌افزار انسیس برای مقایسه نشان داده شده است.

گلار ۵ در نظر گرفته می‌شود که متشکل از دو لایه آلومینیوم 2024-T3 و ۴ لایه لمینا با زاویه الیاف ۰-۹۰-۹۰-۰ از جنس شیشه و زمینه اپوکسی در بین دو لایه آلومینیوم است. در جدول ۱ پارامترهای مادی، هندسی و بارگذاری خلاصه شده است. بعد از اعتبارسنجی مدل، تحلیل پارامتری برای بررسی اثر سایر لایه‌چینی‌ها و نیز استفاده از الیاف خمیده در ساختار چندلایه فلزی الیافی انجام می‌شود.

۳-۱- اعتبارسنجی

در شکل ۱ نتایج مربوط به رابطه نیرو بر حسب زمان برای گلار ۵ (Case I در جدول ۲) برای تابع تقریب W_1 تا W_4 ارائه شده در روابط (۵) تا (۸) نشان داده شده است. در این شکل نتایج تحلیلی با نتایج تجربی مربوط به نیرو-زمان برای گلار ۵ از مرجع [۲۲] مقایسه شده است. ماکزیمم مقدار نیروی پیش‌بینی شده توسط تابع W_3 و مقدار کل زمان پیش‌بینی شده توسط تابع W_4 در مقایسه با توابع W_1 و W_2 تطابق بهتری با نتایج تجربی دارند. هر چهار تابع تقریب مقدار نیروی ماکزیمم را بیشتر از نتایج تجربی پیش‌بینی می‌کنند که دلیل آن صرفنظر از اثرات لایه‌لایه‌شدگی بین لایه‌های آلومینیوم و کامپوزیت و خرابی در لایه‌های آلومینیوم و شیشه/اپوکسی می‌تواند باشد.

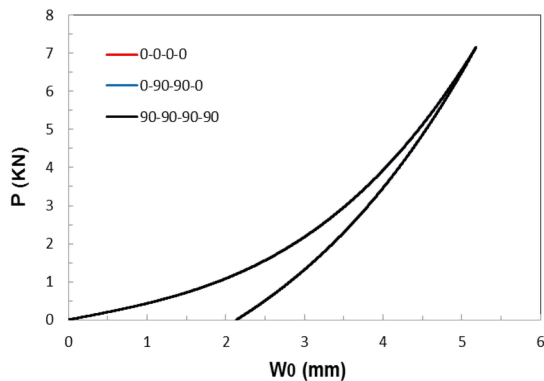
شبیه‌سازی المان محدود ضربه سرعت پایین با استفاده از نرم‌افزار انسیس و رک‌بنج نیز انجام شد. مدل‌سازی لایه‌چینی در بخش ACP برای گلار ۵ (Case I در جدول ۲) و ضربه در محیط Explicit Dynamic تحلیل شد. در شکل ۲ نمودار نیرو بر حسب زمان و نیرو بر حسب جابجایی برای صفحه کامپوزیتی از شبیه‌سازی المان محدود الاستیک در مقایسه با نتایج حل تحلیلی الاستیک-پلاستیک آورده شده است.

جدول ۱ پارامترهای مادی، هندسی و بارگذاری [۹]

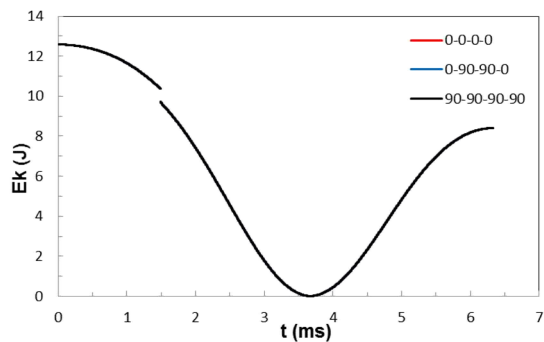
Table 1 Material, geometric and loading parameters			
مقدار	خاصیت	مقدار	خاصیت
۳۵۰	σ_0 (Mpa)	۴۷/۳	E_{11} (Gpa)
۷۲	E_{Al} (Gpa)	۱۷	E_{22} (Gpa)
۰/۳۳	ν_{Al}	۷	G_{12} (Gpa)
۲۳۹۴	ρ_{ave} (kg/m ³)	۰/۲۵	ν_{12}
۲	G_{IIC} (KJ/m ²)	۲۰	ILSS (Mpa)
۲	V (m/s)	۶/۲۹	M_0 (Kg)
۲۸/۲	a (mm)	۰/۴۸۹	t_{Al} (mm)
		۰/۱۴۶	t_{GE} (mm)

جدول ۳ مقایسه پارامترهای سفتی در لایه‌چینی‌های مختلف

زاویه الیاف	Case I	Case II	Case III	Case IV	Case V
A_{11} (Mpa)	۲۰	۲۹/۵	۱۰/۶	۱۶/۶	۱۳
A_{12} (Mpa)	۲/۶۵	۲/۶۵	۲/۶۵	۶/۱	۴/۹
A_{16} (Mpa)	۰	۰	۰	۴/۱	۲/۳۶
A_{22} (Mpa)	۲۰	۱۰/۶	۲۹/۵	۱۶/۶	۲۲/۴
A_{26} (Mpa)	۰	۰	۰	۴/۱	۲/۳۶
A_{66} (Mpa)	۴/۱	۴/۱	۴/۱	۷/۵	۶/۴
K_p (Mpa)	۰/۳۹۴	۰/۳۹۴	۰/۳۹۴	۰/۳۹۴	۰/۳۹۴
K_{el} (Gpa)	۳۶/۸	۳۶/۸	۳۶/۸	۳۶/۸	۳۶/۸



(a)



(b)

Fig. 3 a) Load-Deflection and b) Kinetic energy-time for Case I, Case II and Case III layups

شکل ۳ نمودارهای (a) نیرو-خیز و (b) انرژی جنبشی-زمان برای لایه‌چینی Case I و Case II، Case III و Case IV، V

در ادامه لایه‌چینی Case IV، V مطابق جدول ۲ برای لایه‌های شیشه-اپوکسی در نظر گرفته شد که زوایای آن لزوماً ۰ و ۹۰ نیست. هم‌چنین در نمونه‌های Case VI، Case VII و Case VIII اثر استفاده از الیاف خمیده با تغییرات خطی زاویه الیاف مطابق رابطه (۳۵) و (۳۶) بررسی شد. نمودارهای مربوطه مشابه شکل ۲ هستند. در این نمونه‌ها درایه‌های \bar{Q}_{16} و \bar{Q}_{26} به تبع آن درایه‌های A_{16} و A_{26} در ماتریس سفتی کششی لمینیت غیر صفر هستند. اما ضرایب این درایه‌ها در سفتی

۳-۲- بررسی تأثیر زاویه الیاف و لایه‌چینی

در این بخش لایه‌چینی‌های متفاوت مطابق جدول ۲ برای لایه‌های کامپوزیت در نظر گرفته شده تا تأثیر زاویه الیاف لایه‌ها در پاسخ ورق دیده شود.

سه لایه‌چینی اول مربوط به لایه‌های کامپوزیتی متقاطع است که نتایج مربوط به آن در شکل ۳ آمده است. مطابق این نمودارها پاسخ ضربه روی ورق دایروی برای لایه‌چینی‌های Case I، II، III مشابه هم است. جزئیات مربوط به پارامترهای محاسبه شده در جدول ۳ آمده است. با فرض رفتار صلب-پلاستیک کامل برای لایه‌های آلومینیوم، نیروهای درون صفحه‌ای این لایه‌ها مطابق رابطه (۴) طی ضربه ثابت هستند. بنابراین سفتی لایه‌های آلومینیوم، K_p ، طبق روابط (۱۰)، (۱۲)، (۱۴)، (۱۶) ثابت است. هم‌چنین ماتریس‌های سفتی کاهش‌یافته تبدیل‌شده (\bar{Q})ها برای زوایای الیاف ۰ و ۹۰ با هم برابرند با این تفاوت که درایه‌های اول و دوم قطر اصلی آن‌ها جابجا شده است. در نتیجه با توجه به اینکه ضرایب درایه‌های A_{11} و A_{22} در معادله سفتی الاستیک لایه کامپوزیتی، K_{el} ، طبق روابط (۱۱)، (۱۳)، (۱۵)، (۱۷) یکسان است، تأثیر زاویه الیاف ۰ یا ۹۰ یکسان باقی می‌ماند و K_{el} تغییری نمی‌کند. بنابراین روابط (۹) تا (۱۷) برای چیدمان مختلف لایه‌های لمینیت با زوایای الیاف ۰ و ۹۰ بدون تغییر باقی می‌ماند و نمودارهای مربوط به لایه‌چینی‌های Case I، II، III کاملاً بر هم منطبق هستند.

مطابق شکل ۲ سرعت ضربه‌زننده از مقدار اولیه ۲ متر بر ثانیه در لحظه برخورد ضربه‌زننده به ورق شروع به کاهش می‌کند تا در موقعیت جابجایی ماکزیمم در لحظه حدود ۳/۷ میلی‌ثانیه پس از شروع حرکت به صفر می‌رسد و با حرکت در خلاف جهت حرکت اولیه به مقدار نهایی حدود ۱/۵ متر بر ثانیه می‌رسد. در این لحظه مقداری جابجایی ماندگار در ورق وجود خواهد داشت که اگر قابل ملاحظه باشد، می‌تواند موجب پارگی الیاف شود. در موقعیت جابجایی حدود ۳ میلی‌متر به دلیل لایه‌لایه‌شدگی شیشه-اپوکسی یک افت ناگهانی در سرعت اتفاق می‌افتد.

جدول ۲ لایه‌چینی‌های مختلف در بررسی تحلیلی

Table 2 Different Layup for analytical analysis

نوع الیاف	نمونه	لایه‌چینی
الیاف مستقیم	Case I	[Al/0/90/90/0/Al]
	Case II	[Al/0/0/0/Al]
	Case III	[Al/90/90/90/90/Al]
	Case IV	[Al/30/60/60/30/Al]
	Case V	[Al/45/90/90/45/Al]
الیاف خمیده رابطه (۳۵)	Case VI	[Al/0:30/0:30/0:30/0:30/Al]
	Case VII	[Al/0:60/0:60/0:60/0:60/Al]
الیاف خمیده رابطه (۳۶)	Case VII	[Al/0:30/0:30/0:30/0:30/Al]

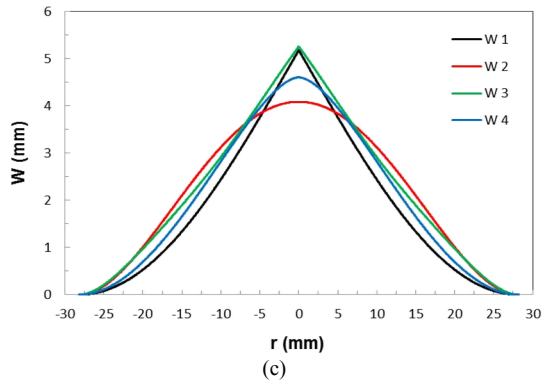


Fig. 4 a) Deflection-time, b) Force-time and c) deflection profile for different deflection curve function

شکل ۴ نمودارهای (a) خیز-زمان، (b) نیرو-زمان و (c) شکل خیز برای توابع خیز مختلف

با استفاده از W_2 زمان کل فرآیند ضربه کمتر و نیروی ماکزیمم بیشتر خواهد بود. اما سرعت نهایی در همه حالت‌ها یکسان است. نمودار خیز چهار تابع در موقعیت تغییر شکل ماکزیمم ورق در شکل ۴- c با هم مقایسه شده است. در تابع تقریب W_2 نسبت به بقیه توابع، مقدار جابجایی در مرکز ورق، کمتر و در لبه‌های ورق بیشتر است.

۳-۴- بررسی توزیع تنش در لایه‌چینی‌های مختلف

در شکل ۵ تغییرات تنش شعاعی در ورق در موقعیت تغییرشکل ماکزیمم برای لایه‌های لمینیت با زاویه الیاف مستقیم و خمیده و لایه‌های آلومینیوم طبق رابطه (۲۵) محاسبه و رسم شده است که بیشترین مقدار آن در مرکز ورق است و در مرز ورق به صفر می‌رسد. با تغییر زوایای الیاف توزیع تنش در لایه‌های لمینیت متفاوت خواهد بود. نحوه تغییرات زاویه الیاف در قسمت بالا سمت راست برای لایه‌چینی با الیاف مستقیم رسم شده است. برای الیاف خمیده از دو لایه‌چینی به صورت [0:30] و [0:60] مطابق رابطه (۳۵) و لایه‌چینی [0:30] مطابق رابطه (۳۶) استفاده شده است. نحوه تغییرات زاویه الیاف خمیده در شکل‌های مجزا رسم شده است. الگوی تغییرات تنش شعاعی از الگوی مسیر الیاف تبعیت می‌کند. اما ماکزیمم تنش در چندلایه‌های با الیاف خمیده مشابه نمونه‌های معمولی با الیاف مستقیم است.

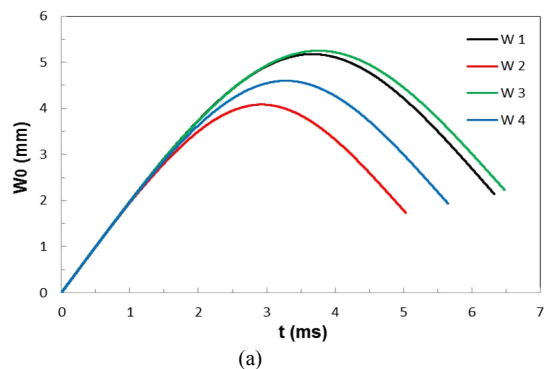
۳-۵- بررسی تأثیر پارامترهای بارگذاری و هندسی

در این بخش پارامترهای هندسی و بارگذاری برای گلار ۱ (Case I) در نظر گرفته می‌شود. مطابق شکل ۶- a و شکل ۶- b هرچه شعاع ورق بزرگ‌تر باشد، جابجایی ماکزیمم و زمان ضربه بیشتر و نیروی تماسی کمتر می‌شود. در صورتی که شعاع ۲۸۲

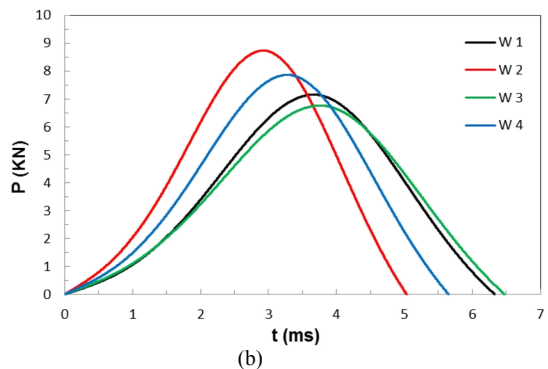
الاستیک چندلایه، K_{el} ، در روابط (۱۰) تا (۱۷) صفر خواهد شد. از طرفی با وجود متفاوت بودن سایر درایه‌های ماتریس A ، همان‌طور که در جدول ۳ مشاهده می‌شود، K_{el} تقریباً ثابت باقی می‌ماند. در نتیجه پاسخ ورق به ضربه تغییری نمی‌کند. بنابراین می‌توان نتیجه گرفت برای هندسه دایروی ورق و بارگذاری موردنظر تغییر زاویه الیاف تأثیری در سفتی تماسی و پاسخ ضربه سرعت پایین با استفاده از مدل تحلیلی بخش ۲ ندارد. مشابه این نتیجه قبلاً هم در بررسی‌های انجام شده روی پاسخ ضربه ورق کامپوزیتی دیده شده است [۲۳].

۳-۳- بررسی تأثیر توابع خیز

در بخش ۳-۲ برای تابع تقریب خیز از فرمول (۵) استفاده شد. در این بخش از توابع خیز مختلف برای تحلیل ضربه استفاده می‌شود. هم‌چنین از روش ارائه شده در بخش ۲-۴ برای محاسبه سفتی متوسط ورق استفاده شد و مقدار متوسط سفتی ورق برای همه توابع خیز ۱۴ گیگاپاسکال محاسبه شد. این مقدار تفاوت زیادی با مقدار سفتی متوسط محاسبه شده طبق رابطه (۲۷) یعنی ۵۶ گیگاپاسکال دارد. محاسبات این بخش تنها روی لایه‌چینی Case I که مربوط به گلار ۵ است، انجام می‌شود. نتایج پاسخ ضربه در صورت استفاده از چهار تابع تقریب در شکل ۴ با یکدیگر مقایسه شده است.



(a)



(b)

هم‌چنین مطابق شکل ۶- g و شکل ۶- h هرچه ضخامت لمینیت بیشتر باشد، با وجود نیروی تماسی بیشتر، جابجایی و زمان کمتر است. در صورتی که آلومینیوم حذف شود چون تغییر شکل لمینیت الاستیک فرض شده، جابجایی نهایی صفر خواهد بود. هم‌چنین توزیع نیرو و جابجایی کاملاً متقارن خواهد بود.

میلی‌متر باشد نمودار نیرو-جابجایی تقریباً خطی می‌شود. مطابق شکل ۶- c تا شکل ۶- f با افزایش جرم و سرعت ضربه‌زننده، جابجایی و نیروی ماکزیمم بیشتر می‌شود. اما زمان ضربه و زمان مربوط به نیرو و خیز ماکزیمم با افزایش جرم بیشتر و با افزایش سرعت کمتر می‌شود.

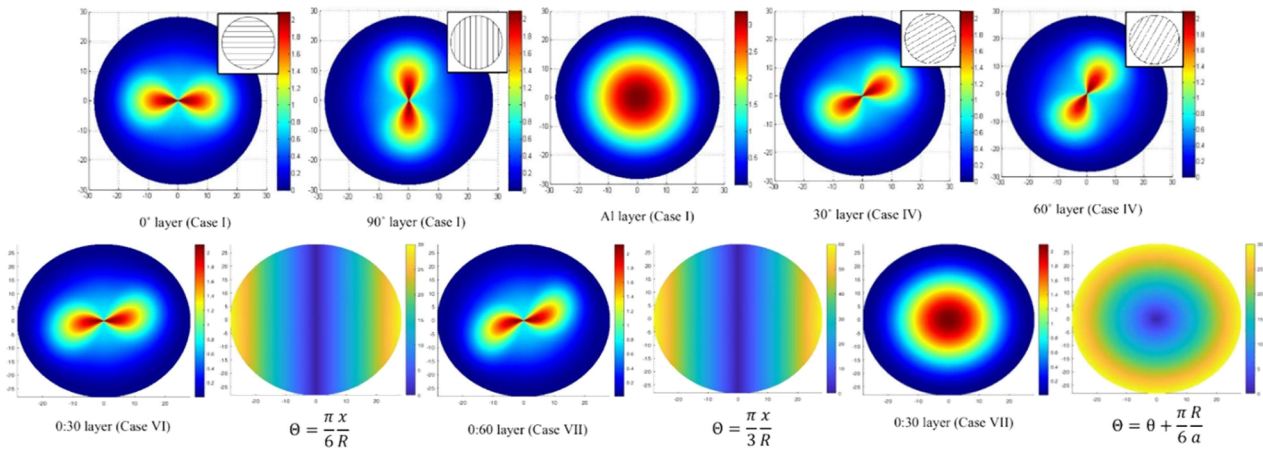


Fig. 5 Radial stress contours in different layups

شکل ۵ توزیع تنش شعاعی در لایه‌چینی‌های مختلف

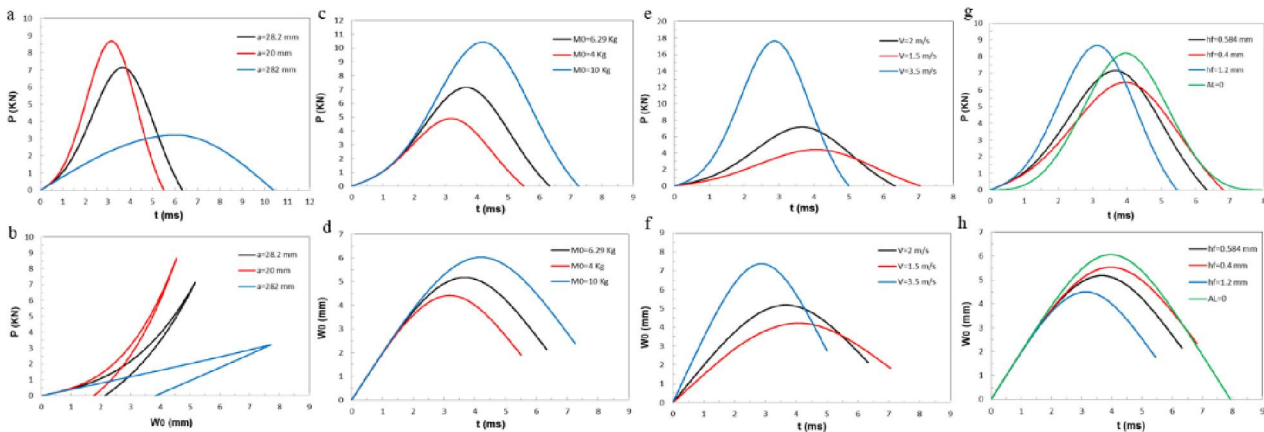


Fig. 6 a) Force-time and b) force-Deflection for different plate radius, c) force-time and d) deflection-time for different impactor mass, e) force-time and f) deflection-time for different impactor velocity, g) force-time and h) deflection-time for different laminate thickness

شکل ۶ نمودارهای (a) نیرو-زمان و (b) نیرو-خیز برای شعاع‌های مختلف ورق، (c) نیرو-زمان و (d) خیز-زمان برای جرم ضربه‌زننده متفاوت، (e) نیرو-زمان و (f) خیز-زمان برای سرعت ضربه‌زننده متفاوت و (g) نیرو-زمان و (h) خیز-زمان برای ضخامت‌های مختلف لایه کامپوزیتی

ضخامت لمینیت بیشتر باشد این ضریب بیشتر است. یعنی تغییر شکل الاستیک‌تر است و در صورت حذف آلومینیوم، تغییر شکل کاملاً الاستیک است.

در جدول ۴ ضریب ارتجاع برای موارد بررسی شده در بخش ۳-۵ محاسبه و مقایسه شده است. با توجه به این جدول هرچه شعاع ورق بیشتر باشد ضریب ارتجاع کمتر است. یعنی تغییر شکل پلاستیک‌تر است. هرچه جرم و سرعت ضربه‌زننده و

- [2] F. D. Morinière, R. C., Alderliesten, R., Benedictus, Modelling of impact damage and dynamics in fibre-metal laminates—A review, *International Journal of Impact Engineering*, Vol. 67, pp. 27-38, 2014.
- [3] M. Sadighi, R. C. Alderliesten, R. Benedictus, Impact resistance of fiber-metal laminates: A review, *International Journal of Impact Engineering*, Vol. 49, pp. 77-90, 2012.
- [4] T. Sinmazçelik, E. Avcu, M. Bora, O. Coban, A review: Fiber metal laminates, background, bonding types and applied test methods, *Materials & Design*, Vol. 32, No. 7, pp. 3671-3685, 2011.
- [5] C. A. J. R., Vermeeren, An historic overview of the development of fiber metal laminates, *Applied Composite Materials*, Vol. 10, No. 4, pp. 189-205, 2003.
- [6] M. Heydari-Meybodi, H. Mohammadkhani, M. R. Bagheri, Oblique low-velocity impact on fiber-metal laminates, *Applied Composite Materials*, Vol. 24, No. 3, pp. 611-623, 2017.
- [7] M. Tayyebati, H. Ahmadi, G.H. Liaghat, Experimental and numerical investigation on crushing of metal-composite hybrid energy absorber under a quasi-static loading, *Iranian Journal of Manufacturing Engineering*, Vol. 6, No. 8, pp. 54-66, 2020. (in Persian)
- [8] S., Feli, S. Khodadadian, M. Safari, A modified new analytical model for low-velocity impact response of circular composite sandwich panels. *Journal of Sandwich Structures & Materials*, Vol. 18, No. 5, pp. 552-578, 2016.
- [9] G. J. Tsamasphyros, G. S. Bikakis, Analytical modeling of circular GLARE laminated plates under lateral indentation, *Advanced Composites Letters*, Vol. 18, No. 1, 2009: 096369350901800102.
- [10] G. J. Tsamasphyros, G. S. Bikakis, Analytical modeling to predict the low velocity impact response of circular GLARE fiber-metal laminates, *Aerospace Science and Technology*, Vol. 29, No. 1, pp. 28-36, 2013.
- [11] C. S. Lopes, Z. Gürdal, P. P. Camanho, Variable-stiffness composite panels: Buckling and first-ply failure improvements over straight-fiber laminates, *Computers & Structures*, Vol. 86, No. 9, pp. 897-907, 2008.
- [12] Z. Zamani, H. Haddadpour, M. R. Ghazavi, Curvilinear fiber optimization tools for design thin walled beams, *Thin-Walled Structures*, Vol. 49, No. 3, pp. 448-454, 2011.
- [13] H. Haddadpour, Z. Zamani, Curvilinear fiber optimization tools for aeroelastic design of composite wings. *Journal of Fluids and Structures*, Vol. 33, pp. 180-190, 2012.
- [14] A. Vlot, Impact loading on fibre metal laminates, *International Journal of Impact Engineering*, Vol. 18, No. 3, pp. 291-307, 1996.
- [15] M. S. H. Fatt, C. Lin, D. M. Revilockjr, D. A. Hopkins, Ballistic impact of GLARE™ fiber-metal laminates, *Composite structures*, Vol. 61, No. 1-2, pp. 73-88, 2003.
- [16] C. Lin, M. S. H. Fatt, Perforation of composite plates

جدول ۴ مقایسه ضرایب ارتجاع با تغییر پارامترهای هندسی و بارگذاری

Table 4 Comparison between restitution factors for different loading and geometric parameters

پارامتر هندسی	نمونه	RF
a (mm)	۲۸/۲	۰/۸۷
	۲۰	۰/۹۰
	۲۸۲	۰/۷۲
M ₀ (kg)	۶/۲۹	۰/۸۷
	۴	۰/۸۵
	۱۰	۰/۸۹
V (m/s)	۲	۰/۸۷
	۱/۵	۰/۸۵
	۳/۵	۰/۹۱
h _f (mm)	۰/۵۸۴	۰/۸۷
	۰/۴	۰/۸۵
	۱/۲	۰/۹۰
h _{AL} (mm)	۰	۱

۴- نتیجه‌گیری

در این پژوهش پاسخ صفحه دایروی از جنس چندلایه‌های فلزی-الیافی در برابر ضربه سرعت پایین به روش تحلیلی بررسی شد. هم‌چنین روشی برای محاسبه سفتی متوسط ورق با لایه‌چینی‌های مختلف ارائه شد که از آن برای تخمین نیرو و انرژی موردنیاز برای لایه‌لایه‌شدگی استفاده شد.

پارامترهایی نظیر نیروی تماسی و سرعت بر حسب میزان خیز ورق، در مراحل بارگذاری و باربرداری محاسبه شدند. با تغییر تابع تقریب خیز و بازنویسی قانون ضربه، نتایج پاسخ ضربه کاملاً متفاوت خواهد بود. در بررسی تأثیر زاویه الیاف و نحوه لایه‌چینی، ۸ نوع لایه‌چینی مختلف برای ورق شامل الیاف مستقیم و خمیده در نظر گرفته شد. در این لایه‌چینی‌ها پاسخ ورق مشابه بدست آمد و این نتیجه از طریق یکسان بودن ضریب سفتی الاستیک و پلاستیک چندلایه در قانون ضربه توجیه شد. علیرغم یکسان بودن پاسخ نیرو-تغییر مکان، توزیع تنش در الیاف مستقیم و خمیده متفاوت است و وابسته به نوع تعریف مسیر الیاف است. هم‌چنین تأثیر پارامترهای هندسی و بارگذاری روی پاسخ ضربه ورق مشخص و میزان ضریب ارتجاع برای ورق‌های مورد بررسی بین ۰/۷۲ تا ۱ محاسبه شد.

۵- مراجع

- [1] G. B. Chai, P. Manikandan, Low velocity impact response of fibre-metal laminates—A review, *Composite Structures*, Vol. 107, pp. 363-381, 2014.

- and glass/polyamide-6 laminates, *Polymer Testing*, Vol. 65, pp. 231-241, 2018.
- [20] S. Timoshenko, S. Woinowsky-Krieger, *Theory of plates and shells*, 1959.
- [21] G. A. Davies, X. Zhang, Impact damage prediction in carbon composite structures, *International Journal of Impact Engineering*, Vol. 16, No. 1, pp. 149-170, 1995.
- [22] G. Wu, J. M. Yang, H. T. Hahn, The impact properties and damage tolerance and of bi-directionally reinforced fiber metal laminates, *Journal of materials science*, Vol. 42, No. 3, pp. 948-957, 2007.
- [23] A. Nosier, R. K. Kapania, J. N. Reddy, Forced vibration and low-velocity impact of laminated composite plates, *Sadhana*, Vol. 19, No. 3, pp. 509-541, 1994.
- and sandwich panels under quasi-static and projectile loading, *Journal of composite materials*, Vol. 40, No. 20, pp. 1801-1840, 2006.
- [17] A. C. Ugural, *Stresses in beams, plates, and shells*. CRC press, 2009.
- [18] D. J. Bull, S. M. Spearing, I. Sinclair, Investigation of the response to low velocity impact and quasi-static indentation loading of particle-toughened carbon-fiber composite materials, *Composites Part A: Applied Science and Manufacturing*, Vol. 74, pp. 38-46, 2015.
- [19] S. W. F. Spronk, M. Kersemans, J. C. A. D. Baerdemaeker, F. A. Gilabert, R. D. B. Sevenois, D. Garoz, C. Kassapoglou, W. V. Paeppegem, Comparing damage from low-velocity impact and quasi-static indentation in automotive carbon/epoxy