



## بررسی پایداری لرزه میکرو فرز دندان پزشکی در لایه‌های مینا و عاج

علی مختاری<sup>1</sup>، عباس مزیدی<sup>2\*</sup>، محمد مهدی جلیلی<sup>3</sup>

1- دانشجوی دکتری، مهندسی مکانیک، دانشگاه یزد، یزد، ایران

2- استادیار، مهندسی مکانیک، دانشگاه یزد، یزد، ایران

3- دانشیار، مهندسی مکانیک، دانشگاه یزد، یزد، ایران

\* یزد، صندوق پستی 9741-89195، amazidi@yazd.ac.ir

### اطلاعات مقاله

مقاله پژوهشی کامل

دریافت: 16 مهر 1398

داوری اولیه 14 دی 1398

پذیرش: 28 بهمن 1398

### کلیدواژگان:

میکرو فرز دندان پزشکی

لرزه باززا

تیر تیموشنکو غیرخطی

اثرات اندازه

حل تحلیلی

### چکیده

ترمیم دندان یکی از پرکاربردترین عملیات در دندان پزشکی است. در طی این فرایند، براده برداری از قسمت پوسیده دندان یا ترمیم‌شدگی‌های آسیب‌دیده به کمک ابزار برش با سرعت دورانی بسیار بالا انجام می‌شود. ابزار برش در این فرایند بسیار شبیه به ابزار مورد استفاده در عملیات میکرو فرزکاری می‌باشد. یکی از پدیده‌های ناخواسته‌ای که در طول عملیات میکرو فرزکاری می‌تواند رخ دهد، لرزه باززا نام دارد. این پدیده نوعی از ارتعاش خودتحریک ناپایدار است. وقوع پدیده لرزه باززا و ادامه آن باعث کاهش عمر ابزار و صدمه فیزیکی به دندان یا ابزار می‌شود. موضوع اصلی این پژوهش، بررسی پایداری لرزه برای ابزار میکرو فرز دندان پزشکی در دو لایه عاج و مینای دندان است. به این ترتیب که ابزار فرز دندان به‌عنوان یک تیر تیموشنکو یک سر گیردار دوار غیرخطی که به‌وسیله نیروهای براده‌برداری تحریک می‌شود، مدل شده است. همچنین، پارامترهای اثرات اندازه و هندسه واقعی مته دندان پزشکی در این‌جا در نظر گرفته شده است. ضرایب مخصوص نیروهای براده‌برداری برای دو لایه اصلی دندان با استفاده از نرم‌افزار المان محدود به‌دست آمده است. در ادامه معادلات دیفرانسیل تاخیر زمانی با مشتقات جزئی مربوط به ابزار فرز دندان به‌صورت تحلیلی حل گردیده‌اند. در نهایت، با تغییر پارامترهای قطر ابزار، تعداد دندان، طول ابزار، و پارامترهای اثر اندازه تأثیر آن‌ها بر وقوع پدیده لرزه باززا در دو لایه اصلی دندان بررسی قرار گرفته است. از نقطه نظر نویسندگان، برای اولین بار در این پژوهش، پایداری لرزه برای ابزار میکرو فرز دندان پزشکی در دو لایه اصلی دندان به‌صورت تحلیلی مورد بررسی قرار گرفته است.

## Chatter stability investigation of micro-milling dental bur at enamel and dentin layers

Ali Mokhtari, Abbas Mazidi\*, Mohammad Mahdi Jalili

Mechanical Engineering, Yazd University, Yazd, Iran

\* P.O.B. 89195-9741 Yazd, Iran, amazidi@yazd.ac.ir

### Article Information

Original Research Paper

Received: 8 October 2019

First Decision: 4 January 2020

Accepted: 17 February 2020

### Keywords:

Micro-Milling Dental Bur

Regenerative Chatter

Nonlinear Timoshenko Beam

Length Scale Parameters

Analytical Solution

### Abstract

Tooth restoration is the most frequent operation in dentistry. During this process, chip can be removed from carious or damaged restoration part of tooth by a high-speed rotating dental bur. The dental bur used in this process is very close to a micro-milling tool. An undesired phenomenon that can occur during micro-milling operations is called regenerative chatter. This is a kind of unstable self-generative vibration. Incidence of this event may lead to limit the efficiency of dentistry through a diminution in the dental bur life-time and physical harm to the tooth or dentin bur. The main object of current research is chatter stability investigation of dental bur in enamel and dentin layers. The dental bur is modeled as a nonlinear rotating clamped-free Timoshenko beam that is excited by cutting forces. In addition, the length scale parameters and real geometry of dental bur are considered here. The specific cutting force coefficients for the two main dental layers are obtained by using finite element software. The delay partial differential equations of dental bur are solved in analytical form. Finally, the effects of the tool diameter, the number of the cutter flutes, the tool length, and length scale parameter on the chatter stability in the two main layers have been investigated. To the best author's knowledge, the chatter stability for the dental bur in the two main layers is obtained for the first time in current study by using analytical procedure.

### 1- مقدمه

می‌شوند.

زمان قابل توجهی از یک دندان‌پزشک صرف خالی کردن لایه‌های مختلف دندان می‌شود که اصولاً با احساس ناخوشایند درد و ارتعاش برای بیماران همراه است. بنابراین، مطالعه و

لایه‌های مینا و عاج دو بخش مهم تشکیل‌دهنده عضو غیر همگن دندان هستند. بافت‌هایی از دندان که در اثر پوسیدگی یا سایر آسیب‌ها ملتهب می‌شوند به‌کمک دندان‌پزشکان از دندان جدا

Please cite this article using:

A. Mokhtari, A. Mazidi, M. M. Jalili, Chatter stability investigation of micro-milling dental bur at enamel and dentin layers, Iranian Journal of Manufacturing Engineering, Vol. 7, No. 7, pp. 1- 13, 2020 (in Persian)

برای ارجاع به این مقاله از عبارت ذیل استفاده نمایید:

برش در دندان پزشکی را منتشر کردند. آن‌ها مشخصات موج‌های فرکانسی را با آشکارسازی ارتعاشات صوتی ناشی از وسایل برش در یک بلوک عاج به کمک یک سوزن دستگاه ضبط بررسی کردند. تاکاموری و همکاران [9] ترمیم دندان را شبیه به فرایند دریل کاری دانستند و ارتعاشات ناشی از دریل کاری سرعت بالا را با ارتعاش سنج لیزری اندازه گرفتند. نتایج نشان داد فرکانس اوج در دریل کاری با شرایط آزمایشگاهی 5 KHz بود که نزدیک به حد حساسیت شنوایی انسان است. ریتکن [10] در پایان‌نامه خود به بررسی نویز و ارتعاشات فرکانس بالا در دندان پزشکی پرداخت. او ارتعاشات هندپیس، دست پزشک و ابزار برشی را بررسی کرد. نتایج این پایان‌نامه بیان می‌کند که فرکانس ارتعاشات هندپیس زیاد است. در مطالعه‌ای دیگر پول و همکاران [11] تحقیق کردند که ارتعاشات هندپیس دندان پزشکی می‌تواند باعث ارتعاشات دست و بازو دندان‌پزشک و یا ترک مینای دندان شود. مقدم و همکاران [3] با نظر به تئوری‌های فرزکاری فلزات، مدلی از نیروی برشی در شبیه‌سازی سوراخ‌کاری استخوان ارائه دادند. طبق تحقیقات جکسون [4] پیرامون سوراخ‌کاری ایمپلنت، معادلات برش فلزات را برای ماشین‌کاری سرعت بالای استخوان و دندان نیز می‌توان به کاربرد؛ بنابراین پزشکان با کمک روش مدل‌سازی مکانیکی فرایندهای برش دندان نیز قادر به محاسبه نیروی برشی مورد نیاز خواهند بود. هامرسم [12] در نرم‌افزار شبیه‌سازی، از یک مته استوانه به‌عنوان ابزار استفاده و نیروی ابزار را در حالت شبیه‌سازی با حالت واقعی مقایسه کرد. او پس از تعریف مدلی ریاضی برای نیروها که مشابه مدل نیرویی فرزکاری معمولی است نیرو را محاسبه و با نیروی به‌دست‌آمده از آزمایش‌های خود مقایسه کرد. وو و همکاران [13] یک مدل بهبود یافته برای محاسبه نیرو بر پایه تئوری سنگ زنی را برای شبیه‌سازی تعمیر دندان به‌کار بردند. نزدیک‌ترین نوع برش صنعتی به عمل برش دورانی استخوان فک، سوراخکاری و به عمل برش دندان فرزکاری است. ریاحی و همکاران [2] شبیه‌سازی نیرو و ارتعاشات فرزندندان پزشکی را مورد بررسی قرار دادند. آن‌ها ضرایب مخصوص برش برای دو لایه اصلی دندان را با استفاده از نرم‌افزار المان محدود به‌دست آوردند. هم‌چنین، آن‌ها برای اولین بار ارتعاشات و نیرو در دو لایه اصلی دندان را با استفاده از تئوری تیر تیموشنکو، معادلات نیرویی فرزکاری و در نظر گرفتن ضخامت براده دینامیکی مورد مقایسه و تحلیل قرار دادند.

موضوع اصلی این پژوهش، بررسی پایداری لرزه میکرو فرزندندان پزشکی در لایه‌های مینا و عاج است. از نقطه نظر

بررسی ارتعاشات فرزندندان پزشکی که به‌دنبال برداشت بافت‌های آسیب‌دیده و آماده‌سازی حفره ترمیم ایجاد می‌شود از اهمیت بالایی برخوردار است [1].

عملیات میکرو فرزکاری نزدیک‌ترین نوع برش صنعتی به عمل برش دندان است [2]. یکی از اصلی‌ترین عوامل مخرب در این فرایند، لرزه<sup>1</sup> و ارتعاشات ناخواسته است که در دندان پزشکی باعث ایجاد درد زیاد در ناحیه دندان بیمار و آسیب‌دیدگی ابزار برش می‌گردد. لرزه عامل محدود کننده تخلیه دندان با نرخ براده‌برداری بالاست. عمق باردهی زیاد یکی از مهمترین مسائل در به‌وجود آمدن لرزه است. ارتعاشات ناپایدار لرزه در واقع نوعی ارتعاش خودتحریک<sup>2</sup> است که این ارتعاشات باعث ایجاد درد به‌هنگام براده‌برداری زیاد می‌شود.

## 2- شرح مساله

ساختار دندان بسیار حساس است به‌طوری‌که آسیبی هرچند کوچک به بافت‌های دندان غیر قابل جایگزین و ترمیم طبیعی می‌باشد. بنابراین، دقت در برداشت بافت‌های آسیب‌دیده از آن در زمینه دندان پزشکی از اهمیت به‌سزایی برخوردار است. بنابراین، دندان‌پزشک بعد از تشخیص موقعیت ابزار در دندان [2] می‌تواند با براده‌برداری در عمق مناسب از ایجاد پدیده مخرب و ناخواسته لرزه جلوگیری نماید. تشخیص موقعیت ابزار در دندان به این معنی است که دندان‌پزشک بتواند تشخیص دهد که نوک فرزندندان پزشکی در کدام لایه از دندان قرار گرفته است.

در سال‌های اخیر، مطالعاتی در زمینه مدل‌سازی تحلیلی نیروی برش در جراحی استخوان [3، 4-6] و دندان [7] انجام شده است. با این‌حال، کمتر پژوهشی را می‌توان یافت که ارتعاشات و پایداری فرزندندان پزشکی را به‌صورت تحلیلی بررسی کرده باشد و بیشتر ارتعاشات آن به‌صورت آزمایشگاهی [1] مورد بررسی قرار گرفته است. هم‌چنین با توجه به قطر نوک مته‌های دندان پزشکی که در ابعاد یک میلی‌متر و کوچکتر از آن هستند، تئوری مکانیک محیط پیوسته کلاسیک توانایی پیش‌بینی و تشریح درست رفتار ارتعاشی آن‌ها را ندارد. در مورد فرزندندان-پزشکی نیز به‌ندرت می‌توان کاری را پیدا کرد که این مته‌ها را بر اساس تئوری‌های محیط پیوسته غیر کلاسیک مدل‌سازی کرده باشد.

هنری و پیتون [8] محاسبات ابتدایی حول ارتعاشات ناشی از

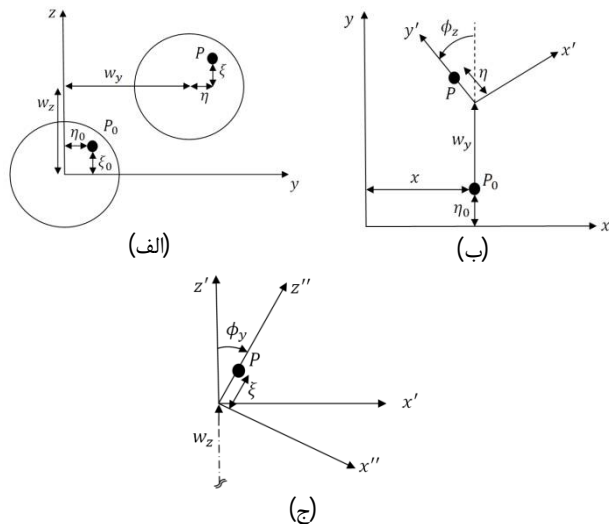
<sup>1</sup> Chatter

<sup>2</sup> Self-excited

فرض می‌گردد که ابزار در زمان شروع  $t = 0$  در راستای یک خط مستقیم باشد. وضعیت تیر بعد از جابه‌جایی‌های الاستیک مطابق شکل 1 نمایش داده شده است. در این شکل، مختصات مکانی نقطه مرجع در زمان قبل و بعد از تغییر شکل به ترتیب با  $P_0$  و  $P$  نمایش داده شده است. همه جابه‌جایی‌های الاستیک ناشی از ارتعاشات برای نقطه مرجع در شکل 2 مشخص شده‌اند. در بخش (الف) از این شکل، توابع  $w_y(x, t)$  و  $w_z(x, t)$  به ترتیب جابه‌جایی عمودی نقطه مرجع در جهات  $y$  و  $z$  در دستگاه اسپیندل هستند. در بخش (ب) از این شکل، دستگاه مختصات  $x'yz'$  حول محور  $z$  به اندازه  $\phi_z(x, t)$  می‌چرخد تا به دستگاه  $x''y''z''$  منتقل شود. در بخش (ج) از این شکل، دستگاه  $x'yz'$  حول محور  $y'$  به اندازه  $\phi_y(x, t)$  می‌چرخد تا به دستگاه نهایی  $x''y''z''$  متصل به مته منتقل شود. هم‌چنین،  $\eta_0 - \xi_0$  و  $\eta - \xi$  به ترتیب فاصله نقطه مرجع از محور الاستیک مته را قبل و بعد از تغییر شکل مشخص می‌کنند.

معادلات حرکت حاکم بر مته دندان پزشکی به کمک اصل هامیلتون استخراج می‌شوند. این قضیه برای یک سازه با انرژی جنبشی  $T^e$ ، انرژی پتانسیل  $U^e$ ، و کار نیروهای ناپایستار  $W_{nc}^1$  به صورت رابطه (1) نوشته می‌شود:

$$\int_{t_1}^{t_2} \delta(U^e - T^e - W_{nc}) dt = 0. \quad (1)$$



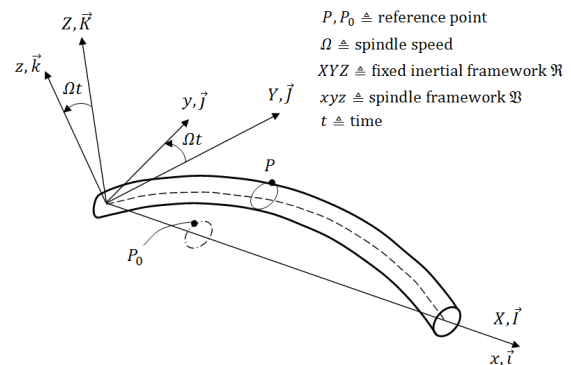
**Fig. 2** The elastic deflection due to dental bur vibration, (a) the transverse deflections with respect to the spindle frame, (b) the rotation about z-axis of spindle frame, (c) the rotation about  $y'$ -axis  
**شکل 2** جابه‌جایی‌های الاستیک ناشی از ارتعاشات مته دندان پزشکی (الف) جابه‌جایی‌های عمودی نسبت به دستگاه اسپیندل، (ب) چرخش حول محور  $z$ ، و (ج) چرخش حول محور  $y'$

نویسندگان، برای اولین بار در این پژوهش پایداری لرزه در دو لایه اصلی دندان با استفاده از محاسبات تحلیلی به دست آمده است. هم‌چنین، معادلات مته دندان پزشکی با در نظر گرفتن فرضیات تئوری تیر تیموشنکو با احتساب عبارات‌های غیرخطی و اثرات رفتار وابسته به اندازه که مربوط به سازه‌هایی با ابعاد میکرو هستند (در اینجا منظور قطر فرز دندان پزشکی است که یک میلی‌متر و یا کمتر از آن است) استخراج شده است. هم‌چنین، هندسه واقعی مته دندان پزشکی لحاظ شده است. از نتایج این پژوهش می‌توان برای بهبود کیفیت و کارایی عملیات ترمیم دندان استفاده کرد؛ به این ترتیب که دندان پزشکی بعد از تشخیص موقعیت ابزار در دندان [2] می‌تواند با براده برداری در عمق مناسب از ایجاد پدیده مخرب و ناخواسته لرزه جلوگیری نماید.

### 3- مدل سازی

در این پژوهش، با صرف نظر از ارتعاشات پیچشی و طولی ابزار و هم‌چنین با در نظر گرفتن هندسه واقعی ابزار، اثرات ژيروسکوپی، اثرات اینرسی دورانی، و اثرات رفتار وابسته به اندازه، مته دندان پزشکی به صورت یک تیر تیموشنکو دوار مدل سازی می‌گردد. هم‌چنین فرض می‌گردد که نیروهای برشی در انتهای مته به آن اعمال می‌گردند. با توجه به اینکه مته کاملاً محکم در اسپیندل هندپیس بسته شده است می‌توان آن را به صورت یک محور دورانی یک سر گیردار مدل سازی کرد. لازم به ذکر است که جنس ابزار همسان و ایزوتروپ فرض شده است.

مطابق شکل 1، دستگاه مختصات  $XYZ$  با بردارهای یکه  $IJK$  معرف دستگاه مرجع اینرسی یا دستگاه ثابت  $\mathfrak{R}$  و دستگاه  $xyz$  با بردارهای یکه  $ijk$  بیانگر دستگاه مختصات محلی  $\mathfrak{B}$  است که متصل به اسپیندل هندپیس است و با سرعت دورانی ثابت  $\Omega \vec{I}$  نسبت به مرجع ثابت  $\mathfrak{R}$  دوران می‌کند.



**Fig. 1** The schematic of dental bur after deformation

**شکل 1** شماتیک مته دندان پزشکی بعد از تغییر شکل

<sup>1</sup> Non-conservative forces

برشی<sup>12</sup>، و ضریب پواسون<sup>13</sup> می باشند. همچنین پارامترهای  $l_0$ ،  $l_1$ ، و  $l_2$  در واقع مشخص کننده اثرات رفتار وابسته به اندازه می باشد.

با توجه به این که روابط غیرخطی برای سازه مدنظر است، انتخاب کرنش گرین-لاگرانژ<sup>14</sup> بهترین انتخاب برای محاسبه درایه های تانسور کرنش می باشد [15]. با محاسبه درایه های تانسور کرنش می توان انرژی پتانسیل مته دندان پزشکی را استخراج نمود.

انرژی جنبشی ابزار برشی از رابطه ی (5) محاسبه می گردد:

$$T^e = \frac{1}{2} \int_0^L \iint_A \rho V \cdot V \, d\eta d\xi dx. \quad (5)$$

که  $\rho$  و  $V$  به ترتیب چگالی مته و بردار سرعت نقطه مرجع بعد از تغییر شکل می باشند.

کار مجازی نیروهای ناپایستار نیز به صورت رابطه (6) تعریف می شود:

$$\delta W_{nc} = \int_0^L \left( L_{w_y} \delta w_y + L_{w_z} \delta w_z - \mathcal{C}_B w_{y,t} \delta w_y - \mathcal{C}_B w_{z,t} \delta w_z - \mathcal{C}_R \phi_{y,t} \delta \phi_y - \mathcal{C}_R \phi_{z,t} \delta \phi_z \right) dx. \quad (6)$$

که  $L_{w_z} = F_z \delta_D(x-L)$  و  $L_{w_y} = F_y \delta_D(x-L)$  که نیروهای وارد شده به نوک مته در جهات  $y$  و  $z$  می باشند. پارامترهای  $\delta_D$ ،  $\mathcal{C}_B$ ، و  $\mathcal{C}_R$  به ترتیب تابع دلتای دیراک<sup>15</sup>، ضریب میرایی متناسب با حرکت خمشی<sup>16</sup>، و ضریب میرایی متناسب با حرکت چرخشی<sup>17</sup> سطح مقطع ابزار می باشند. تابع  $\delta_D(x-L)$  در تعریف نیروها به این معنی است که نیروهای برشی در یک نقطه به فاصله  $L$  از مبدا مختصات به مته وارد می شوند. با توجه به این که  $L$  همان طول آزاد مته دندان پزشکی می باشد، وجود تابع  $\delta_D(x-L)$  در تعریف نیروها نشان دهنده اعمال نیروها در نوک مته است.

با جایگذاری روابط انرژی پتانسیل، انرژی جنبشی، و کار نیروهای ناپایستار در رابطه اصل هامیلتون، معادلات دیفرانسیل حاکم بر ابزار برشی شامل مشتقات جزئی و تاخیر زمانی استخراج می شوند. در این جا، تا مرتبه سه از عبارت های غیرخطی در معادلات حاصل شده مد نظر می باشد. به این ترتیب با حذف عبارت های غیرخطی بالاتر از مرتبه سه، معادلات دیفرانسیل پاره ای غیرخطی حاکم بر ابزار برش در فرایند

در این جا برای در نظر گرفتن قطر میکرو مته دندان پزشکی از تئوری الاستیسیته گرادیان کرنش<sup>1</sup> [14] برای محاسبه انرژی پتانسیل استفاده می شود. طبق تئوری الاستیسیته گرادیان کرنش [14]، انرژی پتانسیل برای یک سازه متشکل از مواد الاستیک خطی که حجم  $V$  از فضا را اشغال کرده باشد به صورت رابطه (2) محاسبه می شود:

$$U^e = \int_V u^e \, dV = \frac{1}{2} \int_0^L \iint_A \left( \sigma_{ij} \varepsilon_{ij} + \mathcal{P}_i \gamma_i + \tau_{ijk}^{(1)} \eta_{ijk} + m_{ij}^s \chi_{ij}^s \right) d\eta d\xi dx. \quad (2)$$

که  $u^e$ ،  $A$ ، و  $L$  به ترتیب چگالی انرژی پتانسیل<sup>2</sup>، مساحت سطح مقطع، و طول آزاد ابزار برش می باشد. پارامترهای  $\varepsilon_{ij}$ ،  $\chi_{ij}^s$ ،  $\eta_{ijk}^{(1)}$  و  $\chi_{ij}^s$  به ترتیب درایه های تانسور کرنش<sup>3</sup>، بردار گرادیان انبساط حجم<sup>4</sup>، تانسور گرادیان کشش انحرافی<sup>5</sup>، و بخش متقارن تانسور گرادیان چرخش<sup>6</sup> می باشند. این پارامترها در رابطه (3) تعریف شده اند [14]:

$$\begin{aligned} \gamma_i &= \varepsilon_{mm,i}, \\ \chi_{ij}^s &= \frac{1}{2} (\theta_{i,j} + \theta_{j,i}), \\ \eta_{ijk}^{(1)} &= \frac{1}{3} (\varepsilon_{jk,i} + \varepsilon_{ki,j} + \varepsilon_{ij,k}) \\ &\quad - \frac{1}{15} [\delta_{ij} (\varepsilon_{mm,k} + 2\varepsilon_{mk,m}) \\ &\quad + \delta_{jk} (\varepsilon_{mm,i} + 2\varepsilon_{mi,m}) \\ &\quad + \delta_{ki} (\varepsilon_{mm,j} + 2\varepsilon_{mj,m})]. \end{aligned} \quad (3)$$

که  $\rho_{,i} \triangleq \partial \rho / \partial x_i$  و پارامترهای  $\theta_i$ ،  $\delta$ ، و  $\sigma_{ij}$  به ترتیب به عنوان بردار چرخش کوچک<sup>7</sup>، دلتای کرونگر<sup>8</sup>، و تنش حاصل از تئوری کلاسیک<sup>9</sup> استفاده شده اند. همچنین، پارامترهای  $\mathcal{P}_i$ ،  $\tau_{ijk}^{(1)}$ ، و  $m_{ij}^s$  به عنوان درایه های تنش های مرتبه بالاتر<sup>10</sup> استفاده شده اند. این پارامترها در رابطه (4) معرفی شده اند:

$$\begin{aligned} \sigma_{ij} &= 2\mu \varepsilon_{ij} + \lambda \varepsilon_{kk} \delta_{ij}, \\ \mathcal{P}_i &= 2\mu l_0^2 \gamma_i, \\ \tau_{ijk}^{(1)} &= 2\mu l_1^2 \eta_{ijk}^{(1)}, \\ m_{ij}^s &= 2\mu l_2^2 \chi_{ij}^s, \\ \lambda &= \nu E / (1 + \nu)(1 - 2\nu), \\ \mu &= G = E / 2(1 + \nu). \end{aligned} \quad (4)$$

که پارامترهای  $E$ ،  $G$ ، و  $\nu$  به ترتیب بیان گر مدول یانگ<sup>11</sup>، مدول

<sup>1</sup> strain gradient theory

<sup>2</sup> Strain energy density

<sup>3</sup> Strain tensor

<sup>4</sup> Dilatation gradient vector

<sup>5</sup> Deviatoric stretch gradient tensor

<sup>6</sup> Symmetric part of the rotation gradient tensor

<sup>7</sup> Small rotation vector

<sup>8</sup> Kronecker's delta

<sup>9</sup> Classical stress

<sup>10</sup> Higher-order stresses

<sup>11</sup> Young's modulus

<sup>12</sup> Shear modulus

<sup>13</sup> Poisson's ratio

<sup>14</sup> Green-Lagrange strain

<sup>15</sup> Dirac delta function

<sup>16</sup> Bending motion

<sup>17</sup> Rotary motion

برای میکرو فرزندکاری مخالف، زاویه فاز آغاز درگیری دندانه زام با دندان برابر با  $\psi_{stj} = 0$  و زاویه فاز انتهای درگیری دندانه زام و دندان برابر با  $\psi_{exj} = \arccos(1 - 2a_e/d)$  می‌باشد که  $a_e$  میزان نفوذ مته به دندان در جهت شعاعی است. همچنین نسبت  $a_e/d$  نسبت نفوذ شعاعی<sup>2</sup> نامیده می‌شود که اندازه زاویه زاویه خروج دندانه مته از دندان را تعیین می‌کند. در این جا منظور از  $d$  همان قطر نوک مته دندان پزشکی است.

به‌منظور بررسی مساله و پارامترهای مؤثر بر ارتعاشات مته دندان پزشکی در حال دوران و همچنین فرایند براده‌برداری در عملیات ترمیم، به پاسخ معادلات حرکت نیاز است. به این منظور، برای حل معادلات حرکت از روش جمع مودها<sup>3</sup> استفاده شده است. بر اساس این روش، پاسخ معادلات حرکت به صورت ترکیب خطی شکل مودها فرض می‌شود. مشخصه‌های ارتعاش آزاد ابزار برش، شامل فرکانس‌های طبیعی و شکل مودها، را می‌توان به کمک اجرای روش ماتریس سفتی دینامیکی<sup>4</sup> [18، 19] بر روی معادلات خطی و غیر دورانی ابزار برش با روابط (10) به دست آورد:

$$\begin{aligned} w_y(x, t) &= \sum_{i=1}^n W_{yi}(x) T_{W_{yi}}(t), \\ w_z(x, t) &= \sum_{i=1}^n W_{zi}(x) T_{W_{zi}}(t), \\ \phi_z(x, t) &= \sum_{i=1}^n \Xi_{zi}(x) T_{\phi_{zi}}(t), \\ \phi_y(x, t) &= \sum_{i=1}^n \Xi_{yi}(x) T_{\phi_{yi}}(t). \end{aligned} \quad (10)$$

که  $W_y = W_z = Y$  و  $\Xi_z = -\Xi_y = \theta$  شکل مودهای ارتعاشی مته دندان پزشکی و  $T_{W_y}, T_{W_z}, T_{\phi_z}, T_{\phi_y}$  ضرایب زمانی هستند. همچنین، پارامتر  $n$  تعداد کل مودهای در نظر گرفته شده را مشخص می‌کند.

به کمک روش گالرکین<sup>5</sup>، یعنی با جایگذاری این پاسخ‌ها در معادلات حرکت و سپس ضرب طرفین معادلات حرکت در شکل مود مربوط و انتگرال‌گیری در سراسر طول آزاد مته، معادلات دیفرانسیل مشتقات جزئی تبدیل به معادلات دیفرانسیل معمولی با مجهولات ضرایب زمانی می‌شود. به این ترتیب با انتخاب فقط مود اول، معادلات دیفرانسیل معمولی به صورت روابط (11) به دست می‌آیند:

دندان پزشکی حاصل می‌شود. یادآوری می‌شود که این معادلات بر اساس تئوری تیر تیموشنکو با پیروی از تئوری الاستیسیته گرا دیان کرنش به دست آمده‌اند.

نیروهای برشی در جهات  $Y$  و  $Z$  به صورت تابعی از نیروهای مماسی  $F_t$  و شعاعی  $F_r$  به صورت رابطه (7) بیان می‌شوند:

$$\begin{aligned} \mathbf{F} = \begin{Bmatrix} F_y \\ F_z \end{Bmatrix} &= \sum_{j=1}^N \begin{Bmatrix} F_{yj} \\ F_{zj} \end{Bmatrix} = \sum_{j=1}^N \begin{Bmatrix} -F_{rj}C_{\alpha_j} + F_{tj}S_{\alpha_j} \\ -F_{rj}S_{\alpha_j} - F_{tj}C_{\alpha_j} \end{Bmatrix} \\ &= a_e \mathcal{A} \begin{Bmatrix} \Delta w_y \\ \Delta w_z \end{Bmatrix}, \\ \mathcal{A} &= \sum_{j=1}^N \mathcal{G}(\psi_j) \mathbf{A}_j, \\ \mathbf{A}_j &= \begin{bmatrix} -K_r C_{\alpha_j}^2 + K_t C_{\alpha_j} S_{\alpha_j} & -K_r C_{\alpha_j} S_{\alpha_j} + K_t S_{\alpha_j}^2 \\ -K_r C_{\alpha_j} S_{\alpha_j} - K_t C_{\alpha_j}^2 & -K_r S_{\alpha_j}^2 - K_t C_{\alpha_j} S_{\alpha_j} \end{bmatrix}. \end{aligned} \quad (7)$$

که  $\alpha_j$  زاویه دندانه زام در دستگاه چرخان اسپیندل می‌باشد که برای هر لبه مقدار ثابت و برابر با  $2\pi(j-1)/N$  است. در این جا پارامترهای  $N$  و  $a$  به ترتیب بیانگر تعداد دندانه در انتهای مته دندان پزشکی و عمق برش در دندان می‌باشد. همچنین عبارت‌هایی چون  $\Delta w_y \triangleq [w_y - w_{y\tau}]$  و  $\Delta w_z \triangleq [w_z - w_{z\tau}]$  جابه‌جایی دینامیکی ابزار در زمان حاضر و در سیکل قبل را نشان می‌دهند که  $\tau$  تاخیر زمانی در عبور دو دندانه متوالی از هر نقطه ثابت می‌باشد و منظور از  $\rho_\tau$  در واقع  $\rho(x, t - \tau)$  است. علاوه بر این،  $K_t$  و  $K_r$  ضرایب برشی مخصوص<sup>1</sup> در جهت مماسی و شعاعی هستند. به علاوه،  $\mathcal{G}(\psi_j)$  تابع پله‌ای واحد است که مشخص می‌کند مته و دندان با هم درگیر هستند یا خیر. این تابع بر حسب زاویه فاز آغاز درگیری دندانه مته با دندان  $\psi_{st}$  و زاویه فاز انتهای درگیری دندانه مته و دندان  $\psi_{ex}$  به صورت رابطه (8) بیان می‌شود:

$$\mathcal{G}(\psi_j) = \begin{cases} 1, & \text{if } \psi_{stj} \leq \psi_j \leq \psi_{exj} \\ 0, & \text{otherwise} \end{cases} \quad (8)$$

مشابه نیروهای فرزندکاری، ماتریس‌های وابسته به زمان  $\mathcal{A}$  هارمونیک بوده و می‌تواند به صورت سری فوریه نوشته شوند [16]. با توجه به این که تابع پله  $\mathcal{G}(\psi_j)$  فقط در بازه  $[\psi_{stj}, \psi_{exj}]$  غیر صفر می‌باشد، ضریب سری فوریه را می‌توان به صورت رابطه (9) نوشت:

$$\mathcal{A}_r = \frac{1}{2\pi} \sum_{j=1}^N \left( \int_{\psi_{stj}}^{\psi_{exj}} \mathbf{A}_j e^{-ir\psi_j} d\psi_j \right), \quad i = \sqrt{-1}. \quad (9)$$

برای محاسبه میانگین نیروها برای بررسی پایداری در یک دوره زمانی دوران اسپیندل هندپیس کافی است که  $r = 0$  را در نظر گرفت [17].

<sup>2</sup> Radial immersion ratio

<sup>3</sup> Mode summation method

<sup>4</sup> Dynamic stiffness matrix method

<sup>5</sup> Galerkin method

<sup>1</sup> Shearing cutting coefficient

$\epsilon_{15-24}$  به دلیل وجود ممان دوم سطح  $I_{\eta\xi}$  بر اثر در نظر گرفتن هندسه واقعی و نامتقارن سطح مقطع بخش دندان در نظر گرفته شده اند.

**4- حل تحلیلی با استفاده از روش مقیاس های چندگانه**

با بسط پاسخ معادلات دیفرانسیل معمولی به دست آمده در بالا بر حسب توابع با مقیاس های زمانی  $(T_0, T_1)$ ، پاسخ ها به صورت روابط (13) در نظر گرفته می شوند:

$$\begin{aligned} T_{w_y}(t, \epsilon) &= q(t, \epsilon) = q_0(T_0, T_1) + \epsilon q_1(T_0, T_1) + O(\epsilon^2), \\ T_{\phi_z}(t, \epsilon) &= h(t, \epsilon) = h_0(T_0, T_1) + \epsilon h_1(T_0, T_1) + O(\epsilon^2), \\ T_{w_z}(t, \epsilon) &= p(t, \epsilon) = p_0(T_0, T_1) + \epsilon p_1(T_0, T_1) + O(\epsilon^2), \\ T_{\phi_y}(t, \epsilon) &= r(t, \epsilon) = r_0(T_0, T_1) + \epsilon r_1(T_0, T_1) + O(\epsilon^2). \end{aligned} \quad (13)$$

ضرایب عبارات های غیرخطی سازه ای، میرایی ذاتی، و نیروهای ناپایستار برای انتقال به مرتبه بالاتر  $\epsilon$  به صورت رابطه (14) نشان داده می شوند:

$$\begin{aligned} A_i &= \epsilon A_i'', & i &= 5, 6, 7, \dots, 16, \\ B_j &= \epsilon B_j'', & j &= 4, 5, 6, \dots, 24, \\ \epsilon_m &= \epsilon \epsilon_m'', & m &= 5, 6, 7, \dots, 16, \\ \epsilon_n &= \epsilon \epsilon_n'', & n &= 4, 5, 6, \dots, 22. \end{aligned} \quad (14)$$

چنین جایگذاری هایی علاوه بر این که از نظر فیزیکی کوچک بودن عبارات معرفی شده در برابر سایر عبارات را نشان می دهد، باعث فراهم شدن روابط مناسب برای حل مساله می شود و این کار امری عمومی در روش های اغتشاشی است [20].

با جایگذاری این ضرایب در معادلات و جداسازی ضرایب توان های مختلف  $\epsilon$  از معادلات حاصل و صرف نظر از ضرایب  $\epsilon^2$  و مراتب بالاتر از آن، روابط (15) حاصل می شوند:

Order  $\epsilon^0$ :

$$\begin{aligned} A_1 D_0^2 q_0 + A_2 D_0 p_0 + A_3 q_0 + A_4 h_0 &= 0, \\ B_1 D_0^2 h_0 + B_2 h_0 + B_3 q_0 + B_{25} D_0^2 r_0 + B_{26} r_0 &= 0, \\ \epsilon_1 D_0^2 p_0 + \epsilon_2 D_0 q_0 + \epsilon_3 p_0 + \epsilon_4 r_0 &= 0, \\ \epsilon_1 D_0^2 r_0 + \epsilon_2 r_0 + \epsilon_3 p_0 + \epsilon_{23} D_0^2 h_0 + \epsilon_{24} h_0 &= 0. \end{aligned} \quad (15)$$

Order  $\epsilon^1$ :

$$\begin{aligned} A_1 D_0^2 q_1 + A_2 D_0 p_1 + A_3 q_1 + A_4 h_1 &= -[2A_1 D_1 D_0 q_0 + A_2 D_1 p_0 \\ &+ A_5 q_0^3 + A_6 q_0 p_0^2 + A_7 q_0 h_0^2 \\ &+ A_8 q_0 r_0^2 + A_9 h_0^3 \\ &+ A_{10} h_0 r_0^2 + A_{11} p_0 h_0 r_0 \\ &+ A_{12} D_0 q_0 + A_{13} r_0 h_0^2 \\ &+ A_{14} q_0 h_0 r_0 - A_{15} \Delta q_0 \\ &- A_{16} \Delta p_0], \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} &A_1 T_{w_y,tt} + A_2 T_{w_z,t} + A_3 T_{w_y} + A_4 T_{\phi_z} + A_5 T_{w_y}^3 \\ &+ A_6 T_{w_y} T_{w_z}^2 + A_7 T_{w_y} T_{\phi_z}^2 \\ &+ A_8 T_{w_y} T_{\phi_y}^2 + A_9 T_{\phi_z}^3 \\ &+ A_{10} T_{\phi_z} T_{\phi_y}^2 + A_{11} T_{w_z} T_{\phi_z} T_{\phi_y} \\ &+ A_{12} T_{w_y,t} + A_{13} T_{\phi_y} T_{\phi_z}^2 \\ &+ A_{14} T_{w_y} T_{\phi_z} T_{\phi_y} \\ &= A_{15} \Delta T_{w_y} + A_{16} \Delta T_{w_z}, \\ B_1 T_{\phi_z,tt} + B_2 T_{\phi_z} + B_3 T_{w_y} + B_4 T_{\phi_z}^3 + B_5 T_{\phi_z} T_{\phi_y}^2 \\ &+ B_6 T_{\phi_z} T_{w_y}^2 + B_7 T_{\phi_z} T_{w_z}^2 \\ &+ B_8 T_{w_y} T_{\phi_z}^2 + B_9 T_{w_y} T_{\phi_y}^2 \\ &+ B_{10} T_{\phi_z,tt} T_{\phi_y}^2 + B_{11} T_{\phi_y,t} T_{\phi_y}^2 \\ &+ B_{12} T_{w_y} T_{w_z} T_{\phi_y} \\ &+ B_{13} T_{w_z} T_{\phi_z} T_{\phi_y} \\ &+ B_{14} T_{\phi_z,t} T_{\phi_y,t} T_{\phi_y} + B_{15} T_{\phi_z,t} \\ &+ B_{16} T_{\phi_y} T_{\phi_y,t}^2 \\ &+ B_{17} T_{\phi_z} T_{\phi_y} T_{\phi_y,t} \\ &+ B_{18} T_{\phi_y} T_{\phi_z}^2 + B_{19} T_{\phi_y,tt} T_{\phi_y}^2 \\ &+ B_{20} T_{\phi_y}^3 + B_{21} T_{w_z} T_{\phi_y}^2 \\ &+ B_{22} T_{\phi_y} T_{w_z}^2 \\ &+ B_{23} T_{w_y} T_{\phi_z} T_{\phi_y} \\ &+ B_{24} T_{\phi_y} T_{w_y}^2 + B_{25} T_{\phi_y,tt} \\ &+ B_{26} T_{\phi_y} = 0, \\ \epsilon_1 T_{w_z,tt} + \epsilon_2 T_{w_y,t} + \epsilon_3 T_{w_z} + \epsilon_4 T_{\phi_y} + \epsilon_5 T_{w_z}^3 \\ &+ \epsilon_6 T_{w_z} T_{w_y}^2 + \epsilon_7 T_{w_z} T_{\phi_y}^2 \\ &+ \epsilon_8 T_{w_z} T_{\phi_z}^2 + \epsilon_9 T_{\phi_y}^3 \\ &+ \epsilon_{10} T_{\phi_y} T_{\phi_z}^2 \\ &+ \epsilon_{11} T_{w_y} T_{\phi_y} T_{\phi_z} + \epsilon_{12} T_{w_z,t} \\ &+ \epsilon_{13} T_{\phi_z} T_{\phi_y}^2 + \epsilon_{14} T_{w_z} T_{\phi_z} T_{\phi_y} \\ &= \epsilon_{15} \Delta T_{w_y} + \epsilon_{16} \Delta T_{w_z}, \\ \epsilon_1 T_{\phi_y,tt} + \epsilon_2 T_{\phi_y} + \epsilon_3 T_{w_z} + \epsilon_4 T_{\phi_y}^3 + \epsilon_5 T_{\phi_y} T_{\phi_z}^2 \\ &+ \epsilon_6 T_{\phi_y} T_{w_y}^2 + \epsilon_7 T_{\phi_y} T_{w_z}^2 \\ &+ \epsilon_8 T_{w_z} T_{\phi_y}^2 + \epsilon_9 T_{w_z} T_{\phi_z}^2 \\ &+ \epsilon_{10} T_{\phi_y} T_{\phi_z,t}^2 + \epsilon_{11} T_{\phi_z,t} T_{\phi_y}^2 \\ &+ \epsilon_{12} T_{w_z} T_{w_y} T_{\phi_z} \\ &+ \epsilon_{13} T_{\phi_y} T_{\phi_z} T_{w_y} + \epsilon_{14} T_{\phi_y,t} \\ &+ \epsilon_{15} T_{\phi_z}^3 + \epsilon_{16} T_{\phi_y} T_{\phi_z} T_{\phi_z,t} \\ &+ \epsilon_{17} T_{\phi_z,tt} T_{\phi_y}^2 + \epsilon_{18} T_{\phi_z} T_{\phi_y}^2 \\ &+ \epsilon_{19} T_{\phi_y} T_{\phi_z} T_{w_z} + \epsilon_{20} T_{\phi_z} T_{w_z}^2 \\ &+ \epsilon_{21} T_{w_y} T_{\phi_z}^2 + \epsilon_{22} T_{\phi_z} T_{w_y}^2 \\ &+ \epsilon_{23} T_{\phi_z,tt} + \epsilon_{24} T_{\phi_z} = 0. \end{aligned} \quad (11)$$

که:

$$\begin{aligned} \Delta T_{w_y} &= T_{w_y} - T_{w_y,t}, \\ \Delta T_{w_z} &= T_{w_z} - T_{w_z,t}. \end{aligned} \quad (12)$$

اثرات ژيروسکوپی و دورانی در عبارات  $A_3 T_{w_y}$ ،  $A_2 T_{w_z,t}$  و  $B_2 T_{\phi_z}$ ،  $\epsilon_3 T_{w_z}$ ،  $\epsilon_2 T_{w_y,t}$ ،  $\epsilon_1 T_{\phi_z}$  هم چنین عبارات های متناسب با ضرایب  $A_{13-14}$ ،  $B_{16-26}$ ،  $\epsilon_{13-14}$ ، و

$$\begin{aligned}
 q_0 &= \sum_{r=1}^4 Q_{0r}(T_1) \exp(i\omega_r T_0) + cc, \\
 h_0 &= \sum_{r=1}^4 \Lambda_{1r} Q_{0r}(T_1) \exp(i\omega_r T_0) + cc, \\
 p_0 &= \sum_{r=1}^4 \Lambda_{2r} Q_{0r}(T_1) \exp(i\omega_r T_0) + cc, \\
 r_0 &= \sum_{r=1}^4 \Lambda_{3r} Q_{0r}(T_1) \exp(i\omega_r T_0) + cc. \quad (19)
 \end{aligned}$$

که  $cc$  بیان کننده مزدوج مختلط عبارات قبلی موجود در پاسخها است. این پاسخها در روابط متناسب با  $\varepsilon^1$  جایگذاری می شوند. با یافتن ضرایب عبارات مولد پاسخهای نامحدود<sup>1</sup> می توان شرایط قابلیت حل<sup>2</sup> متناسب با  $\varepsilon^1$  را استخراج نمود. با فرض  $Q_{0r} = \kappa_r(T_1) \exp[i\omega_r(T_1)]$  جایگذاری آن در شرایط قابلیت حل، و جداسازی قسمت های حقیقی و موهومی، معادلات زیر حاصل می گردند:

Real parts:

$$\begin{aligned}
 \gamma_{1R} \kappa_1 + \gamma_{2R} \kappa_1 \kappa_2^2 + \gamma_{3R} \kappa_1 \kappa_3^2 + \gamma_{4R} \kappa_1 \kappa_4^2 \\
 + \gamma_{5R} \kappa_1^3 + \gamma_{6R} \kappa_1 = 0, \\
 \lambda_{1R} \kappa_2 + \lambda_{2R} \kappa_2 \kappa_1^2 + \lambda_{3R} \kappa_2 \kappa_3^2 + \lambda_{4R} \kappa_2 \kappa_4^2 \\
 + \lambda_{5R} \kappa_2^3 + \lambda_{6R} \kappa_2 = 0, \\
 \mu_{1R} \kappa_3 + \mu_{2R} \kappa_3 \kappa_1^2 + \mu_{3R} \kappa_3 \kappa_2^2 + \mu_{4R} \kappa_3 \kappa_4^2 \\
 + \mu_{5R} \kappa_3^3 + \mu_{6R} \kappa_3 = 0, \\
 \chi_{1R} \kappa_4 + \chi_{2R} \kappa_4 \kappa_1^2 + \chi_{3R} \kappa_4 \kappa_2^2 + \chi_{4R} \kappa_4 \kappa_3^2 \\
 + \chi_{5R} \kappa_4^3 + \chi_{6R} \kappa_4 = 0, \quad (20)
 \end{aligned}$$

و:

Imaginary parts:

$$\begin{aligned}
 \gamma_{1I} \kappa_1 + \gamma_{2I} \kappa_1 \kappa_2^2 + \gamma_{3I} \kappa_1 \kappa_3^2 + \gamma_{4I} \kappa_1 \kappa_4^2 \\
 + \gamma_{5I} \kappa_1^3 + \gamma_{7I} \kappa_1 \dot{\kappa}_1 = 0, \\
 \lambda_{1I} \kappa_2 + \lambda_{2I} \kappa_2 \kappa_1^2 + \lambda_{3I} \kappa_2 \kappa_3^2 + \lambda_{4I} \kappa_2 \kappa_4^2 \\
 + \lambda_{5I} \kappa_2^3 + \lambda_{7I} \kappa_2 \dot{\kappa}_2 = 0, \\
 \mu_{1I} \kappa_3 + \mu_{2I} \kappa_3 \kappa_1^2 + \mu_{3I} \kappa_3 \kappa_2^2 + \mu_{4I} \kappa_3 \kappa_4^2 \\
 + \mu_{5I} \kappa_3^3 + \mu_{7I} \kappa_3 \dot{\kappa}_3 = 0, \\
 \chi_{1I} \kappa_4 + \chi_{2I} \kappa_4 \kappa_1^2 + \chi_{3I} \kappa_4 \kappa_2^2 + \chi_{4I} \kappa_4 \kappa_3^2 \\
 + \chi_{5I} \kappa_4^3 + \chi_{7I} \kappa_4 \dot{\kappa}_4 = 0. \quad (21)
 \end{aligned}$$

که  $\dot{\kappa} \triangleq d\kappa/dT_1$  برای حل قسمت حقیقی معادلات فوق می توان از روش بسط مستقیم<sup>3</sup> [20] استفاده نمود. به این ترتیب پاسخ  $\kappa_1$  از قسمت حقیقی معادلات از روابط (22) محاسبه می شود:

$$\begin{aligned}
 \kappa_1 &= \kappa_{10} \exp\left(-\frac{\gamma_{1R}}{\gamma_{6R}} T_1\right) \\
 &- \left\{ \frac{\gamma_{2R} \kappa_{10} \kappa_{20}^2}{\gamma_{1R} - \left(\frac{\gamma_{1R}}{\gamma_{6R}} + 2\frac{\lambda_{1R}}{\lambda_{6R}}\right) \gamma_{6R}} \exp\left[-\left(\frac{\gamma_{1R}}{\gamma_{6R}} + 2\frac{\lambda_{1R}}{\lambda_{6R}}\right) T_1\right] \right. \\
 &+ \left. \frac{\gamma_{3R} \kappa_{10} \kappa_{30}^2}{\gamma_{1R} - \left(\frac{\gamma_{1R}}{\gamma_{6R}} + 2\frac{\mu_{1R}}{\mu_{6R}}\right) \gamma_{6R}} \exp\left[-\left(\frac{\gamma_{1R}}{\gamma_{6R}} + 2\frac{\mu_{1R}}{\mu_{6R}}\right) T_1\right] \right\}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 &B_1 D_0^2 h_1 + B_2 h_1 + B_3 q_1 + B_{25} D_0^2 r_0 + B_{26} r_0 \\
 &= -[2B_1 D_1 D_0 h_0 \\
 &+ 2B_{25} D_1 D_0 r_0 + B_4 h_0^3 \\
 &+ B_5 h_0 r_0^2 + B_6 h_0 q_0^2 \\
 &+ B_7 h_0 p_0^2 + B_8 h_0^2 q_0 \\
 &+ B_9 q_0 r_0^2 + B_{10} (D_0^2 h_0) r_0^2 \\
 &+ B_{11} (D_0 r_0) r_0^2 \\
 &+ B_{12} p_0 q_0 r_0 + B_{13} h_0 p_0 r_0 \\
 &+ B_{14} (D_0 h_0) (D_0 r_0) r_0 \\
 &+ B_{15} D_0 h_0 + B_{16} r_0 (D_0 r_0)^2 \\
 &+ B_{17} h_0 r_0 (D_0 r_0) \\
 &+ B_{18} r_0 h_0^2 + B_{19} (D_0^2 r_0) r_0^2 \\
 &+ B_{20} r_0^3 + B_{21} p_0 r_0^2 \\
 &+ B_{22} r_0 p_0^2 + B_{23} q_0 h_0 r_0 \\
 &+ B_{24} r_0 q_0^2], \\
 &\epsilon_1 D_0^2 p_1 + \epsilon_2 D_0 q_1 + \epsilon_3 p_1 + \epsilon_4 r_1 \\
 &= -[2\epsilon_1 D_1 D_0 p_0 + \epsilon_2 D_1 q_0 \\
 &+ \epsilon_5 p_0^3 + \epsilon_6 p_0 q_0^2 \\
 &+ \epsilon_7 p_0 r_0^2 + \epsilon_8 p_0 h_0^2 \\
 &+ \epsilon_9 r_0^3 + \epsilon_{10} r_0 h_0^2 \\
 &+ \epsilon_{11} q_0 r_0 h_0 + \epsilon_{12} D_0 p_0 \\
 &+ \epsilon_{13} h_0 r_0^2 + \epsilon_{14} p_0 h_0 r_0 \\
 &- \epsilon_{15} \Delta q_0 - \epsilon_{16} \Delta p_0], \\
 &\epsilon_1 D_0^2 r_1 + \epsilon_2 r_1 + \epsilon_3 p_1 + \epsilon_{23} D_0^2 h_0 + \epsilon_{24} h_0 \\
 &= -[2\epsilon_1 D_1 D_0 r_0 \\
 &+ 2\epsilon_{23} D_1 D_0 h_0 + \epsilon_4 r_0^3 \\
 &+ \epsilon_5 h_0^2 r_0 + \epsilon_6 q_0^2 r_0 \\
 &+ \epsilon_7 p_0^2 r_0 + \epsilon_8 p_0 r_0^2 \\
 &+ \epsilon_9 h_0^2 p_0 + \epsilon_{10} (D_0 h_0)^2 r_0 \\
 &+ \epsilon_{11} (D_0 h_0) r_0^2 \\
 &+ \epsilon_{12} h_0 p_0 q_0 + \epsilon_{13} h_0 q_0 r_0 \\
 &+ \epsilon_{14} D_0 r_0 + \epsilon_{15} h_0^3 \\
 &+ \epsilon_{16} r_0 h_0 D_0 h_0 \\
 &+ \epsilon_{17} (D_0 h_0) r_0^2 + \epsilon_{18} h_0 r_0^2 \\
 &+ \epsilon_{19} r_0 h_0 p_0 + \epsilon_{20} h_0 p_0^2 \\
 &+ \epsilon_{21} q_0 h_0^2 + \epsilon_{22} h_0 q_0^2]. \quad (16)
 \end{aligned}$$

که:

$$\begin{aligned}
 \Delta q_0 &= q_0 - q_{0\tau}, \\
 \Delta p_0 &= p_0 - p_{0\tau}. \quad (17)
 \end{aligned}$$

به منظور حل این معادلات همگن  $\varepsilon^0$ ، پاسخهای  $h_0, q_0, p_0$  و  $r_0$  به صورت روابط (18) در نظر گرفته می شوند:

$$\begin{aligned}
 q_0 &= Q_0(T_1) \exp(i\omega T_0), \\
 h_0 &= \mathbb{H}_0(T_1) \exp(i\omega T_0), \\
 p_0 &= P_0(T_1) \exp(i\omega T_0), \\
 r_0 &= \mathbb{R}_0(T_1) \exp(i\omega T_0). \quad (18)
 \end{aligned}$$

با جایگذاری در معادلات همگن  $\varepsilon^0$  می توان فرکانس های طبیعی خطی سازی شده  $\pm \omega_r$  ( $r = 1, 2, 3, 4$ ) و روابط  $\mathbb{R}_{0r} = \Lambda_{3r} Q_{0r}$  و  $\mathbb{P}_{0r} = \Lambda_{2r} Q_{0r}$ ،  $\mathbb{H}_{0r} = \Lambda_{1r} Q_{0r}$  دست آورد. به این ترتیب، پاسخهای فرضی  $h_0, q_0, p_0$  و  $r_0$  به صورت روابط (19) بازنویسی می گردد:

<sup>1</sup> Secular terms

<sup>2</sup> Solvability conditions

<sup>3</sup> Straightforward expansion

بر اساس هندسه واقعی مته دندان پزشکی، ممان های دوم سطح در بخش دندانته متغیر و تکرار شونده در طول این بخش هستند. برای محاسبه روابط این ممان ها بر اساس متغیر  $x$  ابتدا تصویر سه بعدی ابزار تهیه شد، سپس ممان ها به صورت عددی در سطح مقطع های مختلف در طول بخش دندانته استخراج گردید، و در نهایت معادلات چند جمله ای به کمک روش برازش منحنی به عنوان معادلات نهایی برای  $I_\eta(x)$ ،  $I_\xi(x)$  و  $I_{\eta\xi}(x)$  برای بخش دندانته در نظر گرفته شده است (شکل 3). حال نمودار دالان پایداری پیش-بینی شده به کمک مدل برای مته دندان پزشکی در گیر با لایه مینا و عاج دندان به ترتیب در شکل های 4 و 5 رسم شده اند.

پایداری مته دندان پزشکی در سرعت 300 هزار دور بر دقیقه در هنگام درگیری با لایه مینا در مرجع [2] بررسی شده است. مقایسه نتایج مرجع [2] و کار حاضر نشان دهنده دقت بالا مدل ارائه شده می باشد. لایه مینا سختی بیشتری نسبت به لایه عاج دارد و این واقعیت در مقایسه دو شکل 4 و 5 مشخص است که مته دندان پزشکی در لایه مینا در مقایسه با لایه عاج در عمق برش کمتری دچار ناپایداری می گردد.

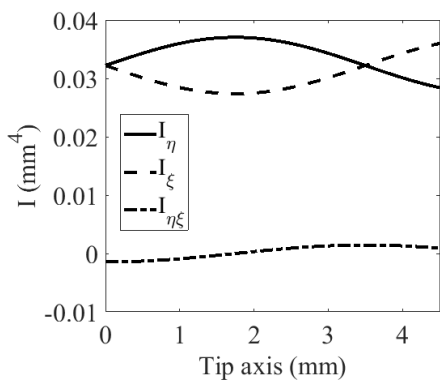


Fig. 3 Area second moments of fluted section

شکل 3 ممان های دوم سطح برای بخش دندانته

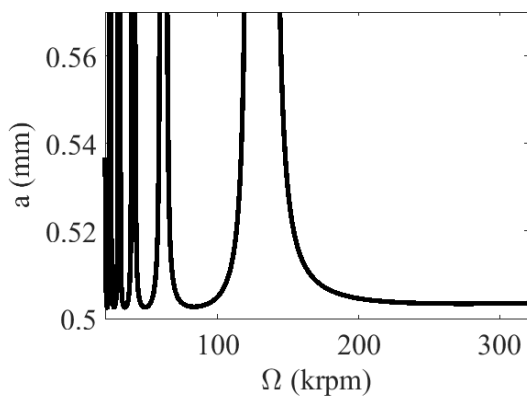


Fig. 4 Stability lobe diagram for enamel layer

شکل 4 نمودار دالان پایداری برای لایه مینا

$$+ \frac{\gamma_{4R} N_{10} N_{40}^2}{\gamma_{1R} - \left( \frac{\gamma_{1R}}{\gamma_{6R}} + 2 \frac{\chi_{1R}}{\chi_{6R}} \right) \gamma_{6R}} \exp \left[ - \left( \frac{\gamma_{1R}}{\gamma_{6R}} + 2 \frac{\chi_{1R}}{\chi_{6R}} \right) T_1 \right] + \frac{\gamma_{5R} N_{10}^3}{\gamma_{1R} - 3 \frac{\gamma_{1R}}{\gamma_{6R}} \gamma_{6R}} \exp \left( -3 \frac{\gamma_{1R}}{\gamma_{6R}} T_1 \right) \quad (22)$$

سایر پاسخ  $N_R$  ها نیز به طور مشابه محاسبه می شوند که از نوشتن آن ها به دلیل نوشتار طولانی صرف نظر شده است. با جایگذاری  $N_R$  ها در قسمت موهومی معادلات، پاسخ  $N_R$  ها نیز به سادگی مطابق قابل محاسبه هستند. بنابراین، مته دندان پزشکی به ازای برآورده شدن تمام شرایط زیر دچار پدیده لرزه باززا نمی شود:

$$\begin{aligned} \frac{\gamma_{1R}}{\gamma_{6R}} \geq 0, \quad \frac{\lambda_{1R}}{\lambda_{6R}} \geq 0, \quad \frac{\mu_{1R}}{\mu_{6R}} \geq 0, \quad \frac{\chi_{1R}}{\chi_{6R}} \geq 0, \\ \left( \frac{\gamma_{1R}}{\gamma_{6R}} + 2 \frac{\lambda_{1R}}{\lambda_{6R}} \right) \geq 0, \quad \left( \frac{\gamma_{1R}}{\gamma_{6R}} + 2 \frac{\mu_{1R}}{\mu_{6R}} \right) \geq 0, \\ \left( \frac{\gamma_{1R}}{\gamma_{6R}} + 2 \frac{\chi_{1R}}{\chi_{6R}} \right) \geq 0, \quad \left( \frac{\lambda_{1R}}{\lambda_{6R}} + 2 \frac{\gamma_{1R}}{\gamma_{6R}} \right) \geq 0, \\ \left( \frac{\lambda_{1R}}{\lambda_{6R}} + 2 \frac{\mu_{1R}}{\mu_{6R}} \right) \geq 0, \quad \left( \frac{\lambda_{1R}}{\lambda_{6R}} + 2 \frac{\chi_{1R}}{\chi_{6R}} \right) \geq 0, \\ \left( \frac{\mu_{1R}}{\mu_{6R}} + 2 \frac{\gamma_{1R}}{\gamma_{6R}} \right) \geq 0, \quad \left( \frac{\mu_{1R}}{\mu_{6R}} + 2 \frac{\lambda_{1R}}{\lambda_{6R}} \right) \geq 0, \\ \left( \frac{\mu_{1R}}{\mu_{6R}} + 2 \frac{\chi_{1R}}{\chi_{6R}} \right) \geq 0, \quad \left( \frac{\chi_{1R}}{\chi_{6R}} + 2 \frac{\gamma_{1R}}{\gamma_{6R}} \right) \geq 0, \\ \left( \frac{\chi_{1R}}{\chi_{6R}} + 2 \frac{\lambda_{1R}}{\lambda_{6R}} \right) \geq 0, \quad \left( \frac{\chi_{1R}}{\chi_{6R}} + 2 \frac{\mu_{1R}}{\mu_{6R}} \right) \geq 0. \end{aligned} \quad (23)$$

## 5- بحث و بررسی نتایج

در این جا، ابزار فرز دندان پزشکی مدل فیشر مستقیم شرکت تیزکاوان که در جدول 1 معرفی گردیده است [2] برای بررسی پایداری در نظر گرفته شده است.

همچنین، ضرایب مخصوص نیروهای برشی که در مرجع [2] محاسبه گردیده اند، در جدول 2 آورده شده اند.

جدول 1 مشخصات مته دندان پزشکی مورد استفاده در مرجع [2]

مشخصه	توضیحات	مشخصه	توضیحات
قطر	1 میلی متر	جنس ابزار	کاربید تنگستن
طول کل ابزار	20 میلی متر	جنس قطعه کار	دندان
طول آزاد ابزار $L$	10 میلی متر	تعداد دندانته $N$	6

جدول 2 ضرایب مخصوص برش برای مینا و عاج

عاج	مینا	ضریب
667/7	800/1	$K_t$ (N/mm <sup>2</sup> )
206/06	293/46	$K_r$ (N/mm <sup>2</sup> )



اولیه و ثانویه دندان قابل محاسبه است. ثابت نگاه داشتن عمق برش در این آزمایشها وابسته به دقت دست دندان پزشکی در انجام براده برداری می باشد. با این حال در هر تست بعد از براده برداری، طول آزاد دندان در چند نقطه مختلف به کمک کولیس اندازه گیری شده و از یکسان بودن تقریبی آنها اطمینان حاصل گشته است.

در این آزمایش تعدادی فرایند براده برداری در عمق های برشی تقریبی  $a \cong 0.3, 0.7 \text{ mm}$  و سرعت های برشی  $\Omega = 100, 160 \text{ krpm}$  انجام شده است.

شکل 7 (الف) مربوط به سیگنال ضبط شده در حوزه فرکانس به ازای  $\Omega = 100 \text{ krpm}$  و  $a \cong 0.3 \text{ mm}$  می باشد. در این حالت، فرکانس غالب مربوط به فرکانس سرعت اسپیندل، فرکانس عبور دندان و هارمونیک های آنها است که نشان دهنده براده برداری پایدار است. در همین سرعت و  $a \cong 0.7 \text{ mm}$ ، مطابق با شکل 7 (ب)، فرکانس غالب دیگری که نزدیک به فرکانس طبیعی سیستم است، در نمودار حوزه فرکانس سیگنال ظاهر می شود که نشان دهنده براده برداری ناپایدار است.

برای سرعت  $\Omega = 160 \text{ krpm}$  نیز به همین صورت است و برای خلاصه نویسی از آوردن شکل های مربوط به سری فوریه صوت مته دندان پزشکی در این سرعت صرف نظر شده است. در این سرعت، فرایند به ازای عمق برش  $a \cong 0.3 \text{ mm}$  پایدار و به ازای عمق برش  $a \cong 0.7 \text{ mm}$  ناپایدار است.

در شکل 8، نمودار دالان پایداری پیش بینی شده به کمک مدل برای لایه مینا، که قسمتی انتخاب شده از شکل 4 نیز می باشد، با نقاطی که پایداری و ناپایداری آنها از طریق آزمایش تعیین شده اند مقایسه شده است که مطابقت نتایج تجربی با تئوری را نشان می دهد.



Fig. 6 Experimental setup for chatter test

شکل 6 بستر آزمایش تشخیص پدیده لرزه بازرا

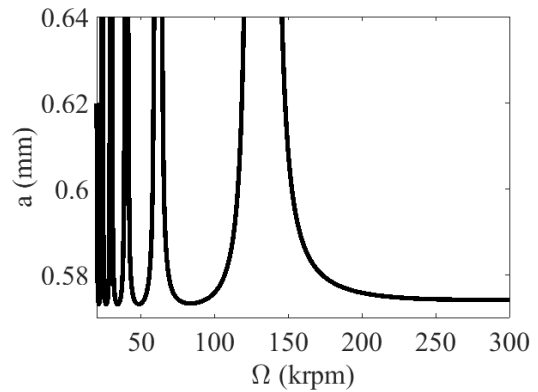


Fig. 5 Stability lobe diagram for dentin layer

شکل 5 نمودار دالان پایداری برای لایه عاج

همچنین، به منظور اعتبارسنجی نتایج به دست آمده از تخمین حدود پایداری، تعدادی آزمایش تجربی انجام گرفته است. شکل 6 بستر آزمایش انجام شده در این پژوهش برای تشخیص پدیده لرزه بازرا در هنگام براده برداری از مینای دندان را نشان می دهد. برای ثابت نگه داشتن دندان در این آزمایشات، قالبی از جنس چسب پودری پرسلان<sup>1</sup> تهیه گردیده و دندان تا ریشه درون آن تعبیه شده است. همچنین، در این آزمایشها از میکروفون مدل National WM-330N با پهنای باند 50 هرتز الی 13 کیلو هرتز برای ضبط صوت ارتعاشات براده برداری جهت تشخیص پدیده لرزه استفاده شده است.

سیگنال صوت ضبط شده توسط میکروفون که در حوزه زمان است، به کمک تبدیل فوریه سریع به حوزه فرکانس تبدیل شده است تا تشخیص لرزه بر اساس فرکانس غالب صورت پذیرد. در این روش، تشخیص لرزه در حوزه فرکانس بوده و بر اساس مقایسه پیک های نمودار در فرکانس های مختلف انجام می شود. در حالت براده برداری پایدار، فرکانس غالب مربوط به فرکانس سرعت اسپیندل، فرکانس عبور دندان و هارمونیک های آنها است. ولی در حالت ناپایدار، فرکانس دیگری که عموماً نزدیک به فرکانس طبیعی سیستم است در نمودار فرکانسی سیگنال ظاهر می شود. این فرکانس به فرکانس لرزه معروف است.

قبل از انجام آزمایشها، سطح دندان ابتدا به کمک یک مرحله براده برداری صاف گردیده و طول آزاد آن تا سطح گیردار به کمک کولیس اندازه گیری شده است که به آن طول اولیه گویند. بعد از براده برداری در هر تست تجربی، دوباره طول آزاد دندان به کمک کولیس محاسبه شده است که به آن طول ثانویه گویند. به این ترتیب، عمق برش در هر تست از تفاضل طول های

<sup>1</sup> Porcelain

آن این است که این قطر روی سفتی مته تاثیر مستقیم دارد. به منظور بررسی تاثیر طول مته در پایداری فرایند ترمیم، نمودار پایداری سیستم به ازای دو طول مختلف برای لایه های مینا و عاج در شکل 10 رسم شده است. مشاهده می شود که طول مته رابطه معکوسی با سطح پایداری فرایند ترمیم دارد و دلیل آن این است که این طول روی سفتی مته تاثیر عکس دارد. به منظور بررسی تاثیر تعداد دندان مته در پایداری فرایند ترمیم، نمودار پایداری سیستم به ازای دو تعداد دندان مختلف برای لایه های مینا و عاج در شکل 11 رسم شده است. شکل 11 نشان می دهد که افزایش تعداد دندان باعث کشیدگی افقی دالان های پایداری و کاهش سطح پایداری فرایند ترمیم می شود. در واقع، تعداد دندان ارتباط مستقیمی با دامنه نیروهایی که باعث ناپایداری سیستم می شود دارد؛ به طوری که این دامنه نیرو می تواند محل قرار گرفتن دالان های پایداری را در نمودار پایداری تعیین کند. به منظور بررسی تاثیر در نظر گرفتن پارامترهای اثر اندازه در حل ارائه شده در این پژوهش، نمودار پایداری سیستم در دو حالت استفاده از تئوری گرادیان کرنش و استفاده از تئوری کلاسیک در شکل 12 رسم شده است.

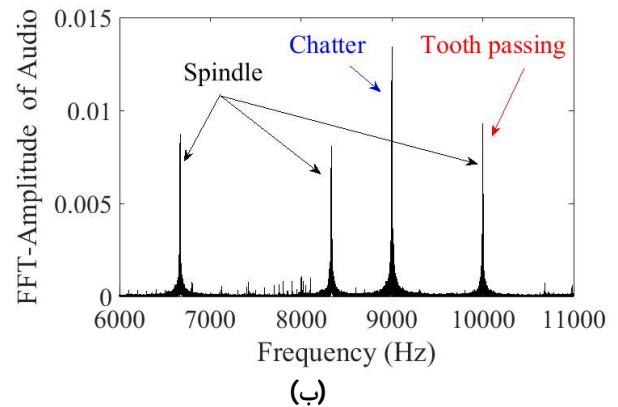
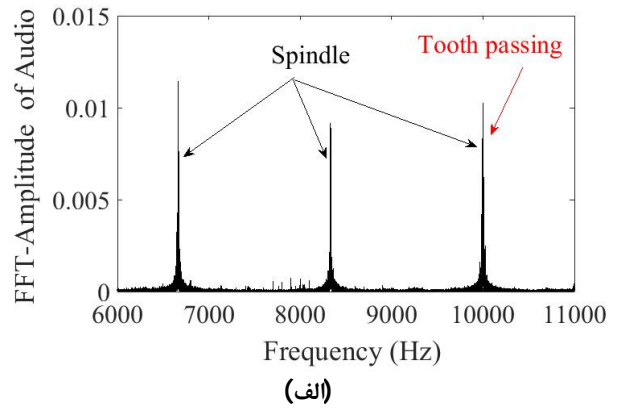


Fig. 7 The FFT of sound signal at  $\Omega = 100$  krpm, (a) stable at  $a = 0.3$  mm, (b) unstable at  $a = 0.7$  mm  
 شکل 7 تبدیل فوریه سریع از سیگنال صوت در سرعت  $\Omega = 100$  krpm (الف) پایدار در عمق برشی  $a \cong 0.3$  mm، (ب) ناپایدار در عمق برشی  $a \cong 0.7$  mm

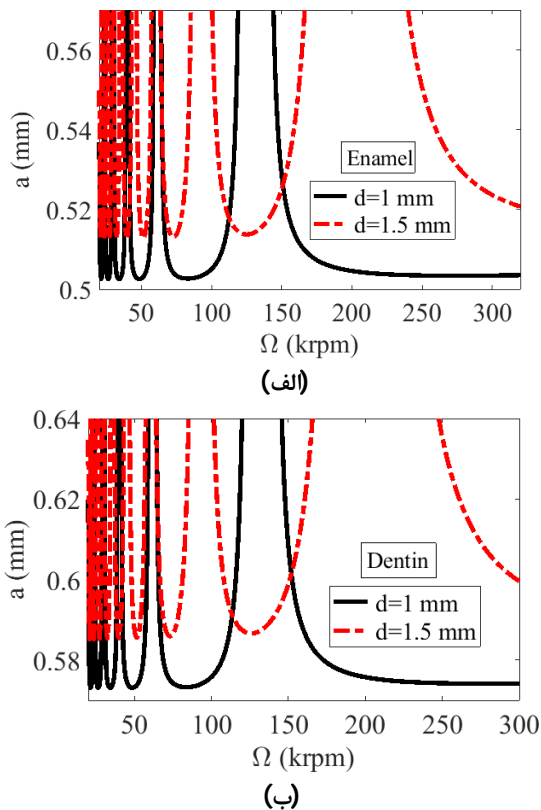


Fig. 9 The effect of dental bur diameter on stability region, (a) enamel layer, (b) dentin layer  
 شکل 9 تاثیر قطر مته بر سطح پایداری، (الف) لایه مینا، (ب) لایه عاج

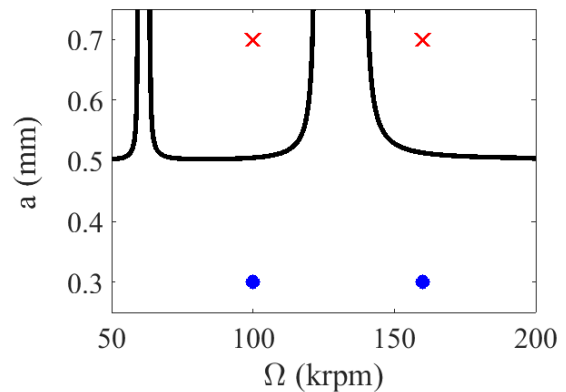
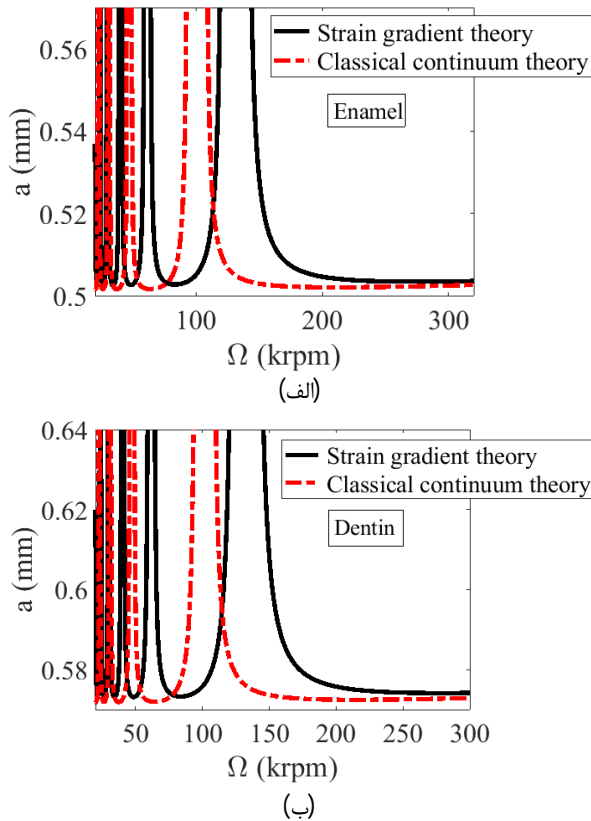


Fig. 8 Comparison predicted lobe diagram against the experimental chatter test data (circle points: experiment stable, cross points: experiment chatter, solid line: analytical solution)  
 شکل 8 مقایسه نتایج مدل و داده های آزمایش تجربی (نقاط دایره ای نشان دهنده نقاط پایدار تجربی، نقاط ضربدر نشان دهنده نقاط ناپایدار تجربی و خط پیوسته برای مدل تحلیلی)

به منظور بررسی تاثیر قطر مته در پایداری فرایند ترمیم، نمودار پایداری سیستم به ازای دو قطر مختلف برای لایه های مینا و عاج در شکل 9 رسم شده است. مشاهده می شود که قطر مته رابطه مستقیمی با سطح پایداری فرایند ترمیم دارد و دلیل



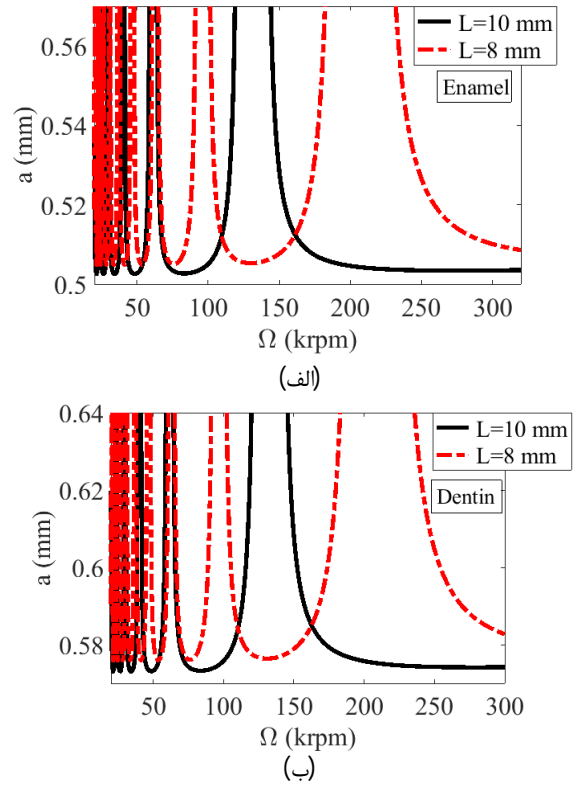
**Fig. 12** The effect of considering strain gradient theory on stability region, (a) enamel layer, (b) dentin layer

شکل 12 تاثیر در نظر گرفتن تئوری گرادیان کرنش بر سطح پایداری مته، (الف) لایه مینا، (ب) لایه عاج

این شکل نشان می‌دهد که تئوری کلاسیک توانایی شبیه‌سازی مته دندان پزشکی مورد استفاده در فرایند ترمیم دندان را ندارد. هم‌چنین، این شکل نشان می‌دهد که تئوری غیر کلاسیک نسبت به تئوری کلاسیک سطح بالاتری از پایداری را پیش‌بینی می‌کند. دلیل این امر این است که تئوری گرادیان کرنش نسبت به تئوری کلاسیک سفتی بیشتری را برای میکرو سازه‌ها پیش‌بینی می‌کند.

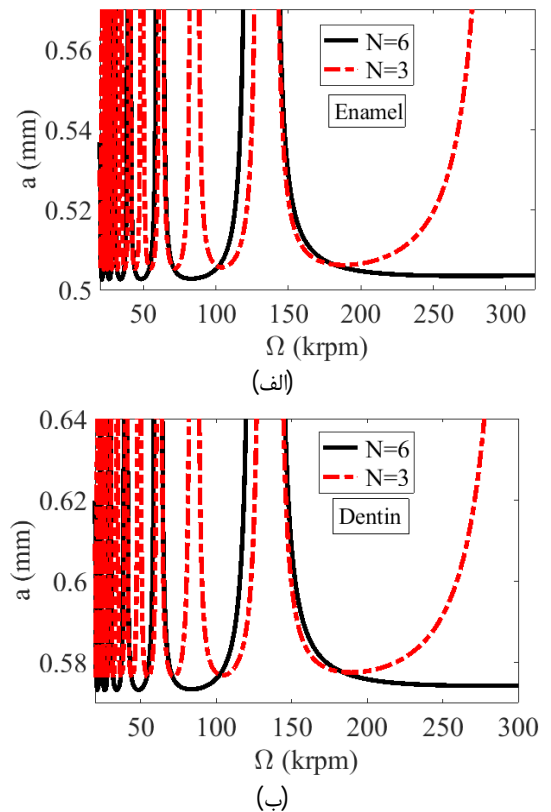
### 6- نتیجه‌گیری

در این پژوهش، پایداری لرزه برای مته دندان پزشکی در فرایند ترمیم دندان مورد بررسی قرار گرفته است. عملیاتی براده‌برداری از دندان که در آن مته دندان پزشکی با سرعت زیاد می‌چرخد اغلب به‌عنوان سوراخ‌کاری و فرزکاری شناخته می‌شود. با توجه به شباهت هندسی مته دندان پزشکی مورد نظر در این مطالعه به میکرو فرز انگشتی، این فرایند به‌عنوان میکرو فرزکاری در نظر گرفته و نیروهای برشی در زمان عملیات میکرو فرزکاری به‌عنوان نیروهای خارجی وارد معادلات شد. ابزار با استفاده از یک مدل سه‌بعدی غیرخطی سازه‌ای تیر تیموشنکو مدل‌سازی



**Fig. 10** The effect of dental bur length on stability region, (a) enamel layer, (b) dentin layer

شکل 10 تاثیر طول مته بر سطح پایداری، (الف) لایه مینا، (ب) لایه عاج



**Fig. 11** The effect of dental bur flutes number on stability region, (a) enamel layer, (b) dentin layer

شکل 11 تاثیر تعداد دندان مته بر سطح پایداری، (الف) لایه مینا، (ب) لایه عاج

بردارهای یکه دستگاه مختصات محلی $\mathfrak{R}$	$ijk$
سرعت دورانی مته دندان پزشکی	$\Omega$
زمان	$t$
مکان طولی هر نقطه از مته	$x$
جابه‌جایی عمودی نقطه مرجع در جهت $y$	$w_y(x, t)$
جابه‌جایی عمودی نقطه مرجع در جهت $Z$	$w_z(x, t)$
دوران ناشی از خمش حول محور $Z$	$\phi_z(x, t)$
دوران ناشی از خمش حول محور $y'$	$\phi_y(x, t)$
فاصله نقطه مرجع از محور الاستیک	$\eta - \xi$
انرژی جنبشی مته	$T^e$
انرژی پتانسیل مته	$U^e$
کار نیروهای ناپایستار	$W_{nc}$
چگالی انرژی پتانسیل	$u^e$
مساحت سطح مقطع مته	$A$
طول آزاد مته	$L$
تانسور کرنش	$\epsilon_{ij}$
بردار گرادیان انبساط حجم	$\gamma_i$
تانسور گرادیان کشش انحرافی	$\eta_{ijk}^{(1)}$
بخش متقارن تانسور گرادیان چرخش	$\chi_{ij}^s$
بردار چرخش کوچک	$\theta_i$
دلتای کرونگر	$\delta$
تنش حاصل از تئوری کلاسیک	$\sigma_{ij}$
درایه‌های تنش‌های مرتبه بالاتر	$\mathcal{P}_i, \tau_{ijk}^{(1)}, m_{ij}^s$
مدول یانگ	$E$
مدول برشی	$G$
ضریب پواسون	$\nu$
اثرات رفتار وابسته	$l_0, l_1, l_2$
چگالی مته	$\rho$
بردار سرعت نقطه مرجع	$V$
نیروهای وارد شده به نوک مته در جهت $y$	$L_{wy}$
نیروهای وارد شده به نوک مته در جهت $Z$	$L_{wz}$
تابع دلتای دیراک	$\delta_D$
ضریب میرایی متناسب با حرکت خمشی	$\mathfrak{C}_B$
ضریب میرایی متناسب با حرکت چرخشی	$\mathfrak{C}_R$
زاویه دندان‌ها $\lambda$ در دستگاه اسپیندل	$\alpha_j$
تعداد دندان‌ها در انتهای مته	$N$
عمق برش در دندان	$a$
تاخیر زمانی در عبور دو دندان‌ها متوالی	$\tau$
ضرایب برشی مخصوص	$K_t, K_r$
زاویه فاز آغاز درگیری دندان‌ها مته با دندان	$\psi_{st}$
زاویه فاز انتهای درگیری دندان‌ها مته و دندان	$\psi_{ex}$
ضرایب معادلات حاصل از اجرای گالرکین	$\mathfrak{A}, \mathfrak{B}, \mathfrak{C}, \mathfrak{E}$

شده است. در مدل‌سازی ابزار پارامترهای مهمی همچون گشتاور ژيروسکوپی، اینرسی چرخشی، و اثرات رفتار وابسته به اندازه در نظر گرفته شده‌اند. معادلات دیفرانسیل با مشتقات جزئی ابزار که دارای عبارت‌های تاخیر زمانی هستند، با استفاده از روش مودهای فرضی به صورت معادلات دیفرانسیل معمولی با تأخیر زمانی درآمده و سپس با استفاده از روش مقیاس‌های چندگانه به صورت تحلیلی حل شده‌اند. با تغییر سرعت دورانی ابزار، احتمال وقوع پدیده لرزه در دو لایه مینا و عاج دندان به ازای عمق‌های برشی مختلف بررسی و نمودارهای نواحی پایداری رسم شده‌اند. همچنین، تأثیر پارامترهای اثرات اندازه، تعداد دندان‌ها، طول ابزار، و قطر ابزار بر وقوع پدیده لرزه در این دو لایه مورد بررسی قرار گرفته‌اند. نتایج به دست آمده به شرح زیرند:

- در نظر گرفتن اثرات اندازه سطح بالاتری از پایداری را پیش‌بینی می‌کند.

- فرایند ترمیم دندان در برخی از سرعت‌های دورانی پایدار و بدون رخداد پدیده لرزه و در سرعت‌های دورانی دیگر ناپایدار است. بنابراین در یک عمق برش معین، با تغییر سرعت دورانی مته دندان پزشکی می‌توان از حالت میکرو فرزندکاری ناپایدار به حالت پایدار رسید و برعکس.

- در خصوص تأثیر افزایش یا کاهش هر یک از پارامترهای تعداد دندان‌ها، طول ابزار، قطر ابزار بر پایداری عملیات ترمیم دندان در یک سرعت دورانی و عمق براده‌برداری مشخص، به طور قطع نمی‌توان صحبت کرد و با افزایش و یا کاهش هر یک از این پارامترها ممکن است فرایند چندین بار بین حالت پایدار و ناپایدار نوسان کند.

- افزایش قطر، کاهش تعداد دندان‌ها، و کاهش طول باعث افزایش سطح پایداری فرایند ترمیم دندان می‌گردد.

- افزایش عمق براده‌برداری باعث می‌شود که فرایند ترمیم دندان به ناپایداری میل کند. در نتیجه برای جلوگیری از پدید لرزه پیشنهاد می‌شود که عمق براده‌برداری از یک مقدار معین تجاوز نکند.

- در لایه مینا به دلیل سختی زیاد آن به عنوان سخت‌ترین عضو بدن، عملیات ترمیم دندان در عمق‌های براده‌برداری کمتری نسبت به لایه عاج دچار ناپایداری می‌گردد.

## 7- فهرست علائم

$XYZ$	دستگاه مرجع اینرسی $\mathfrak{R}$
$IJK$	بردارهای یکه دستگاه مرجع اینرسی $\mathfrak{R}$
$xyz$	دستگاه مختصات محلی $\mathfrak{R}$

on vibrations during tooth preparations caused by high-speed drilling and Er: YAG laser irradiation. *Lasers in Surgery and Medicine: The Official Journal of the American Society for Laser Medicine and Surgery*, 32(1), pp.25-31.

- [10] Rytönen, E., 2005. *High-frequency vibration and noise in dentistry*. University of Kuopio.
- [11] Poole, R.L., Lea, S.C., Dyson, J.E., Shortall, A.C. and Walmsley, A.D., 2008. Vibration characteristics of dental high-speed turbines and speed-increasing handpieces. *Journal of dentistry*, 36(7), pp.488-493.
- [12] Hamersma, I.W.J., 2010. *Implementation of A Cylindrical Drill in A Haptic Simulation Environment*. Eindhoven University of Technology.
- [13] Wu, J., Wang, D., Wang, C.C. and Zhang, Y., 2010. Toward stable and realistic haptic interaction for tooth preparation simulation. *Journal of Computing and Information Science in Engineering*, 10(2), p.021007.
- [14] Lam, D.C., Yang, F., Chong, A.C.M., Wang, J. and Tong, P., 2003. Experiments and theory in strain gradient elasticity. *Journal of the Mechanics and Physics of Solids*, 51(8), pp.1477-1508.
- [15] Asghari, M., Kahrobaian, M.H., Nikfar, M. and Ahmadian, M.T., 2012. A size-dependent nonlinear Timoshenko microbeam model based on the strain gradient theory. *Acta Mechanica*, 223(6), pp.1233-1249.
- [16] Altıntaş, Y. and Budak, E., 1995. Analytical prediction of stability lobes in milling. *CIRP annals*, 44(1), pp.357-362.
- [17] Moradi, H., Movahhedy, M.R. and Vossoughi, G., 2012. Bifurcation analysis of milling process with tool wear and process damping: regenerative chatter with primary resonance. *Nonlinear Dynamics*, 70(1), pp.481-509.
- [18] Tajalli, S.A., Movahhedy, M.R. and Akbari, J., 2013. Size dependent vibrations of micro-end mill incorporating strain gradient elasticity theory. *Journal of Sound and Vibration*, 332(15), pp.3922-3944.
- [19] Tajalli, S.A., Movahhedy, M.R. and Akbari, J., 2014. Chatter instability analysis of spinning micro-end mill with process damping effect via semi-discretization approach. *Acta Mechanica*, 225(3), pp.715-734.
- [20] Nayfeh, A.H., 1979. *Nonlinear oscillations*. John Wiley and Sons, New York, pp. 56-59, 387-402.

$I$  ممان دوم سطح

$T_0, T_1$  مقیاس‌های زمانی

$w_p$  فرکانس‌های طبیعی خطی‌سازی شده

## 8- مراجع

- [1] Poole, R.L., 2010. *Vibrations of high-speed dental handpieces measured using laser vibrometry* (Doctoral dissertation, University of Birmingham).
- [2] Riyahi, F., Mazidi, A., Jalili, M.M., Mokhtari, A., "Simulation and modeling of dental bur force and vibration at enamel and dentin layers". *Iranian Journal of Manufacturing Engineering*, 2019. (In Persian)
- [3] Moghaddam, M., Nahvi, A., Arbabtafti, M. and Mahvash, M., 2008, June. A physically realistic voxel-based method for haptic simulation of bone machining. *In International Conference on Human Haptic Sensing and Touch Enabled Computer Applications* (pp. 651-660). Springer, Berlin, Heidelberg.
- [4] Jackson, M.J., Robinson, G.M., Sein, H., Ahmed, W. and Woodward, R., 2005. Machining cancellous bone prior to prosthetic implantation. *Journal of Materials Engineering and Performance*, 14(3), pp.293-300.
- [5] Xu, L., Wang, C., Jiang, M., He, H., Song, Y., Chen, H., Shen, J. and Zhang, J., 2014. Drilling force and temperature of bone under dry and physiological drilling conditions. *Chinese Journal of Mechanical Engineering*, 27(6), pp.1240-1248.
- [6] Yenyol, S., Jimbo, R., Marin, C., Tovar, N., Janal, M.N. and Coelho, P.G., 2013. The effect of drilling speed on early bone healing to oral implants. *Oral surgery, oral medicine, oral pathology and oral radiology*, 116(5), pp.550-555.
- [7] Wu, J., Wang, D., Wang, C.C. and Zhang, Y., 2010. Toward stable and realistic haptic interaction for tooth preparation simulation. *Journal of Computing and Information Science in Engineering*, 10(2), p.021007.
- [8] Henry, E.E. and Peyton, F.A., 1950. Vibration characteristics of the rotating dental instrument. *Journal of dental research*, 29(5), pp.601-615.
- [9] Takamori, K., Furukawa, H., Morikawa, Y., Katayama, T. and Watanabe, S., 2003. Basic study