



تعیین ضرایب سفتی و مقاومت کمانشی پوسته‌های مشبک مخروطی کامپوزیتی با استفاده از تحلیل مسیر الیاف پوسته و ریب شبکه

علی اصغر نادری^{1*}، حامد احمدی²

1- استادیار، مهندسی مکانیک، دانشگاه امام علی (ع)، تهران

2- استادیار، مهندسی مکانیک، دانشگاه تربیت مدرس، تهران

* تهران، صندوق پستی 1317893471، aa.naderi@modares.ac.ir

چکیده

اطلاعات مقاله

در این تحقیق، با استفاده از هندسه مسیر الیاف، هندسه پوسته مخروطی، هندسه شبکه تقویت کننده و تئوری کلاسیک پوسته‌ها، ضرایب سفتی یک پوسته مخروطی کامپوزیتی و یک شبکه تقویت کننده مخروطی کامپوزیتی به دست آمده است. با استفاده از این ضرایب و به روش معادل سازی، ضرایب سفتی معادل یک پوسته مشبک مخروطی کامپوزیتی تعیین می‌شود. با استفاده از این ضرایب مقاومت کمانشی تعیین و نتایج حاصل با نتایج تجربی مقایسه و تطابق مناسبی بین نتایج دیده شده است. ضرایب سفتی پوسته مخروطی به صورت تابعی از موقعیت هر نقطه از پوسته نسبت به محور مولد پوسته مخروطی به دست می‌آید. مقدار تمامی ضرایب سفتی هر نقطه از پوسته تقویت نشده نسبت به محور مولد آن از محل لبه کوچک به محل لبه بزرگ پوسته مخروطی کاهش می‌یابد. تغییرات ضخامت پوسته و زاویه قرارگیری الیاف بر روی پوسته نسبت به محور مولد مخروط، باعث می‌شود که سفتی پوسته در راستای محور مولد آن متغیر باشد. همچنین تغییر فاصله ریب‌های تقویت کننده از لبه کوچک پوسته مخروطی به سمت لبه بزرگ آن، سبب تغییر سفتی معادل شبکه تقویت کننده می‌شود. بنابراین سفتی کل سازه مشبک مخروطی در راستای مولد آن متغیر است. دیده می‌شود هرچند آنالیز مقاومت کمانشی پوسته مخروطی به روش معادل سازی کاملاً دقیق نیست اما توصیف دقیقی از نحوه و نسبت تغییرات سفتی پوسته‌های مشبک در راستای محور مولد آن ارائه می‌کند. ضرایب معادل پوسته مشبک مخروطی کامپوزیتی، همچون ضرایب یک پوسته مخروطی رشته پیچی شده بدون تقویت کننده، در راستای محور مولد آن ضرایبی متغیر است.

مقاله پژوهشی کامل

دریافت: 10 تیر 1400

داوری اولیه: 16 مرداد 1400

پذیرش: 21 شهریور 1400

کلیدواژگان:

کمانش

سازه مشبک مخروطی

مسیر الیاف

پوسته‌های کامپوزیتی

Determination of stiffness coefficients and buckling strength of composite lattice conical shells using shell fiber path and lattice rib analysis

Ali Asghar Naderi^{1*}, Hamed Ahmadi²

1- Department of Mechanical Engineering, Imam Ali University, Tehran, Iran.

2- Department of Mechanical Engineering, Tarbiat Modares University, Tehran, Iran

* P.O.B. 1317893471 Tehran, Iran, aa.naderi@modares.ac.ir

Article Information

Original Research Paper

Received: 1 July 2021

First Decision: 7 August 2021

Accepted: 12 September 2021

Keywords:

Buckling

Lattice conical structure

Fiber path

Composite shells

Abstract

In this paper, using fiber path geometry, shell geometry, lattice geometry and classical shell theory, the stiffness coefficients of a composite conical shell and a composite lattice conical shell are obtained. The results in determining the buckling strength in this method have been compared with the experimental results and a good agreement has been seen between the results. The stiffness coefficients are obtained as a function of the position of each point of the shell relative to the axis of the conical shell generator. The value of all stiffness coefficients at each point of the unreinforced shell relative to its generating axis decreases from the location of the small edge to the location of the large edge of the conical shell. Changes in the thickness of the shell and the angle of placement of the fibers on the shell relative to the axis of the cone generator cause the stiffness of the shell to vary along the axis of the generator. Therefore, the stiffness of the whole conical lattice structure varies in the direction of its generator. It can be seen that although the analysis of the buckling strength of the conical shell by the equivalence method is not completely accurate, but it provides a detailed description of the manner and ratio of changes in stiffness of the lattice shells along the axis of its generator. The coefficients equivalent like the coefficients of a filament wound composite laminated conical shell vary by the direction of its generating axis.

1- مقدمه

مخروطی، معمولاً برای اتصال مقاطع استوانه‌ای با شعاع متفاوت به‌کار می‌روند و مقاومت کمانشی این نوع سازه‌ها یکی از مهم‌ترین معیارهای واماندگی آنهاست.

امروزه، پوسته‌های رشته‌پیچی شده از مواد مرکب در صنایع هوایی، هوافضا و نظامی مورد استفاده قرار می‌گیرند. پوسته‌های

Please cite this article using:

برای ارجاع به این مقاله از عبارت ذیل استفاده نمایید:

A. A. Naderi, H. Ahmadi, Determination of stiffness coefficients and buckling strength of composite lattice conical shells using shell fiber path and lattice rib analysis, Iranian Journal of Manufacturing Engineering, Vol. 8, No. 7, pp. 31- 42, 2021 (in Persian)

تیر برنولی و با روشی ساده مقاومت کمانشی سازه‌های مشبک مخروطی را تعیین نموده اند [19].

در این تحقیق با استفاده از هندسه مسیر الیاف، هندسه پوسته مخروطی، هندسه شبکه تقویت کننده و تئوری کلاسیک پوسته‌ها، ضرایب سفتی پوسته محاسبه و با ترکیب ضرایب شبکه تقویت کننده و پوسته تقویت نشده، ضرایب معادل سفتی پوسته مشبک مخروطی کامپوزیتی به دست آمده است. در ادامه با استفاده از همین ضرایب معادل، مقاومت کمانشی سازه مورد نظر با استفاده از روش المان محدود تعیین و با نتایج تجربی مقایسه می‌شود.

2- تعریف مسئله

همان‌گونه که در شکل 1 نشان داده شده است، با قرار گرفتن یک جداره (پوسته) بر روی شبکه مخروطی یک پوسته مخروطی مشبک کامپوزیتی تولید می‌شود [1].

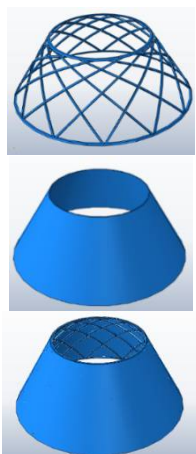


Fig. 1 Path fiber on conical shell

شکل 1 شبکه (بالا)، جداره یا پوسته (وسط) و یک پوسته مشبک (پایین)

معمولاً با رشته پیچی الیاف، پوسته بر روی شبکه قرار می‌گیرد. هدف از ارایه این مقاله تعیین مقاومت کمانشی این نوع سازه (شکل 1)، با استفاده از روش معادل سازی است.

روش ارایه شده در این مقاله عمومیت دارد اما به منظور ارایه نتایج عددی، و مقایسه نتایج با نتایج تجربی، سه نمونه پوسته مخروطی مشبک که در جدول 1 نشان داده شده‌اند تحت بار محوری با شرایط تکیه‌گاهی گیردار در نظر گرفته می‌شوند.

شبکه تمامی نمونه‌ها از دو رینگ محیطی و دوازده جفت ریب ماریچ با سطح مقطع 2×2 میلی‌متر مربع با توزیع متقارن در مسیر ژئودزیک ساخته شده‌اند. پوسته مخروطی بر روی سازه شبکه‌ای رشته‌پیچی شده است و تمامی نمونه‌ها مخروط ناقص با زاویه رأس

از آنجایی که طراحی مواد سبک‌تر همراه با مقاومت بالاتر، مورد توجه طراحان است، در دو دهه اخیر، حجم گسترده‌ای از پژوهش‌ها در زمینه طراحی سازه‌های پوسته‌ای، به استفاده از سازه‌های مشبک اختصاص دارد. واسیلیف و همکاران با ارایه خلاصه‌ای از پژوهش‌های خود در یک موسسه روسی، در زمینه ساخت، آزمایش، بهینه‌سازی و کاربرد سازه‌های مشبک، مقالاتی ارایه داده‌اند که مهمترین معیار طراحی، در این مطالعات مقاومت کمانشی است [1-3]. تاریخچه ساخت و کاربرد سازه‌های مشبک به وسیله‌های بیرج و همکاران تشریح شده است [4]. ساخت و آزمایش ورق و پوسته استوانه‌ای به وسیله کیم مطالعه شده است، در این مطالعات شبکه‌ها همسان هستند و نمونه‌ها تحت بار فشاری به روش تجربی مطالعه شده‌اند [5، 6]. روشی ارزان و ساده با استفاده از فوم پلی اورتان برای ساخت پوسته مشبک استوانه‌ای به وسیله براهویان و ولمرگان ارایه شده است و کمانش این سازه با المان محدود و آزمایش بررسی شده است [7]. ودسنت و همکاران با روش معادل سازی و المان محدود [8]، کیدانه و همکاران با روش معادل سازی و تجربی [9] و یزدانی و رحیمی به روش تجربی [10] مقاومت کمانشی سازه‌های مشبک استوانه‌ای از مواد مرکب را بررسی نموده‌اند. زارعی و همکاران [11]، مقاومت کمانشی پوسته‌های مخروطی ساندویچی با استفاده از تئوری برشی مرتبه اول را بررسی نموده‌اند. همچنین تحلیل سازه‌های مشبک مخروطی تحت بار ضربه ای به وسیله احمدی فر و همکاران ارایه شده است [12]. توتارو مدلی تحلیلی بر اساس بار کمانش بحرانی یک تیر اولبری، برای محاسبه بارکمانش بحرانی موضعی سازه‌های مشبک استوانه‌ای با شبکه سه و شش ضلعی ارایه نموده است در این مدل بار کمانش بحرانی شبکه‌های غیرهمسان نیز بررسی شده است [13، 14]. بعضی از مدهای کمانش بحرانی داخل صفحه سازه مشبک به وسیله فان و همکاران معرفی شده است، در این مطالعه شبکه همسان است و کل شبکه از تکرار یک سلول واحد ایجاد می‌شود [15].

در زمینه سازه‌های مشبک مخروطی از مواد مرکب، هو و گرامول با ساخت چند نمونه در شیارهایی از گچ، به روش المان محدود این نوع سازه‌ها را مورد مطالعه قرار داده‌اند [16]. توتارو گوردال یک روش عددی برای بهینه‌سازی وزن در مقابل بارکمانش بحرانی آنها بر اساس تحلیل واسیلیف و همکاران ارایه نموده‌اند [17]. و مارازوف و همکاران با روش المان محدود بارکمانش بحرانی سازه‌های مشبک مخروطی با شبکه‌های نامنظم را تحت بارهای محوری، خمشی و پیچشی بررسی نموده‌اند [18]. همچنین نادری و رحیمی با استفاده از تئوری

3- مدل سازی

3-1- مدل سازی پوسته مخروطی تقویت نشده (پوسته بدون شبکه)

مسیر الیاف بر روی پوسته مخروطی در شکل 2 نشان داده شده است. در این شکل r_D و r_d به ترتیب شعاع مقاطع دایره‌ای در لبه‌های کوچک و بزرگ پوسته مخروطی است. 2α زاویه رأس مخروط و L طول یال مخروط است. از دستگاه مختصات مخروطی $x-\theta-z$ که بر روی لایه میانی قرار می‌گیرد برای معرفی پوسته استفاده می‌شود. x فاصله از قسمت میانی مخروط در راستای یال آن؛ θ ، مختصات محیطی و z ، مختصات نقاط در راستای عمود بر سطح مخروطی است (جهت مثبت آن رو به بیرون).

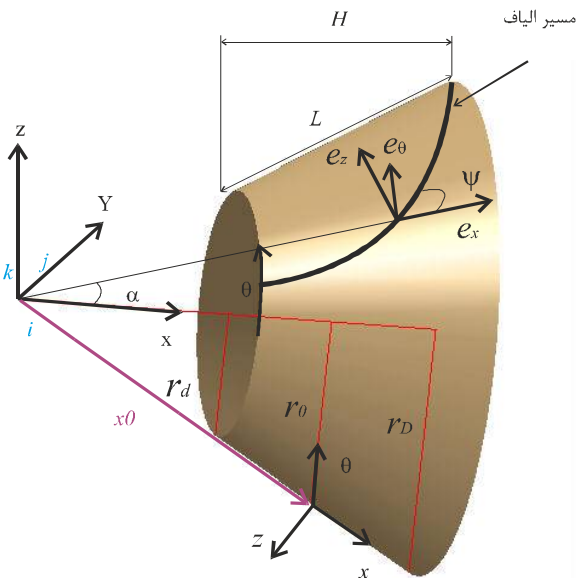


Fig. 2 Path fiber on conical shell

شکل 2 مسیر الیاف بر روی پوسته مخروطی

همان‌گونه که در شکل 2 نشان داده شده است، $\psi(x)$ ، زاویه یا به عبارت دیگر جهت‌گیری الیاف در هر نقطه روی پوسته است. این زاویه بیان‌گر زاویه بین راستای محور طولی دستگاه مخروطی و راستای بردار یک مماس بر مسیر الیاف می‌باشد. زاویه قرارگیری الیاف بر روی یک پوسته مخروطی رشته پیچی شده با رابطه (1) تعیین می‌شود [21].

$$\sin \psi(x) = \frac{r_d \sin \psi_d}{r_0 + x \sin \alpha} \quad (1)$$

که در آن r_0 و r_d به ترتیب شعاع پوسته مخروطی در ارتفاع میانه و لبه کوچک، ψ_d ، زاویه قرارگیری الیاف نسبت به جهت

60 درجه، قطر متوسط در لبه کوچک 122 و قطر متوسط در لبه بزرگ 222 میلی‌متر هستند. مسیر الیاف پوسته و زوایای قرارگیری ریب در نمونه‌های 1، 2 و 3 در جدول 2 آمده است.

فرض می‌شود که تمامی نمونه‌ها از الیاف شیشه نوع E و سیستم ماده زمینه‌ای اپوکسی LY 5052 با سخت کننده 5052 HY ساخته شده‌اند که خواص اسمی این مواد در جدول 3 فهرست شده است.

جدول 1 نمونه پوسته‌های مخروطی مشبک کامپوزیتی

Table 1 Sample of composite lattice conical shells

نمونه	نمونه مدل	نمونه تجربی
1		
2		
3		

جدول 2 ابعاد هندسی طراحی شده نمونه‌ها

Table 2 Designed geometric dimensions of the samples

نمونه	مشخصات نمونه در لبه بزرگ		مشخصات نمونه در لبه کوچک	
	زاویه الیاف (درجه)	ضخامت پوسته (mm)	زاویه الیاف (درجه)	ضخامت پوسته (mm)
1	35	17	20	1/8
2	35	27	20	1/8
3	35	33	20	1/8

جدول 3 خواص مکانیکی مواد [19, 20]

Table 3 Mechanical Properties of materials [19, 20]

ماده	نسبت مدول ینگ		نسبت چگالی	
	ترکیب %	GPa	پواسون	kg/m ³
الیاف شیشه نوع E	-	72	0/2	2440
ماده زمینه‌ای (رزین و هاردنر 5052)	100:38	3/35	0/35	1160

3-2- مدل‌سازی شبکه مخروطی (شبکه بدون جداره)

مسیر ریب‌های مارپیچ و محیطی یک سازه مشبک مخروطی در شکل 3 نشان داده شده است. این سازه متشکل از 24 ریب مارپیچ، و دو ریب محیطی، نشان داده شده است. n_c تعداد ریب‌های محیطی و n_h تعداد ریب‌های مارپیچ بر یکی از مسیرهای ژئودزیک با زاویه‌ی ریب نسبت به یال مخروط در انتهای بزرگ پوسته‌ی مخروطی φ_D یا $-\varphi_D$ است.

b_c و b_h ، h به ترتیب برابر ضخامت، عرض ریب مارپیچ و عرض ریب محیطی است. در این جا فرض شده است، ضخامت ریب‌های مارپیچ و محیطی، یکسان است. همچنین فرض می‌شود لبه‌ی کوچک و بزرگ سازه بر اولین و آخرین ریب محیطی منطبق است. فرض می‌شود h ارتفاع (ضخامت) ریبهای مارپیچ و محیطی یکسان است و همچنین ریب مارپیچ با ضریب کشسانی E_h ، بار محوری تحمل می‌کند و تنش در مقطع آن یکنواخت است، خارج قسمت نیروی در راستای محور ریب، بر فاصله توزیع ریب a_h ، برابر منتج تنش پوسته معادل است. بنابراین روابط تنش کرنش متوسط یک پوسته معادل در جهات اصلی ریب بر حسب دستگاه مختصات مماس و قائم بر مسیر ریب مارپیچ با رابطه (5) تعریف می‌شود.

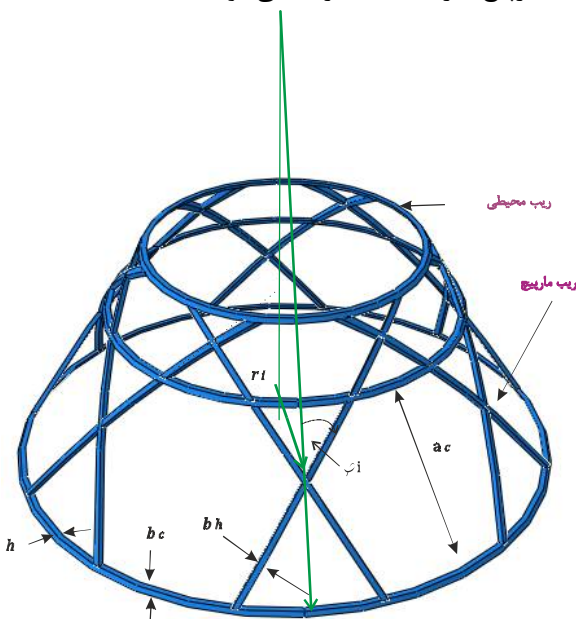


Fig. 3 parameters of lattice

شکل 3 پارامترهای ریب در شبکه

$$\begin{bmatrix} \sigma_t^z \\ \sigma_n^z \\ \sigma_m^z \end{bmatrix} = \frac{E_h b_h}{a_h(x)} \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \varepsilon_t^z \\ \varepsilon_n^z \\ \varepsilon_m^z \end{bmatrix} \quad (5)$$

مولد در لبه کوچک مخروط، α زاویه نیم رأس و x موقعیت هر نقطه در راستای مولد از نقطه میانی یک پوسته مخروطی است. در هنگام پیچیدن یا جای‌گذاری الیاف در سطح دوار، حجم الیاف عبوری از هر سطح مقطع در راستای طولی، ثابت است. بنابراین $t(x)$ ، ضخامت متغیر پوسته مخروطی کامپوزیتی رشته پیچی شده در هر مقطع از پوسته با رابطه (2) به دست خواهد آمد [21].

$$t(x) = \frac{t_d r_d \cos \psi_d}{(r_0 + x \sin \alpha) \psi} \quad (2)$$

که در آن t_d ضخامت پوسته مخروطی در لبه کوچک پوسته مخروطی است.

در تئوری کلاسیک چندلایه، معادله‌های ساختاری باراعمالی و کرنش صفحه میانی برای پوسته مخروطی رشته پیچی شده را می‌توان به صورت رابطه (3) مدل نمود [22].

$$\begin{bmatrix} N_x \\ N_\theta \\ N_{x\theta} \\ M_x \\ M_\theta \\ M_{x\theta} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A_{11} & A_{12} & 0 & B_{11} & B_{12} & B_{16} \\ A_{12} & A_{22} & 0 & B_{12} & B_{22} & B_{26} \\ 0 & 0 & A_{66} & B_{16} & B_{26} & B_{66} \\ B_{11} & B_{12} & B_{16} & D_{11} & D_{12} & 0 \\ B_{12} & B_{22} & B_{26} & D_{12} & D_{22} & 0 \\ B_{16} & B_{26} & B_{66} & 0 & 0 & D_{66} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \varepsilon_x \\ \varepsilon_\theta \\ \gamma_{x\theta} \\ \kappa_x \\ \kappa_\theta \\ \kappa_{x\theta} \end{bmatrix} \quad (3)$$

در یک معادله‌ی ساختاری چندلایه، ماتریس سفتی محوری A ، نیروهای در صفحه N را به کرنش‌های صفحه میانی $\varepsilon = \{\varepsilon_x, \varepsilon_\theta, \varepsilon_{x\theta}\}$ ارتباط می‌دهد. از طرف دیگر ماتریس سفتی خمشی D ، لنگرهای M را با انحناهای صفحه میانی $\kappa = \{\kappa_x, \kappa_\theta, \kappa_{x\theta}\}$ مرتبط می‌کند. ماتریس سفتی کوپلینگ B ، نیروهای در صفحه را به انحناهای صفحه میانی و لنگرهای حاصله را به کرنش‌های صفحه میانی مرتبط می‌کند. ضرایب سفتی پوسته مخروطی رشته پیچی شده رابطه (3) از روابط (4) به دست می‌آیند [22].

$$\begin{aligned} A_{ij} &= \sum_{k=1}^N (\bar{Q}_{ij})_k (z_k - z_{k-1}) \\ B_{ij} &= \frac{1}{2} \sum_{k=1}^N (\bar{Q}_{ij})_k (z_k^2 - z_{k-1}^2) \\ D_{ij} &= \frac{1}{3} \sum_{k=1}^N (\bar{Q}_{ij})_k (z_k^3 - z_{k-1}^3) \end{aligned} \quad (4)$$

که در رابطه (4)، $i, j = 1, 2, 6$ یا z_{k-i} فاصله صفحه میانی تا سطح داخلی لایه شماره k ، z_k فاصله صفحه میانی تا سطح بیرونی لایه k ام، $(\bar{Q}_{ij})_k$ سفتی تبدیل شده تک لایه برای لایه شماره k است [22].

$$c = \sqrt{1 - \left(\frac{r_d \sin \varphi_d}{r_0 + x \sin \alpha} \right)^2} \quad (9)$$

از روابط تنش و کرنش یک تک لایه در جهات اصلی و با استفاده از ماتریس تبدیل رابطه (10)،

$$\begin{bmatrix} \varepsilon_x^z \\ \varepsilon_\theta^z \\ \varepsilon_{x\theta}^z \end{bmatrix}^h = \begin{bmatrix} c^2 & s^2 & -sc \\ s^2 & c^2 & sc \\ 2sc & -2sc & c^2 - s^2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \varepsilon_t^z \\ \varepsilon_n^z \\ \varepsilon_{in}^z \end{bmatrix} \quad (10)$$

رابطه تنش و کرنش برای یک ریب ماریچ در جهات غیراصولی که که منطبق بر جهات معرفی شده برای دستگاه مخروطی است به صورت رابطه (11) به دست می‌آید.

$$\begin{bmatrix} \sigma_x^z \\ \sigma_\theta^z \\ \sigma_{x\theta}^z \end{bmatrix}^h = [Q]^h \begin{bmatrix} \varepsilon_x^z \\ \varepsilon_\theta^z \\ \varepsilon_{x\theta}^z \end{bmatrix}^h = \begin{bmatrix} \bar{Q}_{11} & \bar{Q}_{12} & \bar{Q}_{16} \\ \bar{Q}_{21} & \bar{Q}_{22} & \bar{Q}_{26} \\ \bar{Q}_{61} & \bar{Q}_{62} & \bar{Q}_{66} \end{bmatrix}^h \begin{bmatrix} \varepsilon_x^z \\ \varepsilon_\theta^z \\ \varepsilon_{x\theta}^z \end{bmatrix}^h \quad (11)$$

که در آن $[Q]^h$ ، ماتریس سفتی تبدیل یافته معادل ریب‌های ماریچ با راستای φ نسبت به محور مولد پسته مخروطی است که با استفاده از روابط (5) تا (11) به دست می‌آید.

لازم است تاکید شود که این سفتی برای ریب ماریچی که دارای امتداد φ نسبت به محور مولد مخروط به دست آمده است. در اینجا سیستم ریب‌های ماریچ متقارن است. بنابراین بایستی سفتی ریب‌های دارای امتداد $-\varphi$ را نیز به دست آورد. برای محاسبه سفتی ریب‌های ماریچ در راستای $-\varphi$ با محور مولد مخروط روند کاملاً مشابه حالت قبل است با این تفاوت فقط زاویه $-\varphi$ جایگزین زاویه φ خواهد شد بنابراین سفتی تبدیل یافته معادل ریب‌های ماریچ در راستای $-\varphi$ ، $[Q]^h$ تعریف شده است با استفاده از روابط (5) تا (11) به دست می‌آید.

$$[\bar{Q}]^h = \begin{bmatrix} \bar{Q}_{11} & \bar{Q}_{12} & \bar{Q}_{16} \\ \bar{Q}_{21} & \bar{Q}_{22} & \bar{Q}_{26} \\ \bar{Q}_{61} & \bar{Q}_{62} & \bar{Q}_{66} \end{bmatrix}^h \quad (12)$$

با استفاده از اصل برهم‌نهی، توزیع تنش در سراسر پسته پیوسته فرض می‌شود و تنش در هر مقطع مطابق با رابطه (13) برابر مجموع تنش‌های متوسط قرار داده می‌شود.

$$\begin{Bmatrix} \sigma_x^z \\ \sigma_\theta^z \\ \sigma_{x\theta}^z \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} \sigma_x^z \\ \sigma_\theta^z \\ \sigma_{x\theta}^z \end{Bmatrix}^h + \begin{Bmatrix} \sigma_x^z \\ \sigma_\theta^z \\ \sigma_{x\theta}^z \end{Bmatrix}^{h'} + \begin{Bmatrix} \sigma_x^z \\ \sigma_\theta^z \\ \sigma_{x\theta}^z \end{Bmatrix}^c \quad (13)$$

برای معادل سازی پسته مشبک نیاز است ضرایب سفتی

که در آن $\sigma = [\sigma_t^z, \sigma_n^z, \sigma_m^z]^T$ و $\varepsilon = [\varepsilon_t^z, \varepsilon_n^z, \varepsilon_m^z]^T$ به ترتیب مؤلفه‌های کرنش و تنش در صفحه به فاصله z از صفحه مبنا است و زیرنویس t و n در این مؤلفه‌ها به ترتیب معرف جهت مماس بر ریب، عمود بر ریب و مؤلفه برشی در صفحه است. بالا نویس و زیر نویس h در روابط بیانگر پارامترهای اختصاصی ریب‌های ماریچ است. از طرفی برای ریب‌های محیطی می‌توان یک پسته معادل تعریف کرد. جهات اصلی ریب‌های محیطی منطبق بر دستگاه مختصات تعریف شده برای پسته مخروطی است، بنابراین روابط تنش کرنش یک پسته معادل ریب‌های محیطی با رابطه (6) تعریف می‌شود.

$$\begin{bmatrix} \sigma_x^z \\ \sigma_\theta^z \\ \sigma_{x\theta}^z \end{bmatrix}^c = \begin{bmatrix} Q_{11} & Q_{12} & Q_{16} \\ Q_{21} & Q_{22} & Q_{26} \\ Q_{61} & Q_{62} & Q_{66} \end{bmatrix}^c \begin{bmatrix} \varepsilon_x^z \\ \varepsilon_\theta^z \\ \varepsilon_{x\theta}^z \end{bmatrix}^c \quad (6)$$

از طرفی فرض می‌شود که ریب محیطی بار محوری تحمل می‌کند و تنش در مقطع آن یکنواخت است، بنابراین $[Q]^c$ ماتریس سفتی لایه‌ای معادل ریب محیطی بر حسب دستگاه مختصات مماس و قائم بر مسیر ریب محیطی که منطبق بر دستگاه مختصات تعریف شده برای پسته مخروطی است، مطابق با رابطه (7) به دست می‌آید. بالا نویس و زیر نویس c در روابط بیانگر پارامترهای اختصاصی ریب‌های محیطی است.

$$[Q]^c = \begin{bmatrix} Q_{11} & Q_{12} & Q_{16} \\ Q_{21} & Q_{22} & Q_{26} \\ Q_{61} & Q_{62} & Q_{66} \end{bmatrix}^c = \frac{E_c b_c}{a_c(x)} \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (7)$$

در رابطه اخیر مؤلفه‌های تنش برای ریب‌های محیطی در راستای دستگاه مخروطی به دست می‌آید. برای به دست آوردن مؤلفه‌های تنش و کرنش ریب‌های ماریچ در دستگاه مخروطی از ماتریس تبدیل رابطه (8) استفاده می‌شود:

$$\begin{bmatrix} \sigma_x^z \\ \sigma_\theta^z \\ \sigma_{x\theta}^z \end{bmatrix}^h = \begin{bmatrix} c^2 & s^2 & -2sc \\ s^2 & c^2 & 2sc \\ sc & -sc & c^2 - s^2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \sigma_t^z \\ \sigma_n^z \\ \sigma_m^z \end{bmatrix}^h \quad (8)$$

در این رابطه s و c به صورت زیر هستند [21]:

$$s = \sin \varphi(x) = \frac{r_d \sin \varphi_d}{r_0 + x \sin \alpha}$$

$$\begin{cases} N_x \\ N_\theta \\ N_{x\theta} \end{cases} = \int_{-\frac{t}{2}}^{\frac{t}{2}} [Q^h(x) + Q^{h'}(x) + Q^c(x)] \begin{bmatrix} \varepsilon_x^z \\ \varepsilon_\theta^z \\ \varepsilon_{x\theta}^z \end{bmatrix} dz$$

$$\begin{cases} M_x \\ M_\theta \\ M_{x\theta} \end{cases} = \int_{-\frac{t}{2}}^{\frac{t}{2}} [Q^h(x) + Q^{h'}(x) + Q^c(x)] \begin{bmatrix} \varepsilon_x^z \\ \varepsilon_\theta^z \\ \varepsilon_{x\theta}^z \end{bmatrix} z dz$$

(15)

رابطه‌های اخیر را می‌توان بعد از انتگرال‌گیری به صورت رابطه ماتریسی (16) نوشت:

$$\begin{bmatrix} N_x \\ N_\theta \\ N_{x\theta} \\ M_x \\ M_\theta \\ M_{x\theta} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A_{11} & A_{12} & 0 & B_{11} & B_{12} & B_{16} \\ A_{12} & A_{22} & 0 & B_{12} & B_{22} & B_{26} \\ 0 & 0 & A_{66} & B_{16} & B_{26} & B_{66} \\ B_{11} & B_{12} & B_{16} & D_{11} & D_{12} & 0 \\ B_{12} & B_{22} & B_{26} & D_{12} & D_{22} & 0 \\ B_{16} & B_{26} & B_{66} & 0 & 0 & D_{66} \end{bmatrix}^r \begin{bmatrix} \varepsilon_x \\ \varepsilon_\theta \\ \gamma_{x\theta} \\ \kappa_x \\ \kappa_\theta \\ \kappa_{x\theta} \end{bmatrix} \quad (16)$$

این رابطه همان رابطه ساختاری برای یک چند لایه است. با مقایسه رابطه اخیر و رابطه ساختاری در تئور کلاسیک لایه‌ای دیده می‌شود ماتریس 6×6 رابطه اخیر بیانگر ماتریس سفتی کششی A ، خمشی D و کوپل B ، پوسته مشبک، می‌باشد که مقایسه آنها از انتگرال‌گیری رابطه (17) به دست می‌آید: ضرایب اخیر بیانگر یک پوسته معادل برای شبکه مخروطی است. خصوصیت این پوسته معادل در متغیر بودن ضرایب سفتی آن بر حسب طول مولد مخروط است. همین روش معادل‌سازی شبکه را می‌توان برای یک پوسته معادل استوانه‌ای هم به دست آورد.

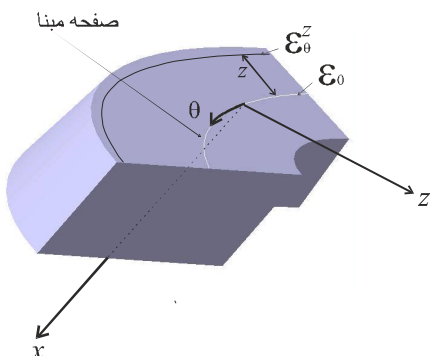


Fig. 5 Strain any point of the lattice shell relative to the base surface
شکل 5 کرنش هر نقطه از پوسته مشبک نسبت به سطح مبنا

$$\begin{aligned} A^r &= [Q^h(x) + Q^{h'}(x) + Q^c(x)]h \\ B^r &= [Q^h(x) + Q^{h'}(x) + Q^c(x)]h \left(\frac{h}{2} + \frac{t(x)}{2} \right) \\ D^r &= [Q^h(x) + Q^{h'}(x) + Q^c(x)] \left(h \left(\frac{h}{2} + \frac{t(x)}{2} \right)^2 + \frac{1}{12} h^3 \right) \end{aligned} \quad (17)$$

شبكة مخروطی نسبت به سطح مبنا پوسته مخروطی (جداره شبکه) که به شبکه چسبیده است محاسبه شود. بنابراین در ادامه نحوه محاسبه این ضرایب بر حسب سطح مبنا به فاصله نصف ضخامت t از سطح خارجی ریب می‌شود، این سطح مبنا همان سطح مبنا یک پوسته مخروطی به ضخامت t که به شبکه مخروطی چسبیده است. شکل 4 مقطع یک ریب به ارتفاع h ، چسبیده به پوسته به ضخامت t را نشان می‌دهد.

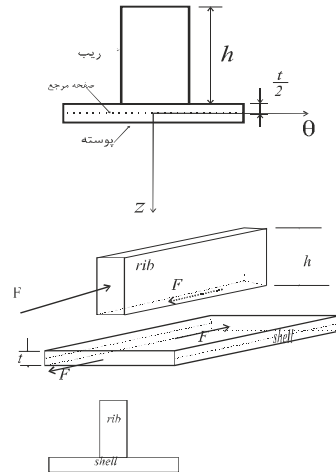


Fig. 4 Rib and shell cross section view (top), shear force between rib and shell (bottom)

شکل 4 نمای مقطع ریب و پوسته (بالا)، نیروی برشی بین ریب و پوسته (پایین).

فرض می‌شود پوسته و ریبها (تقویت کننده‌ها) دارای پیوستگی و میدان کرنش در سراسر ضخامت پوسته و ریبها پیوسته باشد. همچنین فرضیات کیرشهف بر مقطع برقرار است و جداره آن نازک است. بنابراین این سازه را می‌توان به صورت دو بعدی بررسی نمود. صفحه میانی پوسته به عنوان سطح مبنا (صفحه مرجع) انتخاب می‌شود.

میدان کرنش هر نقطه از مقطع پوسته معادل را می‌توان به صورت تابع خطی از کرنش‌های صفحه‌ای سطح مبنا با رابطه (14) بیان کرد [22].

$$\begin{aligned} \varepsilon_x^z &= \varepsilon_x + Z\kappa_x \\ \varepsilon_\theta^z &= \varepsilon_\theta + Z\kappa_\theta \end{aligned} \quad (14)$$

$$\gamma_{x\theta}^z = \gamma_{x\theta} + 2Z\kappa_{x\theta}$$

که در آن متغیر z فاصله‌ی عمودی هر نقطه از سطح مبنا (شکل 5)، $\varepsilon = \{\varepsilon_x, \varepsilon_\theta, \gamma_{x\theta}\}$ کرنش‌های سطح مبنا و $\kappa = \{\kappa_x, \kappa_\theta, \kappa_{x\theta}\}$ تغییرات انحنا است.

منتج نیرو و لنگر با استفاده از روابط (13) و (14) به صورت رابطه (15) به دست خواهد آمد.

جدول 4 خواص مکانیکی نمونه پوسته مخروطی (جداره)

مقدار	واحد	خاصیت مکانیکی
25/93	GPa	مدول یانگ در جهت 1
4/96	GPa	مدول یانگ در جهت 2
1/91	GPa	مدول برشی در صفحه
0/27	-	نسبت پواسون
1553	Kg/m ³	چگالی

جدول 5 خواص مکانیکی لایه‌های نمونه‌سازه‌های مخروطی مشبک (تقویت کننده‌ها)

مقدار	واحد	خاصیت مکانیکی
34/32	GPa	مدول یانگ در جهت 1
5/98	GPa	مدول یانگ در جهت 2
2/31	GPa	مدول برشی در صفحه
0/25	-	نسبت پواسون
1715	Kg/m ³	چگالی

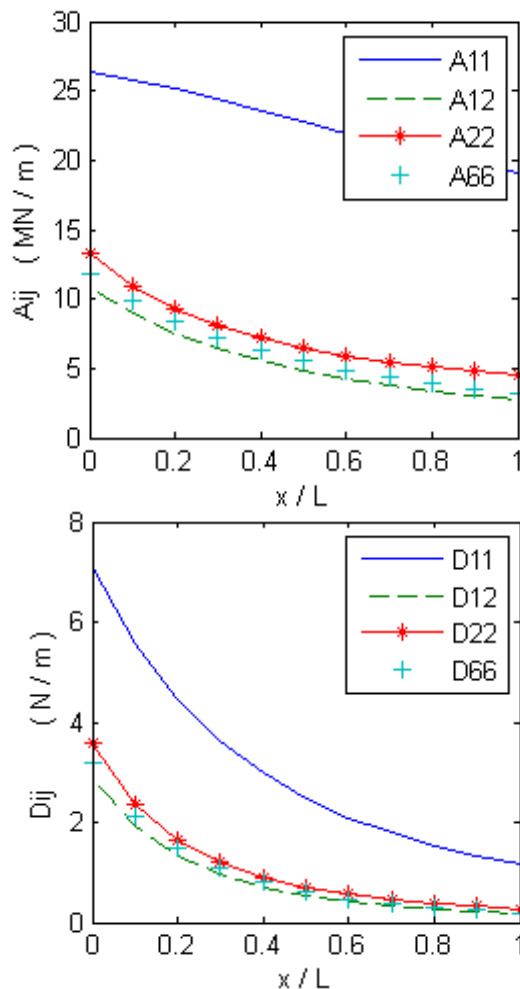


Fig. 6 Curve of changes in membrane stiffness coefficients (high) and flexural coefficients (Bottom) A composite conical shell relative to the cone generator

شکل 6 نمودار تغییرات ضرایب سفتی غشایی (بالا) و ضرایب خمشی (پایین) پوسته مخروطی کامپوزیتی نسبت به مولد مخروط

در این قسمت شبکه مخروطی برحسب یک سطح مبنا مشخص به یک پوسته معادل تبدیل شد. سطح مبنا بر سطح میانی یک جداره (پوسته) مخروطی که قرار است به شبکه اضافه (چسبانده شود) در نظر گرفته شد. در قسمت بعدی با استفاده از این پوسته معادل و مدل پوسته مخروطی تشریح شده در بخش 1-3، پوسته معادل یک پوسته مخروطی مشبک کامپوزیتی به دست می‌آید.

3-3- مدل سازی پوسته مشبک مخروطی

برای پوسته تقویت شده، نیرو و لنگر کلی بر روی تقویت کننده‌ها و پوسته تقسیم می‌گردد. این کمیت‌ها به طور مستقیم به ترکیب نیروها و لنگرهای تقویت کننده‌ها و پوسته خارجی که از کرنش‌های صفحه میانی ناشی می‌شوند، مانند رابطه (18) وابسته می‌باشند.

$$\begin{bmatrix} N \\ M \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} N^r + N^{Sh} \\ M^r + M^{Sh} \end{bmatrix} \quad (18)$$

با جایگذاری نیرو و لنگر منتج برای پوسته و تقویت کننده در رابطه (18) می‌توان سفتی معادل پوسته و تقویت کننده را از رابطه (19) محاسبه نمود.

$$\begin{bmatrix} A & B \\ B & D \end{bmatrix}^E = \begin{bmatrix} A^r + A^{Sh} & B^r + B^{Sh} \\ B^r + B^{Sh} & D^r + D^{Sh} \end{bmatrix} \quad (19)$$

با داشتن ضرایب سفتی یک پوسته معادل از پوسته مشبک، می‌توان با استفاده از روابط تعیین بارکمانشی پوسته مخروطی برای محاسبه بارکمانشی پوسته مشبک استفاده کرد.

4- نتایج و بحث

پوسته‌های مخروطی مشبک کامپوزیتی معرفی شده در جدول 1 ساخته شده از الیاف شیشه و ماده زمینه‌ای اپوکسی 5052 در نظر گرفته می‌شود. برای مقایسه پژوهش حاضر با نتایج تجربی [38]، متوسط درصد حجمی الیاف به ترتیب 32/8 و 45/1 برای جداره و ریب‌های هر نمونه در نظر گرفته می‌شود. با استفاده از خواص آرایه شده در جدول‌های 2 و 3 و قاعده اختلاط، خواص مکانیکی یک تک لایه از ماده مرکب جداره و ریب‌های پوسته مشبک محاسبه و به ترتیب در جدول‌های 4 و 5 آمده است.

ابتدا خواص جدول 4 و مشخصات هندسی نمونه‌ها در روابط (1) تا (4) جایگزین شده و ضرایب سفتی غشایی و خمشی پوسته مخروطی به صورت تابعی از موقعیت هر نقطه از پوسته نسبت به محور مولد پوسته مخروطی به دست می‌آید که نتایج آن در شکل 6 آمده است.

برنامه ضرایب سفتی معادل پوسته‌ای برای پوسته مشبک مخروطی نمونه‌های نوع ۲، ۱ و ۳ نشان داده شده در جدول ۱ به دست می‌آید. تغییرات این ضرایب در راستای مولد مخروط به ترتیب در شکل‌های ۷ تا ۹ نشان داده شده است.

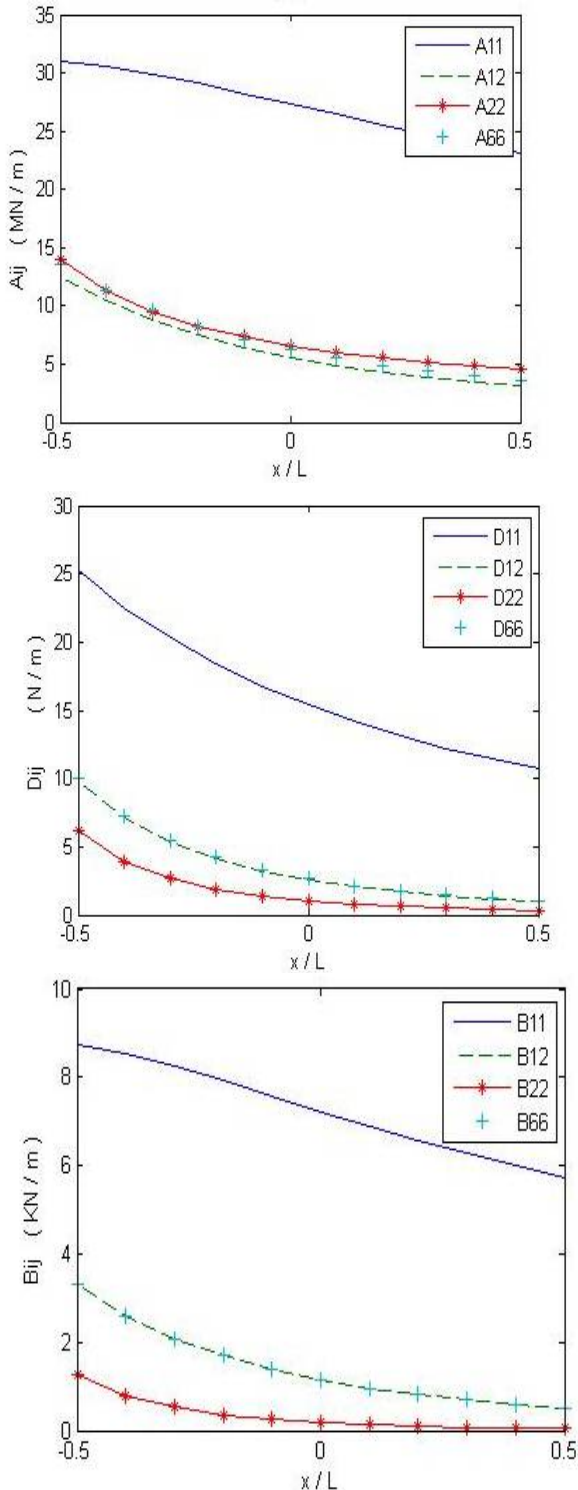


Fig. 7 Membrane stiffness, coupling and flexure equivalent to type 1 lattice conical shells

شکل ۷ سفتی غشایی، کوپلینگ و خمشی معادل پوسته‌های مشبک مخروطی نمونه نوع ۱

تغییرات ضخامت و زاویه قرارگیری الیاف نسبت به محور مولد مخروط، باعث می‌شود که ضرایب سفتی پوسته خارجی در راستای محور مولد آن متغیر باشد. بنابراین ضرایب سفتی غشایی، کوپلینگ و خمشی پوسته مخروطی به صورت تابعی از موقعیت هر نقطه از پوسته نسبت به محور مولد پوسته مخروطی به دست می‌آید. مقدار تمامی ضرایب سفتی هر نقطه از پوسته نسبت به محور مولد آن از محل لبه کوچک به محل لبه بزرگ پوسته مخروطی کاهش می‌یابد البته شیب تغییرات ضریب A_{11} نسبت به دیگر ضرایب متفاوت تر است. ضرایب غشایی سفتی از توان یک به ضخامت وابسته است در صورتیکه ضرایب خمشی از توان ۳ به ضخامت وابسته است از طرفی ضریب A_{11} به ضریب یانگ در راستای محوری پوسته وابسته است که مقدار آن چندین برابر ضریب یانگ در راستای عمود بر محورهاست. از آنجایی که پوسته مخروطی بر اساس تئوری کلاسیک چندلایه، و به صورت چند لایه زاویه‌ای مدل‌سازی شده است. بنابراین ضرایب کوپلینگ آن به سمت صفر میل خواهد کرد.

در ادامه خواص جدول ۵ و مشخصات هندسی نمونه‌ها در روابط (۱) تا (۴) جایگزین شده و ضرایب سفتی متغیر سازه‌های مشبک متشکل از ریب‌های مارپیچ و محیطی هر نمونه به دست می‌آید، در اینجا مسیر الیاف هر ریب تقویت کننده از شبکه در مسیر ژئودزیک مدل‌سازی شده است و با فرض تک جهت بودن هر ریب و استفاده از قانون هوک تنش کرنش در راستای ریب به تنش کرنش در سطح پوسته انتقال می‌یابد. در این انتقال معادله ساختاری منتج تنش و کرنش با یک ماتریس 6×6 به هم ارتباط می‌یابند که همان ماتریس ضرایب سفتی غشایی، کوپلینگ و خمشی است.

در نهایت ضرایب معادل شبکه و ضرایب سفتی غشایی، کوپلینگ و خمشی پوسته خارجی مخروطی در رابطه (۱۹) جایگزین شده و سفتی معادل هر نمونه از پوسته‌های مخروطی مشبک کامپوزیتی به دست خواهد آمد. ضرایب متغیر سفتی غشایی، کوپلینگ و خمشی پوسته مخروطی به صورت تابعی از موقعیت پوسته مشبک مدل می‌شود، بنابراین بر اساس این معادلات یک کد متلب به نام "محاسبه سفتی معادل پوسته مشبک" نگارش شده که در این برنامه مسیر الیاف در مسیر ژئودزیک مدل‌سازی شده است و با فرض تک جهت بودن هر ریب و استفاده از قانون هوک تنش کرنش در راستای ریب به تنش کرنش در سطح پوسته انتقال می‌یابد. در این انتقال معادله ساختاری منتج تنش و کرنش با ماتریسی از ضرایب سفتی غشایی، کوپلینگ و خمشی به هم ارتباط می‌یابند. با اجرای

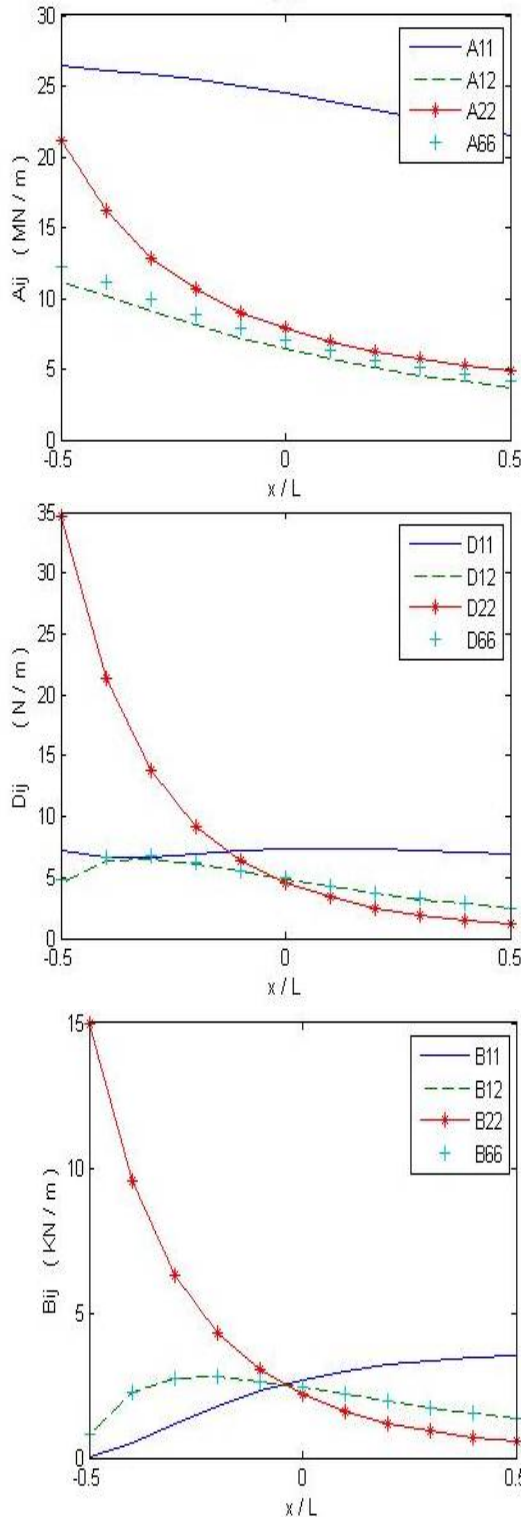


Fig. 9 Membrane stiffness, coupling and flexure equivalent to type 2 lattice conical shells

شکل 9 سفتی غشایی، کوپلینگ و خمشی معادل پوسته‌های مشبک مخروطی نمونه نوع 2

تغییرات ضخامت پوسته و زاویه قرارگیری الیاف بر روی پوسته نسبت به محور مولد مخروط، باعث می‌شود که سفتی پوسته در راستای محور مولد آن متغیر باشد. همچنین تغییر

این ضرایب که ضرایب سفتی یک پوسته مشبک معادل است از ترکیب سفتی هر کدام از پوسته مخروطی و پوسته معادل شبکه به دست آمده است. دیده می‌شود که ضرایب، همچون ضرایب یک پوسته مخروطی رشته پیچی شده بدون تقویت کننده، ضرایبی متغیر است.

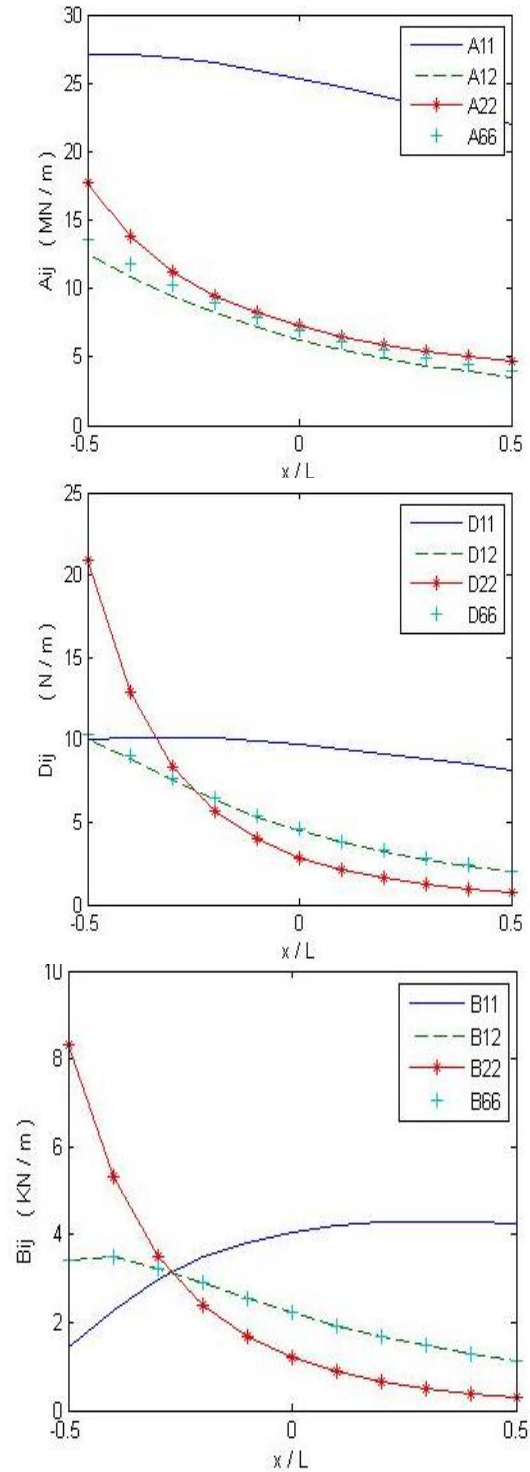


Fig. 8 Membrane stiffness, coupling and flexure equivalent to type 2 lattice conical shells

شکل 8 سفتی غشایی، کوپلینگ و خمشی معادل پوسته‌های مشبک مخروطی نمونه نوع 2

حاصل از تحلیل عددی در جدول 6 آمده است. که نمودار مقایسه‌ای این نتایج با نتایج تجربی در شکل 10 رسم شده است. دیده می‌شود که نتایج حل تحلیلی با نتایج تجربی تطابق مناسبی دارند.

روند نتایج در هر دو روش آنالیز یکسان است. همچنین نتایج گویای اثر زاویه قرار گیری ریب‌های تقویتی نسبت به مولد مخروط است. با توجه به نتایج دیده می‌شود که محاسبه مقاومت کمانشی پوسته مشبک مخروطی به روش معادل سازی یک تقریب مناسب برای طرح اولیه این نوع سازه‌ها را به دست می‌دهد. با توجه به مدل‌سازی پر زحمت و وقت‌گیر این نوع سازه‌ها، اهمیت این نوع تقریب برای طراحی اولیه سازه‌های مشبک مخروطی روشن است.

دیده می‌شود هرچند آنالیز مقاومت کمانشی پوسته مخروطی به روش معادل سازی کاملاً دقیق نیست اما توصیف دقیقی از نحوه و نسبت تغییرات سفتی پوسته‌های مشبک در راستای محور مولد آن آرایه می‌کند. درصد اختلاف نتایج حل حاضر با نتایج تجربی در حدود 30 درصد است.

جدول 6 بارکمانشی پوسته مخروطی مشبک

Table 6 Buckling load of lattice conical shell

نمونه	جرم (kg)	بار کمانش (kN)	بار کمانش ویژه (kN/kg)
1	0/1271	35/7	280
2	0/1264	36/9	292
3	0/1303	36/3	278/6

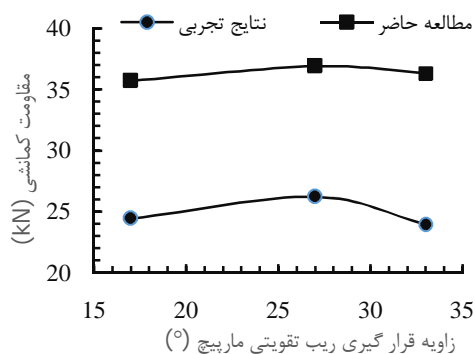


Fig. 1 Comparison of experimental results of buckling strength of lattice conical shell by smear method (variable thickness)

شکل 10 مقایسه نتایج تجربی مقاومت کمانشی پوسته مخروطی مشبک با روش معادل سازی (ضخامت متغیر)

با استفاده از مدل‌سازی مناسب در شرایط تکیه‌گاهی باز هم می‌توان اختلاف نتایج حل حاضر نتایج تجربی را کمتر نمود. در

فاصله ریب‌های تقویت کننده از لبه کوچک پوسته مخروطی به سمت لبه بزرگ آن، سبب تغییر سفتی معادل شبکه تقویت کننده می‌شود. بنابراین سفتی کل سازه مشبک مخروطی در راستای مولد آن متغیر است. ضرایب متغیر سفتی غشایی، کوپلینگ و خمشی پوسته مخروطی به صورت تابعی از موقعیت هر نقطه از پوسته مشبک نسبت به محور مولد پوسته مخروطی است. با توجه به شکل‌های 8 و 9 دیده می‌شود که مقادیر ضرایب سفتی D11 از مجموعه ضرایب سفتی، در پوسته‌های مشبک مخروطی بر خلاف پوسته مخروطی در راستای مولد مخروط بیشتر می‌شود. تغییرات ضخامت و زاویه قرار گیری الیاف نسبت به محور مولد مخروط، باعث می‌شود که سفتی پوسته در راستای محور مولد آن متغیر باشد.

در شبکه مخروطی به علت اینکه ضخامت ریب ثابت است، اثر تغییر زاویه قرار گیری الیاف نسبت به محور مولد مخروط تعیین کننده تغییرات سفتی در راستای مولد مخروط است. بنابراین همان‌گونه که در شکل‌های 8 و 9 دیده می‌شود ضرایب D11 پوسته مشبک مخروطی متأثر از این تغییر شبکه مخروطی، در جهت محور پوسته از لبه کوچک به لبه بزرگ افزایش می‌یابند. انتظار می‌رود بر خلاف پوسته تقویت نشده کامپوزیتی رشته پیچی شده، در شبکه مخروط سفتی در راستای مولد مخروط کاسته نشود بلکه وابسته به جهت گیری ریب باشد.

از طرفی ضرایب کوپلینگ در مجموعه ضرایب سفتی، در شبکه‌های مخروطی بر خلاف پوسته مخروطی با افزایش لایه‌های ریب صفر نمی‌شوند و در برخی موارد این ضرایب در راستای مولد مخروط بیشتر می‌شوند. این موضوع به علت وجود ضرایب سفتی متفاوت شبکه و پوسته است. در واقع ضرایب سفتی پوسته مشبک مخروطی مجموع ضرایب شبکه مخروطی و پوسته مخروطی است.

با استفاده از مقادیر ضرایب متغیر سفتی، پوسته معادل شبکه، که در قسمت قبل به دست آمد می‌توان مقاومت کمانشی پوسته‌های مشبک مخروطی تحت بار محوری را بررسی نمود. برای این منظور با استفاده از نرم افزار متلب سفتی شبکه و پوسته مخروطی محاسبه و بر اساس معادلات (4)، (17) و (19) پوسته معادل هر یک از نمونه‌های نوع 1 تا 3 پوسته مخروطی مشبک به دست خواهد آمد. تعیین مقاومت کمانشی بر مبنای سفتی متغیر این پوسته معادل انجام می‌شود. برای این منظور با مدل سازی و استفاده از نرم‌افزار آباکوس مقاومت کمانشی هر یک از نمونه‌های نوع 1 تا 3 پوسته مخروطی مشبک با شرایط مرزی دوسرگیردار، بر مبنای پوسته معادل تعیین می‌شود. نتایج

این روش به ورق‌ها و پوسته‌های استوانه‌ای مشبک نیز قابل تعمیم می‌باشد. بنابراین به‌کارگیری این روش در طراحی‌های اولیه، هزینه بالای مدل‌سازی و یا آزمایش در حدس‌های اولیه تعیین مقاومت کمانشی را کاهش خواهد داد. در این روش از اثر تجمع الیاف در محل تقاطع ریب‌ها، تنش‌های برشی بین لایه‌ای و اثر لبه آزاد ریب‌ها، صرف‌نظر شده است که می‌توان در مطالعات آتی با لحاظ نمودن این اثرها نتایج را بررسی نمود.

6- مراجع

- [1] Vasiliev, V. V., Barynin, V. A. and Rasin, A. F., "Anisogrid lattice structure-survey of development and application," *Composite Structures*, Vol. 54, pp. 361-370, 2001.
- [2] Vasiliev, V. V., Rasin, A. F., Totaro, G. and Nicola, F. D., "Anisogrid conical adapters for commercial space application," in *13th AIAA conference*, p. 3440, 2005.
- [3] Vasiliev, V. V. and Rasin, A. F., "Anisogrid composite lattice structure for spacecraft and aircraft application," *Composite Structures*, Vol. 76, pp. 182-189, 2006.
- [4] Huybrechts, S. M., Meink, V. P., Wegner, M. and Ganley, J. M., "Manufacturing theory for advanced grid stiffened structures," *Composites: Part A*, Vol. 33, pp. 155-61, 2002.
- [5] Kim, T. D., "Fabrication and testing of composite isogrid stiffened panel," *Composite Structures*, Vol. 49, pp. 21-5, 2000.
- [6] Kim, T. D., "Fabrication and testing of composite isogrid stiffened cylinder," *Composite Structures*, Vol. 45, pp. 1-6, 1999.
- [7] Buragohain, M. and Velmurugan, V., "Study of filament wound grid-stiffened composite cylindrical structures," *Composite Structures*, Vol. 93, pp. 1031-38, 2011.
- [8] Wodesenbet, E., Kidane, S. and Pang, S., "Optimisation for buckling loads of grid-stiffened composite panels," *Composite Structures*, Vol. 60, pp. 159-69, 2003.
- [9] Kidane, S., Guoqiang, L., Helms, J., Pang, S. S. and Wodesenbet, E., "Buckling load analysis of grid stiffened composite cylinders," *Composites: Part B*, Vol. 24, pp. 1-9, 2003.
- [10] Yazdani, M., Rahimi, H., Khatibi, A. A. and Hamzeh, S., "An experimental investigation into the buckling of GFRP stiffened shells under axial loading," *Science Research Essays*, Vol. 4, pp. 914-20, 2009.
- [11] M.Zareia, G.H.Rahimi, M.Hemmatnezhad, Global buckling analysis of laminated sandwich conical shells with reinforced lattice cores based on the first-order shear deformation theory, *International Journal of Mechanical Sciences*, Vol. 187, No.1, pp. 914-920, 2020.
- [12] Ahmad Ahmadifar1, et.al., Experimental and Numerical Buckling Analysis of Carbon Fiber

تحلیل تکیه‌گاه گیردار حل حاضر، مقدار عددی مقاومت کمانشی از نتایج تجربی بیشتر است. در صورتی که در تعیین مقاومت کمانشی به روش تجربی تکیه‌گاه کاملاً گیردار نبوده است. در هر صورت عواملی همچون نقص هندسی و تقریب‌های در تعیین خواص مکانیکی جزء عوامل بنیادین اختلاف است.

از دیگر منابع اختلاف نتایج می‌توان به تقریب حل حاضر اشاره نمود که در آن از یک پوسته معادل استفاده شده است. انتظار می‌رود با ساخت نمونه‌های پوسته مشبک مخروطی پر سلول (چکالی سلول‌های شبکه آن در راستای محور مولد پوسته بیشتر باشد) و مقایسه نتایج تجربی آن با حل حاضر این ادعا ثابت شود. نمونه‌های مورد آزمایش که با حل حاضر مقایسه شده‌اند هرکدام داری 1، 2 و 3 سلول در راستای محور مولد پوسته مخروطی می‌باشند.

5- نتیجه‌گیری

در بخش اول این مقاله، با استاده از معادله ساختاری و منتج نیرو بر اساس کرنش لایه میانی، ضرایب سفتی پوسته محاسبه شده است. در بخش دوم مقاله با تعیین مقاومت کمانشی پوسته مورد نظر با استفاده از این ضرایب و مقایسه آن با نتایج تجربی صحت روش مورد ارزیابی قرار گرفته است. ضرایب معادل سفتی پوسته مشبک مخروطی کامپوزیتی با ترکیب ضرایب شبکه مخروطی و پوسته مخروطی به‌دست آمده است. دیده می‌شود که ضرایب معادل پوسته مشبک مخروطی، همچون ضرایب یک پوسته مخروطی رشته پیچی شده بدون تقویت کننده، ضرایبی متغیر است. تغییرات ضخامت پوسته و زاویه قرارگیری الیاف بر روی پوسته نسبت به محور مولد مخروط، باعث می‌شود که سفتی پوسته در راستای محور مولد آن متغیر باشد. همچنین تغییر فاصله ریب‌های تقویت کننده از لبه کوچک پوسته مخروطی به سمت لبه بزرگ آن، سبب تغییر سفتی معادل شبکه تقویت کننده می‌شود.

بنابراین سفتی کل سازه مشبک مخروطی در راستای مولد آن متغیر است. در ادامه برای صحت‌گذاری بر نتایج با استفاده از این ضرایب معادل بار کمانشی معادل سفتی پوسته مشبک مخروطی کامپوزیتی مشبک مخروطی تحت بار محوری با مدل سازی و استفاده از نرم‌افزار آباکوس، محاسبه و نتایج آن با نتایج تجربی مقایسه شده است. نتایج تحلیلی حاضر در تعیین مقاومت کمانشی با نتایج تجربی تطابق مناسبی دارند. روش ارائه شده در این مقاله یک معیار مناسب برای تعیین حد بالای مقاومت کمانشی در پوسته‌های مخروطی مشبک کامپوزیتی است، البته

- applications," *Aero Science and Technology*, Vol. 13, pp. 157-164, 2009.
- [18] Morozov, V., Lopatin, A. and Nesterov, V., "Buckling analysis and design of anisogrid composite lattice conical shells," *Composite Structures*, Vol. 93, pp. 3150-62, 2011.
- [19] Naderi, A. A., Rahimi, G. H., " Simple method for buckling load of composite conical Lattice structures under axial load," In Persian, *Modares Mechanical Engineering*, Vol. 14, No. 15, pp. 298-290, 2014.
- [20] *Cold curing epoxy system based on Araldite LY 5052 / Aradur 5052 data sheet HUNSTMAN. pdf*, <http://bibing.us.es>.
- [21] Naderi, A. A., Rahimi, G. H. and Arefi, M., "Influence of fiber paths on buckling load of tailored conical shells, *Steel and Composite Structures*", *Steel and Composite Structures*, Vol. 4, No. 16, pp. 375-387, 2014.
- [22] Jones, R.M., " *Mechanics of Composite Materials*," McGraw-Hill Book company, New York, 1975.
- Composite Lattice Conical Structure before and after Lateral Impact, *Journal of Applied and Computational Mechanics*, Vol. 6, No. 4, pp. 813-822, 2020.
- [13] Totaro, G., "Local buckling modelling of isogrid and anisogrid lattice cylindrical shells with triangular cells," *Composite Structures*, Vol. 94, pp. 446-52, 2012.
- [14] Totaro, G., "Local buckling modelling of isogrid and anisogrid lattice cylindrical shells with hexagonal cells," *Composite Structures*, Vol. 95, pp. 403-10, 2013.
- [15] Fan, H., Fengnian, J. and Tang, D., "Uniaxial local buckling strength of periodic lattice composite," *Materials and Design*, Vol. 30, pp. 4136-45, 2009.
- [16] Hou, A. and Gramoll, K., "Fabrication and compressive strength of composite attachment fitting for lunch vehicle," *Journal of Advanced Materials*, Vol. 32, pp. 39-45, 2003.
- [17] Totaro, G. and Gurdal, Z., "Optimal design of composite lattice shell structures for aerospace